

# 驻波加速结构有效分路阻抗 $ZT^2/Q$ 的实验确定

周立农

(中国科学院高能物理研究所)

本文对应用微扰理论的实验确定驻波加速结构  $ZT^2/Q$  作了讨论, 并给出具体计算公式。对斜率法和直接求  $k$  法确定  $ZT^2/Q$  作了比较。使用不同的微扰体得到的结果, 最大偏差不超过 10%; 同一方法而微扰体不同所得的结果的偏差小于 3%。同时对镜像效应作了讨论。

## 一、引言

作为直线加速器主体的加速结构, 鉴于其本身的复杂性, 对它的电动力学特性的理论估计通常是近似的。因此, 必须求助于参数的实验测定来判断理论设计是否合适, 并予修正。分路阻抗或有效分路阻抗是主要参数之一, 故实验技术是必不可少的。

对于行波加速器而言, 分路阻抗的计算和测量有过不少报道。这里主要讨论驻波加速器的有效分路阻抗  $ZT^2$ 。我们知道, 对于行波加速器, 电子在能量达到几个 MeV 后基本上位于某一恒定相位和电场。但在驻波情形下, 穿过加速腔的电子未能在整个时间到达场的最大值, 这意味着分路阻抗的降低。故通常用单位长度有效分路阻抗  $ZT^2$  来表示。对于无耦合孔时的加速腔,  $ZT^2$  的理论计算的精度可达 5%<sup>[1,2]</sup>。但实际上的加速结构存在耦合孔, 截至目前, 理论上尚不能计算耦合孔对结构  $ZT^2$  的影响。此外, 由于加工等种种原因引起的  $ZT^2$  变化也不是理论所能精确估计, 最后得由实验来确定。下面将讨论应用微扰理论, 用实验方法来确定箭形截面耦合腔双周期加速结构<sup>[3]</sup>的  $ZT^2/Q$  值。

## 二、 $ZT^2/Q$ 表达式的推导

加速腔沿轴  $z$  的电场分布如图 1 所示。可见, 沿  $z$  轴的场分布是  $z$  的函数, 而不是常电场分布。假定粒子以常速  $v$  通过腔, 则对  $\pi$  渡越角有  $\omega L/v = \omega t = \pi$  ( $L$  为加速腔长), 那末轴上场可写为:

$$E(z, t) = E(z) \sin \omega t = E(z) \sin \frac{\pi z}{L}. \quad (1)$$

当腔中置一微扰体时, 由 Slater 微扰理论<sup>[4]</sup>, 腔的谐振频率为:

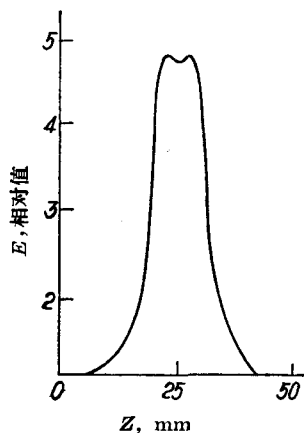


图 1 加速腔中轴 z 向电场分布

$$f^2 = f_0^2 \left[ 1 + \frac{k \int_{\Delta\tau} (\mu H^2 - \varepsilon E^2) d\tau}{\int_V (\mu H^2 + \varepsilon E^2) dV} \right]$$

$$= f_0^2 \left[ 1 + \frac{k \int_{\Delta\tau} (\mu H^2 - \varepsilon E^2) d\tau}{2U} \right]. \quad (2)$$

式中  $f_0, f$  分别为放置微扰体前后腔的谐振频率;  $\Delta\tau$  为微扰体体积;  $U$  为腔储能;  $k$  为微扰体形状因子。设  $\Delta\tau$  很小, 微扰体所在位置的  $H=0$  及  $E = \text{常数}$ , 则式(2)变为:

$$-\frac{\delta f(z)}{f} = \frac{\varepsilon k \Delta\tau E^2(z)}{4U}. \quad (3)$$

又腔的品质因数  $Q = \omega U / P$ ,  $\omega$  为角频率,  $P$  为腔损耗功率, 则由上式得  $E(z)$  的表示式:

$$E(z) = \left[ \frac{240}{k\Delta\tau} \left( -\frac{\delta f(0)}{f} \right) Q P \lambda \left( \frac{\delta f(z)}{\delta f(0)} \right) \right]^{1/2}. \quad (4)$$

因此, 粒子通过长度  $L$  的加速腔获得能量  $\Delta\varepsilon$  为:

$$\Delta\varepsilon = \int_0^L E(z, t) dz = \left[ \frac{240}{k\Delta\tau} \left( -\frac{\delta f(0)}{f} \right) Q P \lambda \right]^{1/2} \cdot \int_0^L \left( \frac{\delta f(z)}{\delta f(0)} \right)^{1/2} \sin \frac{\pi z}{L} dz. \quad (5)$$

腔的单位长度有效分路阻抗定义为<sup>[1]</sup>:

$$ZT^2 = (\Delta\varepsilon)^2 / P. \quad (6)$$

式中  $Z$  为单位长度分路阻抗;  $T$  为渡越时间因子。由式(5)和(6)得:

$$\frac{ZT^2}{Q} = \frac{240 \lambda L}{k\Delta\tau} \left( -\frac{\delta f(0)}{f_0} \right) \cdot \left\{ \int_0^L \left[ \frac{\delta f(z)}{\delta f(0)} \right]^{1/2} \frac{\sin \frac{\pi z}{L}}{L} dz \right\}^2, \quad (7)$$

式中  $\lambda$  为自由空间波长。由式表明, 比值  $ZT^2/Q$  仅依赖于腔的几何形状, 而与材料或负载无关。故没有包含腔壁损耗。这意味着使用可拆卸模型的方法得到的  $ZT^2/Q$  的误差并不依赖于电流接触的质量, 可拆卸模型的连接质量对场分布没有感知的影响, 使得模型可以做得粗糙些。对于实际的加速结构, 其  $Q$  值可以用测量通过腔而作为频率的函数的功率传输方法来测定。使用很欠耦合如小的耦合环,  $Q$  值由既简单又精确的半功率点的宽度直接给出:

$$\frac{1}{Q} = \left( \frac{\Delta f}{f} \right)_{\text{半功率点}}.$$

### 三、计算方法和实验结果

由式(7)知道, 讨论具有变化场的加速结构的  $ZT^2/Q$  可由两个分别的微扰实验来确定<sup>[5]</sup>。第一个实验利用腔端面上的活塞测量频率变化或定标  $k$ ; 第二个实验用合适的微扰体确定沿积分路径的相对场强。把式(7)右边乘积的两项分别记为:

$$F[\delta f(0)] = \frac{240 \lambda L}{k\Delta\tau} \left( -\frac{\delta f(0)}{f_0} \right); \quad (8)$$

$$[F(z)]^2 = \left\{ \int_0^L \left[ \frac{\delta f(z)}{\delta f(0)} \right]^{1/2} \cdot \frac{\sin \frac{\pi z}{L}}{L} dz \right\}^2 \quad (9)$$

**1.  $F[\delta f(0)]$  的计算** 由于加速腔在轴  $z$  上的磁场为零, 故采用沿轴电场不变的微扰理论来处理。这里采用下面两种方法。

(1) 斜率法。所谓斜率法就是让腔中的微扰体体积以某种形式趋于零, 此时频率趋于固有频率,  $k$  趋于 1, 从而得到频率与微扰体的关系曲线在微扰体体积消失点上的斜率。图 2 为实验装置示意图。耦合孔直径取 4 mm, 两孔对称地放在端面上。两耦合环伸进腔内分别为 0.7 mm 和 0.6 mm。做了这样的处理, 它们产生的误差可以忽略不计。半径为 2.6 mm 的铜活塞用带有千分尺的螺旋来调动进腔和出腔。这样做提高了精度并确定活塞在零位置时的曲线斜率。圆柱活塞体积  $\Delta v = \pi r^2 \cdot \Delta l$ ,  $r, l$  分别为活塞半径和长度。图 3 表示  $f_0 = 2844$  MHz 腔的活塞长度  $\Delta l$  与腔频率变化  $\delta f$  的关系曲线。由图得  $\Delta l = 0$  位置上的斜率  $\delta f(0)/\Delta l = 18$  MHz, 代入式(8)得  $F[\delta f(0)] = 1.934 \times 10^4 \Omega/m$ 。

应当指出, 活塞半径  $r$  若过大, 则不满足近轴假设, 结果带来大的误差。同样,  $r$  过小也会带来测量误差。半径  $r$  的大小可通过对不同半径的活塞的实验根据误差要求来确定, 或根据被测腔的电磁场分布按式(3)算出, 也可由下式  $k$  的修正因子来检验<sup>[6]</sup>,

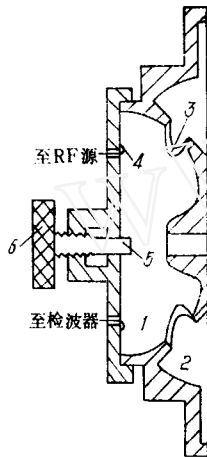


图 2 斜率法实验装置示意图  
1—加速腔；2—耦合腔；3—加速腔与耦合腔间的耦合孔；4—耦合环；5—活塞；6—带千分尺螺旋。

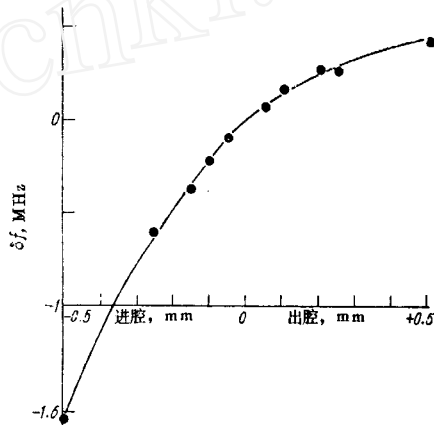


图 3 圆柱活塞位置与频率变化的关系曲线

$$k = 1 - 9.87 \left( \frac{r}{\lambda} \right)^2 \left( 1.5 - \frac{1}{\beta^2} \right).$$

式中  $\lambda, \beta$  分别为被测腔的波长和相对于光速的速度。我们这里  $\beta = 1$ , 故由上式得修正的扰动形状因子  $k = 0.9933$ , 可见, 由  $k$  带来的误差不足 1%。活塞半径  $r$  选为 2.6 mm 是允许的。

(2) 直接求  $k$  法。对于形状既简单又规则的金属导体的形状因子  $k$  可由理论计算<sup>[7]</sup>。但由于加工等原因给计算带来误差, 故用实验确定  $k$  值仍是必要的。

$k$  值可利用标准腔如  $\text{TM}_{010}$  圆柱腔来确定。表 1 列入了几种微扰体  $k$  的测量值和计算值及  $F[\delta f(0)]$  值。

表 1 几种微扰体的  $k$  的测量值和计算值及  $F[\delta f(0)]$  值

微 扰 体	$k$		$F[\delta f(0)], \times 10^4 \Omega/m$
	测 量	计 算	
$\phi 3$ 铜 球	3.01	3	195
$\phi 4$ 铜 球	2.98	3	200
$\phi 4$ 介质球	1.06	—	200
直径 5, 长 4 的铜盘	3.36	3.37	201

2.  $F(z)$  的计算 为计算积分值, 再次应用微扰理论。由微扰体沿轴  $z$  移动, 频率随  $z$  的关系曲线将被测得。测量装置如图 4。图 5 表示相对场强随轴  $z$  的变化曲线(曲线 1)。等效间隙选为半腔长, 因此, 曲线 1 下面的矩形面积的高度即为  $F(z)$  值。把由斜率法得到的(或由直接求  $k$  法)(表 1)得到的  $F[\delta f(0)]$  和  $F(z)$  代入式(7)最后得  $ZT^2/Q$  值。

渡越时间因子  $T$  为:

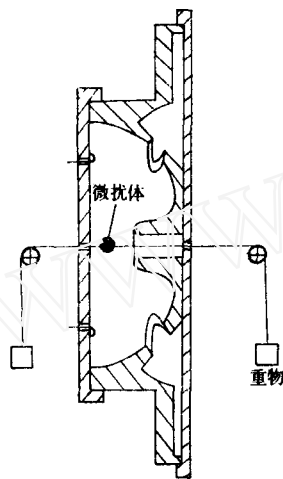


图 4  $F(z) \sim z$  关系曲线的微扰法装置示意图

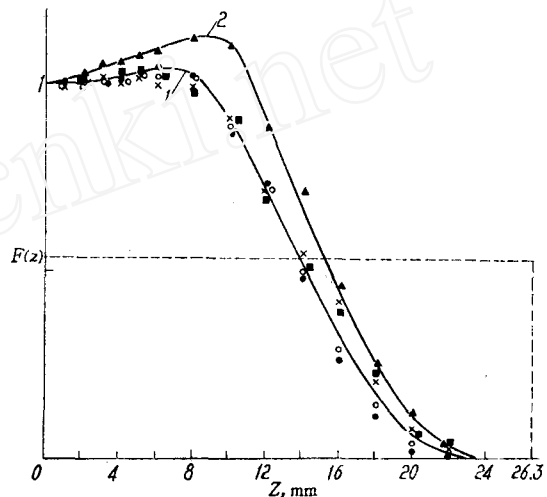


图 5 相对场强沿腔轴  $z$  的分布曲线

1— $\left[\frac{\delta f(z)}{\delta f(0)}\right]^{1/2} \frac{\sin \frac{\pi z}{L}}{L/2} \sim z$ ; 2— $\left[\frac{\delta f(z)}{\delta f(0)}\right]^{1/2} \sim z$ ;  
 $F(z)$ : 介质球 ( $\circ$ ) 0.529, 铜球  $\phi 4$  ( $\bullet$ ) 0.538, 铜球  $\phi 3$  ( $\blacksquare$ ) 0.535, 铜盘 ( $\times$ ) 0.530,  $\bar{F}(z) = 0.533$ ;  $\blacktriangle$ —  
 四种扰动体相对频率变化的均方根值。

$$T = \frac{\int_0^L \left[\frac{\delta f(z)}{\delta f(0)}\right]^{1/2} \cdot \frac{\sin \frac{\pi z}{L}}{L} dz}{\int_0^L \left[\frac{\delta f(z)}{\delta f(0)}\right]^{1/2} dz} \quad (10)$$

可见, 分子即为  $F(z)$  值, 分母是相对电场强度随  $z$  变化的函数, 如图 5 曲线 2 所示。式(10)所表示的渡越时间因子  $T$  即是图 5 中曲线 1 和 2 下面的面积比值。 $T$  的测量值列于表 2。

对于腔长  $L = 52.48 \text{ mm}$ ,  $f_0 = 2844 \text{ MHz}$ , 加速腔与耦合腔间的耦合孔面积为  $200 \text{ mm}^2$  的加速腔列, 使用四种微扰体, 测得的  $ZT^2/Q$  值列于表 2。

表 2 不同微扰体测得的  $ZT^2/Q$  和  $T$  值

微 扰 体	$ZT^2/Q, \Omega/cm$			$T$	
	斜 率 法	求 $k$ 法	均 方 根 值	测 量	计 算
$\phi 3$ 铜 球	55.5	56	55.7	0.806	0.797
$\phi 4$ 铜 球	56	58	56.8	0.808	0.797
$\phi 4$ 聚四氟乙稀	53	56	54.4	0.803	0.797
直径 5, 长 4 mm 铜盘	54.5	56.5	55.6	0.805	0.797
均方根值	54.5	56.5	55.6	0.805	

由表看出, 使用不同方法和不同微扰体所得  $ZT^2/Q$  值彼此间最大偏差为 9.5%。求  $k$  法和斜率法结果相差约 3%。这样的偏差认为是满意的。

### 四、讨 论

我们知道,  $ZT^2/Q$  的测量归结为频率的测量, 所采用的谐振法由于其他寄生波型不能满足产生寄生振荡的谐振条件, 故有着较高测量精度。另一方面, 应注意除了正确使用微扰体尺寸远小于谐振波长外, 必须尽量减少测量系统和方法中可能出现的各种误差。

前面应用的微扰理论把引进微扰体后腔中的场当作未被扰动的静电场那样来处理, 故频率偏移正好是  $E^2\Delta\tau/U$  的简单比值。实际上, 当腔中引进扰动体后, 产生的频偏由  $\int_{\Delta\tau} E_1 \cdot E_2 d\tau$  度量,  $E_1$  和  $E_2$  分别为引进扰动体前后腔中的场。可见, 由于  $E_2$  的计算对于处在平行场中的扰动体不再是静电场的情况, 特别当微扰体接近端板时由于微扰体构成镜象作用使计算成为困难。如果微扰体尺寸远小于波长且也小于距腔端板的距离, 那末静电

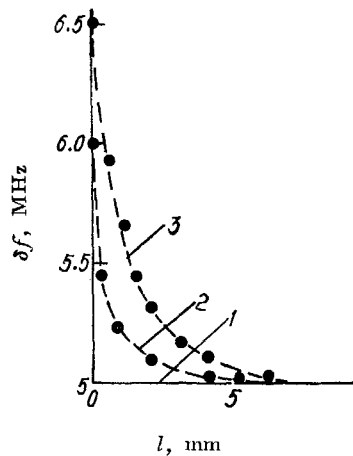


图 6 镜象效应所产生的频率偏移与微扰体在腔轴上距端板距离  $l$  的关系曲线  
曲线在铜盘产生的频偏上归一化  
1— $\phi 4$  聚四氟乙稀球; 2— $\phi 4$  铜球; 3— $\phi 5.2 \times 4$  mm 铜盘; --- 镜象效应部分; —— (轴横) 没有镜象效应。

近似仍然有效。显然, 当扰动体接近端板时必须给予校正。图 6 示出了三种扰动体在  $TM_{010}$  圆柱腔中观察到的镜象效应。聚四氟乙稀球 (曲线 1) 未观察到镜象效应。另外两个金属扰动体, 愈接近端板, 由于镜象作用所产生的频率偏差愈大。扰动体在腔轴上移动。当离开端板距离大于 6 mm 后镜象效应消失。由图 6 看到, 当扰动体接近腔端面时, 金属盘的镜象作用引起高达 30% 的频偏, 金属球有 20%。微扰体积愈大, 镜象效应也愈大。由式 (7) 知道, 直接求  $k$  法的  $ZT^2/Q$  的误差与镜象效应成正比, 因此必须给予校正。式 (7) 右边的积分项, 它不带有形状因子  $k$ , 是电场的相对值, 不大的镜象效应带来的  $\delta f(0)$  误差对整个积分所引起的作用可忽略不计。

其他的如腔的不精确调谐、微扰体在腔中位置的不精确、由于微扰体所引起的电磁场畸变及射频源频率的不稳定等带来的误差, 在对测量回路和微扰体作修正后, 得到频偏的测量误差不大于 2%,  $ZT^2/Q$  误差不大于 10% 的满意结果。  
(下转第 365 页)

- [3] F. Helus et al., *Radiopharmaceuticals and labelled compounds*, 1, 317 (1973).  
 [4] D. J. Silvester et al., *Int. J. Appl. Radiat. Isot.*, 21, 630 (1970).  
 [5] S. J. Nassiff et al., *Radiochem. Radioanal. Lett.*, 12 (6), p 353 (1972).  
 [6] David C. Williams et al., *Phys. Rev.*, 130, 256 (1963).  
 [7] M. Vlatkovic et al., *Int. Appl. Radiat. Isot.*, 26, 377 (1975).  
 [8] L. C. Brown, *Ibid*, 24, 651 (1973).  
 [9] J. R. Dahl et al., *Ibid*, 23, 431 (1972).  
 [10] R. D. Neirinckx, *Ibid*, 27, 1 (1976).  
 [11] Johannes, Steyn et al., *Ibid*, 24, 369 (1973).  
 [12] Irwin J. Gruverman, *Ibid*, 5, 21 (1959).  
 [13] L. C. Brown, *Ibid*, 22, 710 (1971).  
 [14] R. Rafaeloh, *Radiochem. Acta*, 17, 113 (1972).  
 [15] P. Kopecky et al., *Int. J. Appl. Radiat. Isot.*, 26, 323 (1975).  
 [16] 核素图表编制组编, 核素常用数据表, 1975.  
 [17] R. L. Heath, ANCR-1000-2 (1974).  
 [18] Alan D. Waxmax et al., *Radiobiology*, 117, 647 (1975).  
 [19] Donald J. Hnatowich, *J. Nucl. Med.*, 11, 765 (1975).  
 [20] D. J. Hnatowich, *Int. J. Appl. Radiat. Isot.*, 28, 925 (1977).  
 [21] R. D. Neirinckx et al., *Radiochem. Radioanal. Lett.*, 1 (1) p 31 (1971).  
 [22] N. N. Krasnov, *Int. J. Appl. Radiat. Isot.*, 25, 223 (1974).

(上接第342页)

## 五、结 语

由以上讨论看出, 斜率法比起直接求  $k$  法, 不需要对微扰体形状因子  $k$  定标和镜像效应所带来的误差可忽略不计。同时具有简便、迅速等优点。作为对测量结果的检验和为了正确使用微扰理论, 求  $k$  法仍不失其应用的意义。 $ZT^2/Q$  的测量方法可应用于其他谐振腔、行波直线加速器等。

## 参 考 文 献

- [1] H. C. Hoyt, *Rev. Sci Instrm.*, 37, 1755 (1966).  
 [2] P. M. Lapostoll & A. L. Septier, *Linear Accelerator*, North-Holland Publishing Co., 1970, p. 617.  
 [3] 周立农、谢家馨, *高能物理与核物理*, 3, 165 (1979).  
 [4] J. S. Slater, *Microwave Electronics*, D. Van Nostrand Co., Princeton, N. Y., 1950, p. 81.  
 [5] E. L. Ginzton, *Microwave Measurements*, McGraw-Hill Book Co., 1957, p. 435.  
 [6] A. A. Глазков, *Линейные Ускорители*, МИФИ, 1959, стр. 45.  
 [7] L. C. Maier & J. C. Slater, *J. Appl. Phys.*, 23, 69 (1952).