



奇异动态经济系统最优跟踪问题¹⁾

阎九喜

程兆林

(山东建筑工程学院 济南 250014) (山东大学数学系 济南 250100)

关键词 动态经济系统, 最优跟踪问题, 广义系统, 最优控制理论.

1 引言

线性多部门静态经济模型已有相当成熟的理论和许多成功的应用. 各种动态模型也先后被提出并进行了广泛的研究, 例如众所周知的动态投入产出模型^[1]

$$\mathbf{x}(k) = A\mathbf{x}(k) + B(\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)) + \mathbf{c}(k) \quad (1)$$

及具有快变与慢变生产过程的冯·纽曼模型^[2]

$$\mathbf{x}(k) + B\mathbf{x}(k) = A_1\mathbf{x}(k) + A_2\mathbf{x}(k+1) + \mathbf{c}(k). \quad (2)$$

通常, (1)式中矩阵 $I_n - A$ 非奇异而 B 为奇异方阵; (2)式中矩阵 $I_n + B - A_1 - A_2$ 以及 $I_n + B - A_1$ 非奇异而 A_2 为奇异方阵.

模型(1), (2)均假设经济系统是动态平衡的, 即为最终消费所提供的供给总是与需求相等. 为了研究供需不平衡的效应, Mickle, Vogt 等和 Sharp, Perkins 先后提出改进的动态投入产出模型^[1]. 在文献[3]中, 直接取投资储备为决策变量, 开始将广义系统最优控制理论应用于动态投入产出模型最优消费跟踪问题. 本文则是上述工作的深入和完善.

2 最优跟踪问题

在市场经济中生产活动的基本目的是适应市场需求. 事实上, 市场需求并不仅仅限于最终消费需求, 且供给与需求也常常是不平衡的. 为了引导经济系统既平稳运行又能对外部需求有良好跟踪特性, 一种很自然的决策分析方法是解某个跟踪优化问题. 这类问题的一般提法可概括为

$$\min J = (\mathbf{E}\mathbf{x}(q) - \mathbf{E}\mathbf{x}^d(q))' S (\mathbf{E}\mathbf{x}(q) - \mathbf{E}\mathbf{x}^d(q)) + \sum_{k=0}^{q-1} (\mathbf{e}'(k) Q(k) \mathbf{e}(k) + \mathbf{u}'(k) R(k) \mathbf{u}(k)). \quad (3)$$

约束条件为

1) 山东省自然科学基金资助项目. 本文曾在1995年中国控制会议(安徽黄山)上宣读.

$$Ex(k+1) = Fx(k) + u(k), \quad Ex(0) \text{ 给定}, \quad (4)$$

$$e(k) = d(k) - y(k), \quad y(k) = (I_n - C)x(k) - u(k). \quad (5)$$

其中 $x(k), y(k), d(k), e(k) \in R^n$ 分别表产出、供给、需求和过量需求; $u(k) \in R^n$ 为控制(决策)变量; $x^d(q) \in R^n$ 为预计末值产出; $S \geq 0, Q(k) > 0, R(k) > 0$ 为权矩阵; $E, F, C \in R^{n \times n}$ 为常阵. 假定 E 为奇异阵, 它相应于(1)式中的 B 或(2)式中的 $A_2, I_n - C$ 非奇异. 此外, 允许系统(4)非正则^[3]. (4)式中初始条件按广义系统理论是合理的^[4]. 经济上可以表资本初值或库存初值等, 也很自然. 同样, (3)式中末值项的形式也是合理的.

3 问题的解

求解问题(3)–(5)的困难在于系统(4)一般非正则广义系统, 而非正则广义系统一般理论尚不完善. 本文采用的方法来源于文献[5].

不失一般性, 假设^[1]

$$E = \begin{bmatrix} E_1 & E_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_1 \in R^{r \times r}, \quad 0 < r < n, \quad (6)$$

其中 E_1 非奇异. 令

$$N = \begin{bmatrix} E_1^{-1} & -E_1^{-1}E_2 \\ 0 & I_{n-r} \end{bmatrix}, \quad K = N^{-1} - F, \quad (7)$$

$$B_1 = [I_r \quad 0] \in R^{r \times n}, \quad B_2 = [0 \quad I_{n-r}] \in R^{(n-r) \times n}, \quad (8)$$

$$D = I_n - C - K, \quad G = [0 \quad B_2']', \quad (9)$$

$$W_{11}(k) = B_1 N' (D' Q(k) D + K' R(k) K) N B_1', \quad (10)$$

$$W_{12}(k) = -B_1 N' D' Q(k), \quad (11)$$

$$W_{21}(k) = (-D' Q(k) (I_n + DNG) + K' R(k) (I_n - KNG))' N B_1', \quad (12)$$

$$W_{22}(k) = (I_n + DNG)' Q(k), \quad (13)$$

$$W_3(k) = (I_n + DNG)' Q(k) (I_n + DNG) + (I_n - KNG)' R(k) (I_n - KNG). \quad (14)$$

可以证明 $W_3(k) > 0$.^[3] 进而, 利用线性最优控制理论的经典结果, 经过一些复杂推导可得问题(3)–(5)的最优控制 $u^*(k)$ 、最优产出 $x^*(k)$ 、最优供给 $y^*(k)$ 的表达式如下:

$$u^*(k) = (K - L(k)B_1E)x^*(k) - M(k)d(k) - R_1^{-1}(k)B_1'b(k+1), \quad (15)$$

$$x^*(k) = N \begin{bmatrix} I_r & 0 & 0 \\ B_2L(k) & B_2M(k) & B_2R_1^{-1}(k)B_1' \end{bmatrix} [h_1^*(k) \quad d'(k) \quad b'(k+1)]', \quad (16)$$

$$y^*(k) = (D + L(k)B_1E)x^*(k) + M(k)d(k) + R_1^{-1}(k)B_1'b(k+1), \quad (17)$$

其中

$$R_1(k) = W_3(k) + B_1'P(k+1)B_1, \quad (18)$$

$$L(k) = W_3^{-1}(k)W_{21}(k) + R_1^{-1}(k)B_1'P(k+1)F_1(k), \quad (19)$$

$$M(k) = W_3^{-1}(k)W_{22}(k) + R_1^{-1}(k)B_1'P(k+1)F_2(k), \quad (20)$$

$$F_1(k) = I_r - B_1W_3^{-1}(k)W_{21}(k), \quad F_2(k) = -B_1W_3^{-1}(k)W_{22}(k), \quad (21)$$

$P(k)$ 满足方程

$$P(k) = F_1'(k)(I_r - P(k+1)B_1R_1^{-1}(k)B_1')P(k+1)F_1(k) + L_1W_4(k)L_1',$$

$$P(q) = B_1 S B'_1, \quad (22)$$

$\mathbf{b}(k)$ 满足方程

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(k) &= F'_1(k)(I_r - P(k+1)B_1R_1^{-1}(k)B'_1)(P(k+1)F_2(k)\mathbf{d}(k) + \\ &\quad \mathbf{b}(k+1)) + L_1W_4(k)L'_2\mathbf{d}(k), \\ \mathbf{b}(q) &= -B_1SB'_1B_1E\mathbf{x}^d(q), \end{aligned} \quad (23)$$

$\mathbf{h}_1^*(k)$ 满足方程

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1^*(k+1) &= (I_r - B_1R_1^{-1}(k)B'_1P(k+1))(F_1(k)\mathbf{h}_1^*(k) + \\ &\quad F_2(k)\mathbf{d}(k)) - B_1R_1^{-1}(k)B'_1\mathbf{b}(k+1), \\ \mathbf{h}_1^*(0) &= B_1E\mathbf{x}(0), \end{aligned} \quad (24)$$

$$W_4(k) = W_1(k) - W'_2(k)W_3^{-1}(k)W_2(k), \quad (25)$$

$$L_1 = [I_r \quad 0] \in R^{r \times (n+r)}, \quad L_2 = [0 \quad I_n] \in R^{n \times (n+r)}, \quad (26)$$

$$W_1(k) = \begin{bmatrix} W_{11}(k) & W_{12}(k) \\ W'_{12}(k) & Q(k) \end{bmatrix}, \quad W_2(k) = [W_{21}(k) \quad W_{22}(k)]. \quad (27)$$

综上所述, 可有以下定理.

定理1. 设矩阵 $I_n - C$ 非奇异, 并且权矩阵 $Q(k) > 0, R(k) > 0$. 则奇异动态经济系统最优跟踪问题(3)—(5)是可解的. 其解的表达式如(15)—(17)式所示. 并且最优控制可综合为反馈控制律.

4 结语

利用广义系统最优控制理论研究奇异动态经济系统最优跟踪问题, 得出了前向时间解和反馈控制律. 这对于实际经济过程的控制方案设计有指导意义.

所建立的经济跟踪理论事实上也提供了一种完整算法. 仿真(因篇幅所限, 文中从略)表明该算法容易在计算机上实现. 此外, 时变加权矩阵的引入使决策者可以灵活地比较和选择各种不同的控制策略. 这对于经济过程控制的决策分析有实用价值.

参 考 文 献

- 1 Sharp J K, Perkins W R. A new approach to dynamic input-output models. *Automatica*, 1978, 14: 77—79
- 2 张金水. 广义系统经济控制论. 北京: 清华大学出版社, 1990
- 3 Yan J, Cheng Z, Zhao K, Yin H. The consumption-tracking problem of singular dynamic input-output models. In: IFAC Symposia Series. 1993, (9): 23—27
- 4 Bender D J, Laub A J. The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems; discrete-time case. *Automatica*, 1987, 23(1): 71—85
- 5 阎九喜, 程兆林. 时变广义系统线性二次最优控制. 自动化学报, 1995, 21(5): 537—544

THE OPTIMAL TRACKING PROBLEM OF SINGULAR DYNAMIC ECONOMIC SYSTEMS

YAN JIUXI

(Shandong Architectural and Civil Engineering Inst., Jinan 250014)

CHENG ZHAOLIN

(Dept. of Mathematics, Shandong University, Jinan 250100)

Key words Dynamic economic system, optimal tracking problem, descriptor system, optimal control theory.



一九九七年电气自动化新技术丛书简介

神经网络控制 王永骥 涂 健编著

本书由神经网络和神经网络控制两部分组成. 第一部分介绍常用神经网络构成的原理及学习算法. 第二部分介绍网络在自动控制领域中的应用, 内容涉及神经网络系统辨识, 神经网络控制器设计及神经网络的故障诊断与容错控制等方面.

SPWM 变频调速应用技术 张燕宾 编著

本书详细讲解了变频器中各种功能的含义, 决定设定值的依据和方法, 以及进行预置设定的具体步骤等. 作为预备知识, 本书深入浅出地讲解了电力拖动系统的工作要点、异步电动机的主要理论和交-直-交变频器的基本原理. 在具体应用方面, 本书讲解了变频调速拖动系统的设计要点, 并介绍了几种具体应用的实例.

控制系统故障诊断和容错控制 闻 新 张洪钺等著

全书共七章, 主要内容包括控制系统故障的模型化、可检测性, 故障的统计检测原理, 基于数学模型和人工智能的故障诊断, 系统重构, 完整性控制器设计, 基于自适应控制的容错控制器设计, 基于人工智能的容错控制器设计和容错控制系统的性能评定与分析. 此外, 还给出了大量的应用实例, 并将应用技巧融汇其中, 所涉及的领域有航空、航天和工业生产过程等.

以上新书适用于从事电气自动化技术工作的工程技术人员和高等院校有关专业师生.

第五届交流电机调速传动学术会议论文集 CAVD'97

本论文集收集论文104篇, 反映了当前交流电机调速传动最新成果.