

激子模型评价(p,n)能谱和激发函数

高良俊 刘仁康

在这篇激子模型文章中,引入了快粒子从受激核里发射的描述。在分析核子引起的反应结果中看到,激子模型体现了核反应过程的主要特色。因此,激子模型是分析核反应发射粒子谱和激发函数常用的工具。

一、引言

在用蒸发模型理论评价能谱和激发函数时会发现,能谱的高能成分和激发曲线的高能段,实验值总是比蒸发理论值高,这种偏差用调节参数的方法是得不到解决的,从这里也显示了蒸发模型的局限性。因为蒸发模型的基础是复合核平衡统计理论,核反应的实际过程不仅有复合核的衰变,也有直接与半直接过程,这后一部分用蒸发模型计算就被漏掉了,为弥补其不足部分,J. J. Griffin^[1]首先提出了预平衡统计模型,相继有 M. Blann^[2]等人在这方面作了大量的工作,在总结以往该领域工作的基础上,最近 E. Gadiol^[3]发展为激子模型,用这种新模型计算的能谱和激发曲线与实验值符合得很好。为了检验该模型,本文用激子模型计算了⁸⁹Y(p,n)⁸⁹Zr, ¹⁶⁰Gd(p,n)¹⁶⁰Tb, ¹⁶⁹Tm(p,n)¹⁶⁹Yb 的激发函数,和²⁰⁸Pb(p,n),¹⁸¹Ta(p,n),¹¹⁵In(p,n)的能谱,由我们的计算结果与实验比较表明,用激子模型理论评价能谱和激发函数是成功的。

二、激子模型的主要公式

1. 激子态密度

$$\omega(\beta, \nu, E) = \frac{g(gE)^{\beta+\nu-1}}{\beta! \nu! (\beta+\nu-1)!} \quad (1)$$

$\omega(\beta, \nu, E)$ 是粒子数为 β ,空穴数为 ν ,激发能为 E 的激子态密度^[4]; g 是单粒子态密度。质子入射能量 E_p 所提供的激发能为:

$$E = E_p + B_p \quad (2)$$

B_p 为质子在靶核上的结合能。在本文中为简便起见,忽略了对能。

2. 出射粒子发射率 根据核反应的细致平衡原理,

$$W_{CR} = \frac{N_R}{N_C} W_{RC}^* \quad (3)$$

W_{CR} 是复合核G发射一个粒子后留下余核R的几率; N_C 和 N_R 分别是复合核G和剩余核R态的总数;

$$N_C = \omega(\beta, \nu, E) dE, \quad (4)$$

$$N_R = \omega(\beta-1, \nu, U) dU \omega_i(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (5)$$

$\omega(\beta-1, \nu, U)$ 是剩余核的激子态密度; $\omega_i(\varepsilon) d\varepsilon$ 是在能量 ε 到 $\varepsilon + d\varepsilon$ 之间 i 类自由粒子态数。 $dE \simeq dU$, 将(4), (5)式代入(3)式:

$$W_{CR} = \frac{\omega(\beta-1, \nu, U)}{\omega(\beta, \nu, E)} \omega_i(\varepsilon) W_{i0}^* d\varepsilon \quad (6)$$

$$W_{R0}^* = \frac{v_i}{V} \sigma_i(\beta-1, \nu, U, \varepsilon). \quad (7)$$

(7)式中 $\sigma_i(\beta-1, \nu, U, \varepsilon) \simeq \sigma_i(\varepsilon)$ 称为逆反应截面; $v_i = \left(\frac{2\varepsilon}{\mu_i}\right)^{1/2}$ 为粒子 i 和余核的相对速度; v 为归一化体积。

$$\omega_i(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{V}{4\pi^2 \hbar^3} (2s_i + 1) (2\mu_i)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon. \quad (8)$$

s_i 和 μ_i 为 i 粒子的自旋和约化质量。(7)和(8)式代入(6)式得到 i 粒子的发射几率:

$$W_i(\beta, \nu, E, \varepsilon) d\varepsilon = \frac{2s_i + 1}{\pi^2 \hbar^3} \mu_i \sigma_i(\varepsilon) \varepsilon \frac{\omega(\beta-1, \nu, U)}{\omega(\beta, \nu, E)} d\varepsilon. \quad (9)$$

(9)式中的逆反应截面 $\sigma_i(\varepsilon)$ 取下面的半经验公式:

$$\sigma_i(\varepsilon) = \pi R_i^2 \left(1 + \frac{V_i}{\varepsilon}\right) A^{2/3} \quad (10)$$

$$V_i = \begin{cases} V_n = (2.12 A^{-2/3} - 0.05) / (0.76 + 2.2 A^{-1/3}), \\ \dots V_p = (0.107 Z + 0.73 \mu). \end{cases} \quad (11)$$

R_i 表示发射粒子 i 与剩余核脱离时的有效半径。将(9)式改成宽度表示:

$$\Gamma_i(\beta, \nu, E, \varepsilon) d\varepsilon = \hbar W_i(\beta, \nu, E, \varepsilon) d\varepsilon. \quad (12)$$

$i = n, p$. 对(12)式分别按中子(n)和质子(p)物理量代入, 求积分:

$$\begin{aligned} \Gamma_n(\beta, \nu, E) &= \int_0^{E-B_n} \Gamma_n(\beta, \nu, E, \varepsilon) d\varepsilon \\ &= \frac{2s_n + 1}{2\pi \hbar^2} \frac{\mu_n}{g_C} \left(\frac{g_R}{g_C}\right)^{\alpha-1} R_n^2 A^{2/3} \left(\frac{\varepsilon_{mn}}{E}\right)^{\alpha-1} (\varepsilon_{mn} + \alpha V_n). \end{aligned} \quad (13)$$

这里, B_n 表示中子的结合能; μ_n 为中子的约化质量; g_C, g_R 分别为组合核和剩余核的单个粒子态密度, $g_C = \frac{6}{\pi^2} a$, a 是能级密度参数, 和 A 成比例关系, A 是组合核的核子数; $\varepsilon_{mn} = E - B_n$ 为发射中子的最大能量; $\alpha = \beta + \nu$ 称为激子数; V_n 由(11)式给出; R_n 为有效半径; s_n 为中子的自旋。

$$\begin{aligned} \Gamma_p(\beta, \nu, E) &= \int_{V_p}^{E-B_p} \Gamma_p(\beta, \nu, E, \varepsilon) d\varepsilon \\ &= \frac{2s_p + 1}{2\pi \hbar^2} \frac{\mu_p}{g_C} \left(\frac{g_B}{g_C}\right)^{\alpha-1} R_p^2 A^{2/3} \left(\frac{\varepsilon_{mp} - V_p}{E}\right)^{\alpha-1} (\varepsilon_{mp} - V_p). \end{aligned} \quad (14)$$

ε_{mp} 为发射质子的最大能量; V_p 为库仑位垒, 由(11)式给出; s_p, μ_p, R_p, E_p 与(13)式中有相同的意义, 不同的是(13)式代表中子, 而这里是质子。

3. 内部态跃迁几率 根据时间相关的微扰论, 激子模型所用的内部态跃迁几率化成宽度表示为:

$$\Gamma_{\pm}(\beta, \nu \rightarrow \beta \pm \Delta\beta, \nu \pm \Delta\nu) = 2\pi |M|^2 \omega_{\pm}^{\pm}. \quad (15)$$

(15)式中 $\Delta\beta=\Delta\nu=+1$ 称为增殖跃迁; $\Delta\beta=\Delta\nu=-1$ 称为湮没跃迁。 ω_{\pm} 表示上述两种跃迁到达未态的激子态密度^[5]。

$$\Gamma_{+}(\alpha, E) = \pi |M|^2 \frac{g^3 E^2}{\alpha + 1}, \quad (16)$$

$$\Gamma_{-}(\alpha, E) = \pi |M|^2 \beta \nu (\alpha - 2) g. \quad (17)$$

(16,17)式中跃迁矩阵元平方 $|M|^2 = K E^{-1} A^{-3}$, K 是内部跃迁矩阵元约化参数。

$$\Gamma(\alpha, E) = \Gamma_{+}(\alpha, E) + \Gamma_n(\beta, \nu, E) + \Gamma_p(\beta, \nu, E). \quad (18)$$

上式中没有计算湮没宽度 $\Gamma_{-}(\alpha, E)$, 这就是“不返回”近似。这种近似是假定费米能之下的受激粒子单向的跃迁到费米能之上, 忽略返回的几率。当激子数较少时, $\Gamma_{+}(\alpha, E) \gg \Gamma_{-}(\alpha, E)$, 忽略是允许的。但当激子数增加到最可几激子数时, $\bar{\alpha} = \sqrt{2 g E}$, 预平衡发射部分很小, 而平衡部分由平衡统计理论包括了, 所以忽略 $\Gamma_{-}(\alpha, E)$ 不影响计算精度。

4. (p, n)能谱和激发函数

激子模型计算(p, n)能谱可分成两部分, 一部分是预平衡的贡献, 另一部分是平衡的贡献。计算预平衡(p, n)谱的发射总几率:

$$P(\alpha, E, \varepsilon) d\varepsilon = \frac{\Gamma_n(\alpha_0, E, \varepsilon) d\varepsilon}{\Gamma(\alpha_0, E)} + \sum_{\substack{\alpha=\alpha_0+2 \\ \Delta\alpha=+2}}^{\bar{\alpha}} \left[\prod_{\substack{j=\alpha_0 \\ \Delta j=+2}}^{\alpha-1} \frac{\Gamma_{+}(j, E)}{\Gamma(j, E)} \right] \frac{\Gamma_n(\alpha, E, \varepsilon)}{\Gamma(\alpha, E)} d\varepsilon. \quad (19)$$

(19)式中 α_0 是初始激子数, 在单粒子入射的情况下, 一般取 $\alpha_0=3$, $\Gamma_n(\alpha, E, \varepsilon) d\varepsilon$ 是发射中子的微分宽度。计算平衡态时粒子发射几率为:

$$q(E, \varepsilon) d\varepsilon = \frac{F_n(E, \varepsilon)}{\sum_{i=n, p} F_i(E)}, \quad (20)$$

$$F_i(E, q) d\varepsilon = \frac{2 s_i + 1}{\pi^2 \hbar^3} \mu_i \sigma_i(\varepsilon) \varepsilon \frac{\rho(E - B_i - \varepsilon)}{\rho(E)} d\varepsilon. \quad (21)$$

上式中 $i=n, p$, $\rho(E)$ 是能级密度。

$$\rho(E) = e^{2\sqrt{aE}}. \quad (22)$$

$$F_n(E) = \int_0^{E-B_n} F_n(E, \varepsilon) d\varepsilon. \quad (23)$$

$$F_p(E) = \int_{V_p}^{E-B_p} F_p(E, \varepsilon) d\varepsilon. \quad (24)$$

这里 V_p 是库仑位垒。在(11)式中给出。平衡和预平衡发射率之和为:

$$N(\varepsilon) d\varepsilon = P(\alpha, E, \varepsilon) d\varepsilon + \left[1 - \int_0^{E-B_n} P(\alpha, E, \varepsilon) d\varepsilon \right] q(E, \varepsilon) d\varepsilon. \quad (25)$$

在计算(p, n)激发函数时要注意实验值中包含不包含(p, 2n)的成分, 如果实验值已经扣除了, 理论计算值必须扣除(p, 2n)成分方可比较。

$$I(E) = \int_0^{E-B_n} N(\varepsilon) d\varepsilon - I_{2n}, \quad (26)$$

$$I_{2n} = \int_{E-B_{2n}}^{E-B_n} N(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (27)$$

上面公式中 B_n, B_{2n} 分别为一个和两个中子的结合能。

质子打到靶核上的吸收截面, 可用光学模型计算的穿透系数 $T_l(E)$, 代入复合核形成截面公式来计算^[6]。

$$\sigma_p(E) = \frac{\pi}{k^2} \sum_l^{ab} (2l+1) T_l(E). \quad (28)$$

由上面一系列公式，最后给出(p,n)能谱和激发函数公式：

$$\sigma_{p,n}(E, \varepsilon) = \sigma_p(E) I(E, \varepsilon) d\varepsilon, \quad (29)$$

$$\sigma_{p,n}(E) = \sigma_p(E) I(E). \quad (30)$$

三、计算结果和讨论

我们计算了 $E_p \approx 18$ MeV 的三个核素的能谱 [$^{208}\text{Pb}(p, n)$, $^{181}\text{Ta}(p, n)$ 和 $^{115}\text{In}(p, n)$]，分别示于图 1, 2, 3 上^[7, 11]。从这三个核的能谱看出，激子模型计算的能谱与实验比较符合。其中高能部分是预平衡的贡献，低能部分是平衡的贡献，这和通常核反应理论是完全一致的。

另外，还计算了 $^{89}\text{Y}(p, n)$, ^{89}Zr , $^{160}\text{Gd}(p, n)$, ^{160}Tb , $^{169}\text{Tm}(p, n)$, ^{169}Yb , 30 MeV 以下的激发函数(见图 4, 5, 6)。计算结果与实验的比较表明，蒸发模型符合不好的激发曲线的高能尾端，激子模型的计算结果与实验符合得很好。

在计算中我们主要调节了两个参数：一是内部跃迁矩阵元约化参数 K ；另一是能级密度参数 a 。 K 对曲线形状影响比较敏感，起着调节平衡和预平衡贡献比例的作用。激子模型不需要象混合模型^[12]那样用成分权重因子，因此激子模型比混合模型简单一点。核能级密度参数 a 的作用在一般蒸发模型^[13]中已有论述，在这里只是由于 $g = \frac{6}{\pi^2} a$ ，因此调节

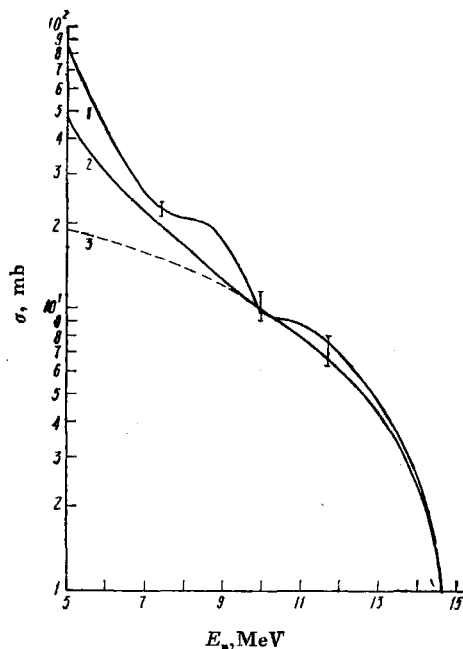


图 1 $^{208}\text{Pb}(p, n)$ 角积分基态中子能谱 $E_p = 17.6$ MeV; 1——实验曲线^[7]; 2——激子模型计算曲线; 3——预平衡部分贡献。

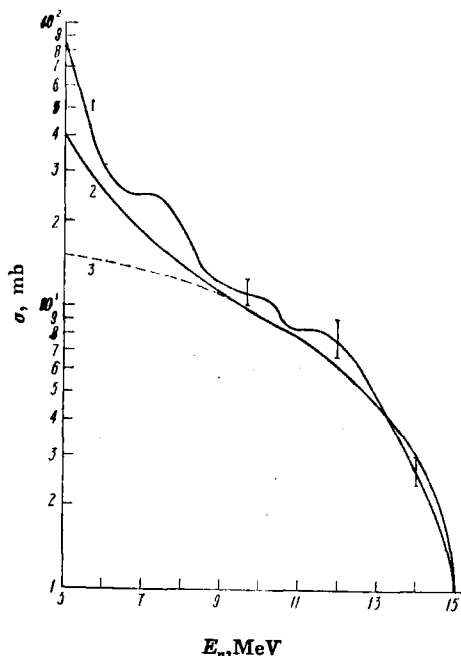


图 2 $^{181}\text{Ta}(p, n)$ 角积分基态中子能谱 $E_p = 18$ MeV; 1——实验曲线^[11]; 2——激子模型理论计算曲线; 3——预平衡部分贡献。

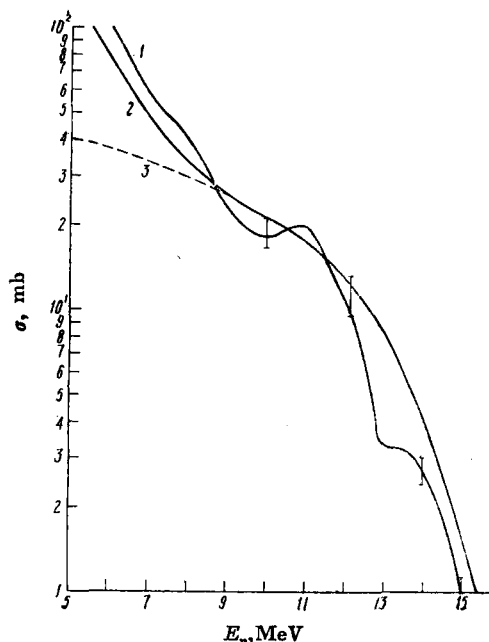


图 3 $^{116}\text{In}(p, n)$ 角积分基态中子能谱
 $E_p = 18.3 \text{ MeV}$; 1——实验曲线^[11];
 2——激子模型计算曲线; 3——预平衡部分贡献。

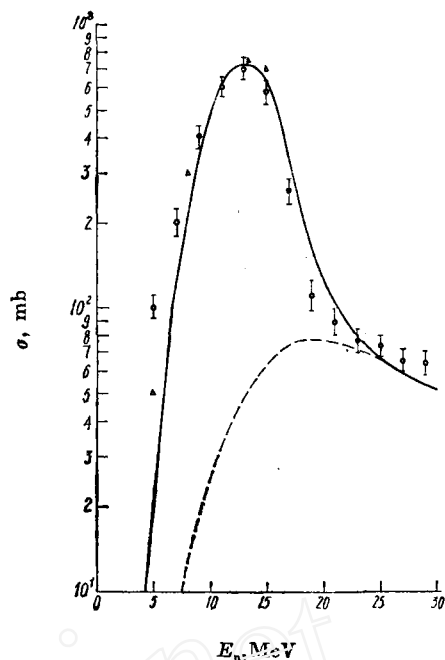


图 4 $^{89}\text{Y}(p, n)^{89}\text{Zr}$ 激发曲线
 ○——[8]; Δ——[10]; ——激子模型计算曲线; -----预平衡部分贡献。

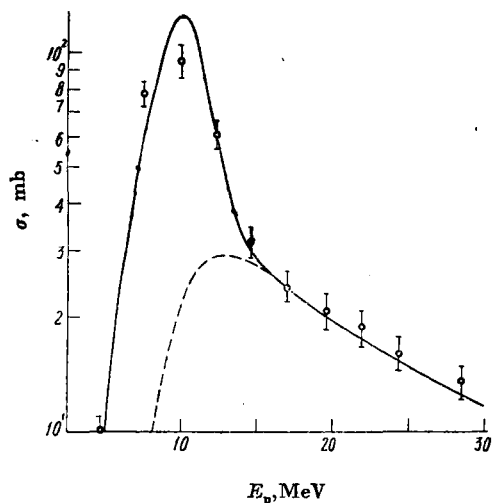


图 5 $^{160}\text{Gd}(p, n)^{160}\text{Tb}$ 激发曲线
 ○——[9]; ——激子模型计算曲线;
 -----预平衡部分贡献。

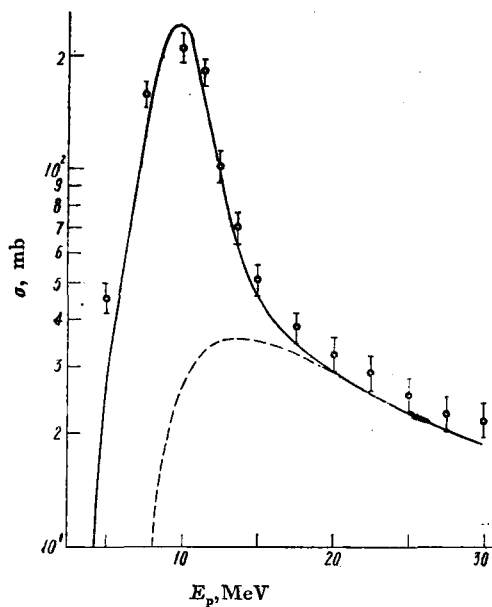


图 6 $^{169}\text{Tm}(p, n)^{169}\text{Yb}$ 激发曲线
 ○——[9]; ——激子模型计算曲线;
 -----预平衡部分贡献。

α 的同时,也联系着单粒子态密度 g 。所以调节 α 对平衡和预平衡两部分都起作用,主要是影响峰的宽容。

虽然激子模型公式简单,但能概括核反应的直接、半直接和平衡的全过程。从计算结果与实验比较来看,激子模型比蒸发模型确实有明显的改进。因此激子模型在评价核数据中是一个有用的理论工具,但其中有很多问题有待今后深入进行研究。

作者感谢卓益忠同志的指导和申庆彪、马丽珍同志的帮助。

参 考 文 献

- [1] J. J. Griffin, *Phys. Rev. Lett.*, **17**, 478 (1966); J. J. Griffin, *Phys. Lett.*, **B24**, 5 (1967).
- [2] M. Blann, *Nucl. Phys.*, **A142**, 559 (1970); M. Blann, *Nukleonika*, **21**, 336 (1976).
- [3] E. Gadioli, *Nukleonika*, **21**, 386 (1976).
- [4] T. Ericson, *Adv. Phys.*, 425 (1960); M. B. Ohming, *Nucl. Phys.*, **A152**, 529 (1970); M. Blann, *Coo-3494-4* (1972), p. 22.
- [5] P. Oblozinsky, *Nucl. Phys.*, **A226**, 347 (1974).
- [6] G. S. Mani, Report GEA No. 2379 (1963).
- [7] V. V. Verbinski & W. R. Burrus, *Phys. Rev.*, **177**, 1671 (1969).
- [8] E. Gadioli et al., *Nucl. Phys.*, **A201**, 579 (1973).
- [9] E. Gadioli et al., *Nucl. Phys.*, **A217**, 589 (1973).
- [10] G. B. Saha, *Phys. Rev.*, **144**, 562 (1966).
- [11] E. Gadioli et al., *Phys. Rev.*, **C14**, 573 (1976).
- [12] 高良俊、施向军、田野, *hsj-75024* (jj), 1977.

(上接第 629 页)

光电倍增管和 Po-Be 中子源测量,在 γ 射线和中子谱分得比较满意的情况下,其中子能量分别可到 350 和 500 千电子伏。结果见图 5,6。

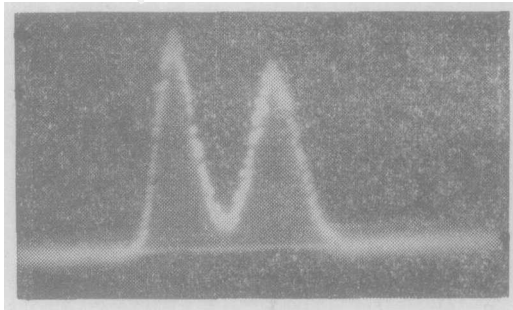


图 5 $\phi 46 \times 20$ 的脉冲形状甄别液体闪烁体和 56 AVP 光电倍增管组成的探头用 Po-Be 中子源测得的中子能量为 350 千电子伏的 n, γ 分辨谱

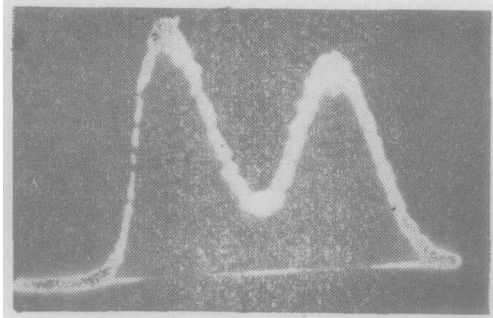


图 6 $\phi 106 \times 50$ 的脉冲形状甄别液体闪烁体和 58 AVP 光电倍增管组成的探头用 Po-Be 中子源测得的中子能量为 500 千电子伏的 n, γ 分辨谱

核性能测量数据是由王清芳、潘仲韬等同志提供的。

参 考 文 献

- [1] G. T. Wright, *Proc. Phys. Soc.*, **49**, 358 (1956).
- [2] E. D. Brooks, *Progress in Nuclear Physics* (Ed. O. R. Frisesh), Pergaman, London, 1956, p. 284.
- [3] R. B. Owen, *IRE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-3**, 3, 189 (1958).
- [4] H. E. Jackson & G. E. Thomas, *Rev. Sci. Instrum.*, **36**, 4, 419(1965).
- [5] R. B. Owen, *IRE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-9**, 3, 85 (1962).
- [6] F. D. Brooks, *Nucl. Instrum. Methods*, **4**, 151 (1959).
- [7] J. W. Leake, UKAEA Report AERE R 4225 (1965).
- [8] D. L. Horrocks, *Applications of Liquid Scintillation Counting*, 1974, p. 47.