

# 应用小指数多项式的 KPCA+零空间人脸识别

郭 恺, 付永生, 冷 严, 侯 剑

(山东大学信号与信息处理研究所, 济南 250100)

**摘要:** 利用小指数多项式核主分量分析(KPCA)提取人脸样本的非线性特征, 提高对光照、姿态及面部表情变化的鲁棒性, 构造训练样本的类内散布矩阵零空间, 在此零空间内找到令类间离散度最大的投影方向, 往此方向投影得到人脸样本的最优分类特征矢量。实验结果表明: 该方法的识别率和对光照、姿态及面部表情变化的鲁棒性比 Fisher 脸方法有显著提高。

**关键词:** 人脸识别; 小指数多项式; 核主分量分析; 零空间

## Face Recognition Combining Null Space Approach and Kernel PCA Including Fractional Power Polynomial Models

GUO Kai, FU Yongsheng, LENG Yan, HOU Jian

(Institute of Signal and Information Processing, Shandong University, Jinan 250100)

**【Abstract】** This paper presents a novel KPCA+Null Space method by integrating the kernel PCA method and the null space of the within-class scatter matrix. The kernel PCA method which extends to include fractional power polynomial models first derives nonlinear features of face samples, then this paper constructs the null space of the within-class scatter matrix, and calculates the optimal discriminating vectors by maximizing the between-class distribution, after the projection of the samples onto the optimal discriminating vectors, it can obtain the optimal discriminating feature vectors. The test results show that the KPCA+Null Space method is superior to Fisher face method in terms of recognition accuracy and stability to the variations between the images of the same face due to illumination, expression and viewing direction.

**【Key words】** Face recognition; Fractional power polynomial models; Kernel principal component analysis(KPCA); Null space

人脸识别研究起始于 20 世纪 70 年代末, 从 90 年代开始成为计算机科学和信息技术领域的研究热点, 在过去的 20 年中提出了很多方法, 并在身份鉴别、信息安全检查、人机智能交互等方面得到广泛应用。

Fisher 脸方法<sup>[1]</sup>由 PCA+LDA 两步组成, 很好地克服小样本问题<sup>[1]</sup>, 在现实应用中极为广泛。但 Fisher 脸方法有两方面不足: (1) 它是一个线性方法, 在处理非线性问题即光照、姿态及面部表情变化比较大时, 鲁棒性不高; (2) 为避免小样本问题, 舍弃含有重要分类信息的类内散布矩阵零空间, 而实验表明类内散布矩阵零空间内含有重要的分类信息。

KPCA 方法<sup>[2]</sup>通过将非线性可分人脸样本映射到高维特征空间, 使其以较高概率线性可分, 然后应用 PCA 方法提取人脸样本的非线性特征。Liu Chengjun 提出基于 Gabor 小波的小指数多项式 KPCA 方法<sup>[3]</sup>, 实验结果表明, 在应用 Gabor 小波的基础上, 小指数多项式 KPCA 提取非线性特征能力优于指数取正整数的多项式 KPCA。

针对 Fisher 脸方法的两方面不足, 结合小指数多项式 KPCA 方法, 本文提出了小指数多项式 KPCA+零空间方法, 首先利用小指数多项式 KPCA 提取人脸样本的非线性特征, 然后构造训练样本的类内散布矩阵零空间, 在此零空间内找到令类间离散度最大的投影方向, 往此方向投影得到人脸样本的最优分类特征矢量。应用此方法在 AR 人脸库和 ORL 人脸库上实验结果表明: 多项式指数取(0,1)之间小数的 KPCA+零空间方法提取特征能力优于多项式指数取正整数的 KPCA+零空间方法, 且其识别效果和对光照、姿态及面部表情变化的鲁棒性均优于 Fisher 脸方法。

### 1 小指数多项式 KPCA

#### 1.1 核主分量分析(KPCA)

由 Cover 定理<sup>[4]</sup>可知: 输入空间中的非线性可分模式, 可以通过非线性函数  $\Phi$  映射到高维特征空间, 使得在特征空间中模式以较高的概率是线性可分的。

给定  $R^n$  空间中  $M$  个训练样本  $x_1, x_2, \dots, x_M$ , 通过非线性函数  $\Phi$  映射到特征空间  $H$  中为  $\Phi(x_1), \Phi(x_2), \dots, \Phi(x_M)$ , 并令  $Q = (\Phi(x_1), \Phi(x_2), \dots, \Phi(x_M))$ , 则在特征空间  $H$  中的协方差矩阵为

$$S_t^\Phi = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (\Phi(x_j) - m_0^\Phi)(\Phi(x_j) - m_0^\Phi)^T \quad (1)$$

其中:  $m_0^\Phi = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Phi(x_j)$ ,  $S_t^\Phi$  的本征值  $\eta$  对应的本征向量为  $\beta$ , 则

$$S_t^\Phi \beta = \eta \beta \quad (2)$$

对应于  $\eta \neq 0$  的所有本征向量落在由  $\{\Phi(x_i)\}_{i=1}^M$  集合生成的空间中, 因此存在一组相应的系数  $\alpha = \{\alpha_i\}_i^M$ , 使得

$$\beta = \sum_{i=1}^M \alpha_i \Phi(x_i) = Q \alpha \quad (3)$$

**作者简介:** 郭 恺(1983 -), 男, 硕士生, 主研方向: 人脸识别, 数字图像处理; 付永生, 教授; 冷 严、侯 剑, 硕士生

**收稿日期:** 2005-11-17 **E-mail:** guokai@sdu.edu.cn

将式(1)和式(3)代入式(2)中,整理后得到

$$(Q^T Q - I_M Q^T Q - Q^T Q I_M + I_M Q^T Q I_M) \alpha = M \eta \alpha \quad (4)$$

其中:  $I_M$  为元素均为  $1/M$  的  $M \times M$  矩阵。

Schölkopf 等<sup>[5]</sup>引入了Kernel方法, 高维特征空间中两个向量的内积可在输入空间中利用一个核函数  $k$  计算得到

$$\Phi(x_i)^T \Phi(x_j) = k(x_i, x_j) \quad (5)$$

将式(5)代入式(4), 并定义  $M \times M$  Gram 矩阵

$$\tilde{G} = Q^T Q,$$

$$\text{其元素: } \tilde{G}_{i,j} = \Phi(x_i)^T \Phi(x_j) = k(x_i, x_j) \quad (6)$$

则式(4)可重写为

$$(\tilde{G} - I_M \tilde{G} - \tilde{G} I_M + I_M \tilde{G} I_M) \alpha = M \alpha \quad (7)$$

令  $G = \tilde{G} - I_M \tilde{G} - \tilde{G} I_M + I_M \tilde{G} I_M$ ,  $\lambda = M \eta$ 。则  $G$  为  $\tilde{G}$  归一化后的 Gram 矩阵

式(7)可重写为

$$G \alpha = \lambda \alpha \quad (8)$$

其中系数向量  $\alpha$  起到矩阵  $G$  的本征向量的作用, 计算出  $G$  的  $d$  个最大的正本征值  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d$  对应的本征向量  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_d$ , 因系数向量是归一化的, 等价于将矩阵  $G$  的本征向量利用下式归一化

$$\alpha_j^T \alpha_j = \frac{1}{\lambda_j}, \quad j = 1, 2, \dots, d \quad (9)$$

由式(3)和式(9),  $S_j^{\Phi}$  的  $d$  个最大的正本征值对应的本征向量  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_d$  可表示为

$$\beta_j = \frac{1}{\sqrt{\lambda_j}} [\Phi(x_1), \dots, \Phi(x_M)] \alpha_j, \quad j = 1, \dots, d \quad (10)$$

将  $\Phi(x)$  投影到  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_d$  展成的空间中, 得到训练样本  $x$  的 KPCA 特征矢量为

$$y = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_d)^T \Phi(x) \quad (11)$$

其第  $j$  个分量值为

$$y_j = \beta_j^T \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_j}} \alpha_j^T (\Phi(x_1), \dots, \Phi(x_M))^T \Phi(x) \\ = \frac{1}{\sqrt{\lambda_j}} \alpha_j^T [k(x_1, x), k(x_2, x), \dots, k(x_M, x)] \quad j = 1, \dots, d \quad (12)$$

## 1.2 小指数多项式核函数

根据Mercer定理<sup>[4]</sup>, 函数  $k$  可以作为核函数的充分必要条件是: 从给定输入空间中的有限数据集  $x_1, x_2, \dots, x_M$ , 求得的 Gram 矩阵  $\tilde{G}$  ( $\tilde{G}_{i,j} = k(x_i, x_j)$ ) 是半正定的。

根据这一条件, 3 类核函数被广泛应用: 多项式核函数, 高斯核函数和 Sigmoid 核函数。本文使用多项式核函数

$$k(x, y) = (x \cdot y)^p \quad (13)$$

$p=1$  时, KPCA 提取特征效果相当于 PCA。本文令指数  $p$  取  $(0,1)$  之间的小数, 称为小指数多项式 KPCA<sup>[3]</sup>, 实验结果表明, 多项式指数取  $(0,1)$  之间小数的 KPCA+零空间方法提取特征能力优于多项式指数取正整数的 KPCA+零空间方法。为保证提取出的小指数多项式 KPCA 特征矢量为实值, 只应用

Gram 矩阵  $\tilde{G}$  的对应正本征值的本征向量。

## 2 小指数多项式 KPCA+零空间方法

由小指数多项式 KPCA 方法得到代表训练样本  $X$  的 KPCA 特征矢量  $Y$ 。则类间散布矩阵  $S_B$  和类内散布矩阵  $S_W$  分别为

$$S_B = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^C l_k (m_k - m_0)(m_k - m_0)^T \quad (14)$$

$$S_W = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^C \sum_{j=1}^{l_k} (y_{kj} - m_k)(y_{kj} - m_k)^T \quad (15)$$

其中  $y_{kj}$  表示第  $k$  类中的第  $j$  个特征矢量,  $l_k$  是类  $k$  内特征矢量的个数,  $m_k$  为类  $k$  的特征矢量的均值,  $m_0$  为所有特征矢量的均值。

首先构造  $S_W$  的零空间  $\theta_w$ , 类间散布矩阵  $S_B$  投影在  $\theta_w$  内为  $\tilde{S}_B$ , 然后计算最优分类投影方向使类间散布最大:

$$J_B(W_{\text{opt}}) = \arg \max_W |W^T \tilde{S}_B W| \quad (16)$$

具体算法步骤如下:

第 1 步 利用 KPCA 将输入空间  $R^n$  中人脸样本  $x$  转换到  $R^d$  空间中特征矢量  $y$ , 其中, 多项式核函数指数取  $(0,1)$  之间的小数,  $d = M - 1$ ,  $M$  为训练样本个数。

第 2 步 在  $R^d$  空间中, 利用训练样本构造类间散布矩阵  $S_B$  和类内散布矩阵  $S_W$ , 计算  $S_W$  的本征向量  $\gamma_1, \dots, \gamma_d$ , 假定  $q$  为  $S_W$  的秩。令  $P = (\gamma_{q+1}, \dots, \gamma_d)$ , 则  $\tilde{S}_B = P^T S_B P$ , 根据式(16)判别准则, 为使类间散布最大, 计算出  $\tilde{S}_B$  的  $s$  个最大的正本征值对应的本征矢量  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_s$ , 其中  $s \leq C - 1$ ,  $C$  为训练样本类别数目。

第 3 步 令  $U = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_s)$ , 则最优分类投影方向  $W_{\text{opt}} = PU$ , 计算代表各幅人脸的最优分类特征矢量  $z = W_{\text{opt}}^T y = U^T P^T y$ 。

第 4 步 应用最小距离分类器(采用欧氏距离)对识别样本进行分类。

## 3 实验结果

实验基于 AR(部分)人脸库和 ORL 人脸库。我们从 AR 人脸库中取 50 人, 每人取光照及面部表情相差较大 12 幅图像。ORL 人脸库共有 40 人, 每人 10 幅, 人脸姿态及表情变化比较复杂。在进行实验前, 图像均经由自动人脸检测、自动眼睛定位、校准(根据两眼位置)、大小归一化(AR 人脸  $64 \times 64$ , ORL 人脸  $48 \times 48$ )前期处理, 如图 1 所示。



图 1 前期处理后部分人脸图像

在 AR 人脸库上我们从每人的 12 幅图像中分别随机选取 2 幅、3 幅、4 幅、5 幅、6 幅作为训练样本, 剩余用来识别, 在 ORL 人脸库上从每人 10 幅中分别随机选取 2 幅、3 幅、4

幅、5幅作为训练样本，剩余用来识别。用KPCA+零空间方法计算识别结果，其中多项式核函数的指数 $p$ 的取值分别为0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 2, 3。对以上过程运行10次，取平均运行结果，分别如表1、表2所示。

表1 KPCA+零空间法10次平均识别率(基于AR人脸库)

训练样本数目	KPCA+零空间法 多项式核函数指数 $p$ 的取值						
	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2	3
2	62.00	59.42	58.08	57.06	55.54	46.32	37.88
3	73.78	75.62	75.91	76.00	75.13	66.67	59.24
4	82.43	83.80	84.63	84.68	84.38	74.26	69.74
5	83.07	85.29	86.22	86.57	86.50	83.29	74.57
6	79.50	85.25	88.09	89.98	89.92	87.58	82.75

表2 KPCA+零空间法10次平均识别率(基于ORL人脸库)

训练样本数目	KPCA+零空间法 多项式核函数指数 $p$ 的取值						
	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2	3
2	85.60	86.32	84.86	84.38	84.06	83.44	80.63
3	86.43	88.21	89.69	90.36	88.86	87.25	85.37
4	93.75	93.33	93.66	94.17	94.10	93.33	92.92
5	95.55	95.23	95.54	96.68	96.04	95.12	94.37

由表1和表2结果可以看出,应用小指数多项式KPCA+零空间方法时,识别率高于指数 $p$ 取正整数多项式KPCA+零空间方法。在AR人脸库上实验时,当每人选取2幅、3幅、4幅、5幅、6幅训练,对应 $p$ 取0.2、0.8、0.8、0.8、0.8时的识别率最高;在ORL人脸库上实验时,当每人选取2幅、3幅、4幅、5幅训练,对应 $p$ 取0.4、0.8、0.8、0.8时的识别率最高。并将最佳结果与Fisher脸方法进行比较,结果如表3所示。

表3 Fisher脸方法与本文方法在AR和ORL人脸库上实验10次平均识别率

识别方法	基于AR人脸库实验					基于ORL人脸库实验			
	训练样本数目					训练样本数目			
	2	3	4	5	6	2	3	4	5
Fisher脸	48.11	69.38	82.56	84.43	87.25	78.75	85.71	91.06	94.5
本文方法	62.00	76.00	84.68	86.57	89.98	86.32	90.36	94.17	96.68

由表3结果可以看出,在AR人脸库上每人选取6幅训练和在ORL人脸库上每人选取5幅训练时,训练样本涵盖比

较多的光照、面部表情和姿态变化,Fisher脸方法与本文方法识别率相差不大,差值分别为2.74和2.18个百分点。随着训练样本数目的减少,训练样本涵盖的光照和面部表情变化逐渐减少,Fisher脸方法与本文方法识别率差值逐渐增大,当每人只选取2幅训练图像时,识别率之差可达到13.89和7.57个百分点,说明本文提出的小指数KPCA+零空间方法不仅识别率高于Fisher脸方法,而且对于光照、面部表情和姿态变化的鲁棒性强于Fisher脸方法。

#### 4 结论

本文提出的方法利用小指数多项式KPCA提取人脸样本的非线性特征,构造训练样本的类内散布矩阵零空间,在此零空间内找到类间离散度最大的投影方向,往此方向投影得到人脸样本的最优分类特征矢量。在AR和ORL人脸库上实验发现,对比Fisher脸方法,本文方法不仅识别率高于Fisher脸方法,而且对于光照和面部表情变化的鲁棒性强于Fisher脸方法。

#### 参考文献

- Swets D L, Weng J. Using Discriminant Eigenfeatures for Image Retrieval[J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, 18(8): 831-836.
- Kim I K, Jung K, Kim H J. Face Recognition Using Kernel Principal Component Analysis[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(2).
- Liu Chengjun. Gabor-based Kernel PCA with Fractional Power Polynomial Models for Face Recognition[J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 25(5).
- Haykin S. Neural Networks: A Comprehensive Foundation(2<sup>nd</sup> Edition)[M]. Pearson Press, 1999.
- Schölkopf B, Smola A, Müller K R. Nonlinear Component Analysis as a Kernel Eigenvalue Problem[J]. Neural Computation, 1998, 10(5): 1299-1319.

(上接第188页)

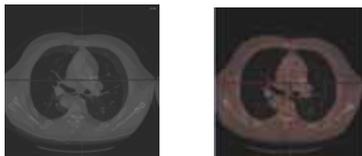


图3 时间序列的例子

为了评价精确度,依然采用了在实验2中选取特征点的方法。结果如表3所示,其中,Dis.1、Dis.2分别代表使用传统MI准方法和我们配准方法特征点之间的距离。这个实验同样证明改进的多步骤配准方法比传统MI方法更为有效。

表3 实验3中两种方法特征点之间的距离(mm)

	Min	Max	Media	time
Dis.1	0.3	1.9	2.35	24.7
Dis.2	0.2	1.82	2.18	42

#### 3 结论

本文提出了最优化的多步骤MI配准方法,分别在单模、多模和时间序列的医学图像中进行了测试。实验证明该方法在临床的图像配准应用中比传统的MI方法更有效。但是,

把位移、旋转和放缩在配准过程中分离出来需要更多的参数。这就需要用户根据参考和测试图像在空间上的特点来调节这些参数。我们希望将来能通过统计分析的方法更简便地定义这些复杂的参数,从而把该方法应用到实时临床程序中。

#### 参考文献

- Frederik M, Andre C, Dirk V. Multi-modality Image Registration by Maximization of Mutual Information[J]. IEEE Trans. on Medical Imaging, 1997, 16(2): 187-198.
- Collignon A. Automated Multimodality Medical Image Registration Using Information Theory[C]. Proc. of Information Processing in Medical Imaging, Computational Imaging and Vision, 1995: 263-274.
- Pluim J P W, Maintz J B A, Viergever M A. Image Registration by Maximization of Combined Mutual Information and Gradient Information[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2000, 19(8): 809-814.
- Thévenaz P, Unser M. Optimization of Mutual Information for Multiresolution Image Registration[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(12): 2083.