第13卷 第5期 高能物理与核物理 Vol. 13, No. 5
1989年5月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS May, 1989

# Weyl 编序下玻色弦的量子化

孙 翼 井思聪* 阮图南
（中国科学技术大学，合肥）

**摘 要**

本文给出 Weyl 编序下玻色弦的量子化. 用这种方法可避免坐标空间厄米化与振子空间正规乘积化不一致的问题. 利用主值求和方法给出 Nambu-Goto 弦在 Weyl 对应下的 Virasoro 代数没有中心项，并计算了弦的角动量算子及其对易关系. 得到了弦的维数 $D=26$.

## 一、引 言

玻色弦理论最初是由 Nambu-Goto 为解释强子的规律性现象而提出的. 1975 年，Scherk[1] 等人对玻色弦的物理内涵做了进一步的解释，认为玻色弦描写的就是通常的基本粒子. 这就给基本粒子的研究提出了一条崭新的道路. 特别是 1984 年由 Green-Schwarz[2] 等人的努力使弦理论具有更强的生命力.

我们在研究中发现，通常在处理玻色弦量子化时所用的方法有些不一致. 具体地说，在计算玻色弦理论的约束所满足的 $V$ 代数时一种最直接的方法是在 Fock 空间将弦理论的约束展开成产生和消灭算符的正规乘积形式，即用正规乘积进行量子化，另外在求角动量对易子时，采用的又是厄米化手续. 因此，自然地出现一个有意义的问题，即能否统一这二种量子化的表述. 我们建议可在 Weyl 编序下完成玻色弦的量子化. 本文的主要内容就是在 Weyl 编序下导出玻色弦的约束所满足的 $V$ 代数及角动量的对易关系，从而完成玻色弦的量子化. 有两个有趣的结果，一个是在 Weyl 编序下所得到的玻色弦的 $V$ 代数形式上没有中心项，因而量子化之后的 $V$ 代数与经典 $V$ 代数形式上完全一致. 这个结果与通常用正规乘积对应所导出的 $V$ 代数表面上不一致. 后者具有中心项. 另一个是在 Weyl 编序下角动量算子之间的对易关系恰好与通常用厄米化手续导出的结果完全一致. 因而按 Weyl 编序量子化的玻色弦同样具有维数 26 ($D=26$).

事实上，上述第一点即 Weyl 编序下 $V$ 代数与正规乘积编序下 $V$ 代数的差别也是形式的，这两种情况下的 $V$ 代数生成元之间相差一个不确定的常数. 如果采用里曼 $\zeta$ 函数[3] 解析延拓进行正常化计算这一不确定常数，则可得到与通常一致的中心项. 因此，采用 Weyl 编序进行玻色弦的量子化，既可以消去经典 $V$ 代数与量子化 $V$ 代数之间形式上的不一致，又可以仍然得出 $D=26$ 等物理结果.

---

* 理论物理分中心，CCAST (World laboratory).
本文 1988 年 3 月23日收到.

本文的安排如下，第二节回顾一下玻色弦约束所满足的经典 $V$ 代数与正规乘积对应下的量子化 $V$ 代数的主要结果. 第三节在 Weyl 编序下计算量子化玻色弦约束的 $V$ 代数，发现它与经典 $V$ 代数形式上一致. 第四节计算 Weyl 编序下角动量的对易关系，由此可以导出弦的维数为 26，最后一节对本文作一简短总结.

## 二、正规乘积对应下玻色弦的量子化

文献[4]给出了玻色弦理论的约束，对 $n \geqslant 0$ 的情况:

$$L_n = \lim_{N\to\infty}\left[\sqrt{2\alpha' n}\,P\cdot a_n + \sum_{n'=1}^{N}\sqrt{n'(n+n')}\,a_{n'}^{+}a_{n'+n} + \frac{1}{2}\sum_{n'=1}^{n-1}\sqrt{n'(n-n')}\,a_{n'}a_{n-n'}\right] \tag{2.1}$$

$$L_{-n} = \lim_{N\to\infty}\left[\sqrt{2\alpha' n}\,P\cdot a_n^{+} + \sum_{m'=1}^{N}\sqrt{m'(n+m')}\,a_{m'+n}^{+}a_{m'} + \frac{1}{2}\sum_{m'=1}^{n-1}\sqrt{m'(n-m')}\,a_{n-m'}^{+}a_{m'}\right] \tag{2.2}$$

其中: $P$ 是质心动量，$L_n$ 为约束，它是 Virasoro 代数的产生子. 在经典情况下由 $L_n$ 产生的代数为一无限维李代数:

$$i\{L_n, L_m\}_{\mathrm{P.B}} = (n-m)L_{n+m} \tag{2.3}$$

这里: P.B 表示泊松括号.

在用正规乘积量子化后，上面的等式不再满足，在(2.3)式右边多出了一个常数项，即所谓的中心项. 下面我们用 Fock 空间量子化条件和主值求和方法来计算量子化后理论中约束所满足的代数.

Fork 空间弦的量子化条件是:

$$[a_n^{\mu}, a_{n'}^{\nu +}] = -\delta_{nn'}g^{\mu\nu} \tag{2.4}$$

由(2.1)和(2.2)式，我们得到:

$$\begin{aligned}[L_n, L_{-n}] = \lim_{N\to\infty}\Bigg[&\sqrt{2\alpha' n}\,p\cdot a_n + \sum_{n'=1}^{N}\sqrt{n'(n'+n)}\,a_{n'}^{+}a_{n'+n} \\ &+ \frac{1}{2}\sum_{n'=1}^{n-1}\sqrt{n'(n-n')}\,a_{n'}a_{n-n'}\sqrt{2\alpha' n}\,P\cdot a_n^{+} + \sum_{m'=1}^{N}\sqrt{m'(m'+n)}\,a_{m'+n}^{+}a_{m'} \\ &+ \frac{1}{2}\sum_{m'=1}^{n-1}\sqrt{m'(n-m')}\,a_{m'}^{+}a_{n-m'}^{+}\Bigg] \\ = \lim_{N\to\infty}\Bigg\{&2\alpha' np^2[a_n a_n^{+}] + \sum_{n'm'=1}^{N}\sqrt{n'(n'+n)m'(m'+n)}\,[a_{n'}^{+}a_{n'+n}, a_{m'+n}^{+}a_{m'}^{+}] \\ &+ \frac{1}{2}\sum_{n'=1}^{N}\sqrt{n(n'+n)}\sum_{m'=1}^{n-1}\sqrt{m'(n-m')}\,[a_{n'}^{+}a_{n'+n}, a_{m'}^{+}a_{n-m'}^{+}]\end{aligned}$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{m'=1}^{N}\sqrt{m'(m'+n)}\sum_{n'=1}^{n-1}\sqrt{n'(n-n')}\,[a_{n'}a_{n-n'},a_{m'+n}^{+}a_{m'}]$$

$$+\frac{1}{4}\sum_{m',n'=1}^{n-1}\sqrt{n'(n-n')m'(n-m')}\,[a_{n'}a_{n-n'},a_{m'}^{+}a_{n-m'}]\Big\}$$

利用求和技巧和哑指标代换，我们得到约束的对易关系：

$$[L_n,L_{-n}]=\lim_{N\to\infty}\Big[-2\alpha' nP^2-\sum_{n'=1}^{N}n'(n'+n)(a_{n'}^{+}a_{n'}-a_{n'+n}^{+}a_{n'+n})$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{n'=1}^{n-1}n'(n-n')(a_{n'}^{+}a_{n'}+a_{n'}a_{n'}^{+})\Big]$$

$$=\lim_{N\to\infty}\Big[-2\alpha' nP^2-\sum_{n'=1}^{N}n'(n'+n)a_{n'}^{+}a_{n'}+\sum_{n'=n+1}^{N+n}n'(n'-n)a_{n'}^{+}a_{n'}$$

$$-\frac{D}{2}\sum_{n'=1}^{n-1}n'(n-n')(2a_{n'}^{+}a_{n'}-1)\Big]$$

$$=\lim_{N\to\infty}\Big[-2\alpha' nP^2-\sum_{n'=1}^{n-1}n'(n'+n)a_{n'}^{+}a_{n'}-\sum_{n'=1}^{n-1}n'(n-n')a_{n'}^{+}a_{n'}$$

$$-n(n+n)a_{n'}^{+}a_{n'}-\sum_{n'=n+1}^{N}n'(n'+n)a_{n'}^{+}a_{n'}+\sum_{n'=n+1}^{N+n}n'(n'-n)a_{n'}^{+}a_{n'}$$

$$+\frac{D}{2}\sum_{n'=1}^{n-1}n'(n-n')\Big]$$

完成求和的合并，给出主值求和值得：

$$[L_n,L_{-n}]=2nL_0+\frac{D}{12}n(n^2-1)\tag{2.5}$$

其中：

$$L_0=-\alpha' P^2-\sum_{n'=1}^{\infty}n' a_{n'}^{+}a_{n'}\tag{2.6}$$

显然，上式比经典时多一个 $C$ 数项，这就是中心项.

当 $n\neq m$ 时的其它对易子也可以利用上面相同的技巧得到：

$$[L_n,L_m]=(n-m)L_{n+m}\tag{2.7}$$

所以，玻色弦约束生成的 Virasoro 代数在量子情况下的一般形式为：

$$[L_n,L_m]=(n-m)L_{n+m}+\frac{D}{12}n(n^2-1)\delta_{n,-m}\tag{2.8}$$

可是上述的中心项只出现在 $n=-m$ 情况下，我们可以通过算子的重新定义使中心项形式上不出现，即量子化的代数在形式上与经典一样.

## 三、Weyl 对应下玻色弦的量子化

在做玻色弦量子化的过程中，人们一般在求 Virasrro 代数时采用的是“正规乘积”对

应，而在汞角动量的对易关系时采用的是厄米化手续．为了统一这二种量子化的表述，我们在 Weyl 编序下完成玻色弦的量子化．在此，对于标准的 Weyl 对应的简单回顾无疑是很有意义的[5]．

对应广义坐标 $q$ 和广义动量 $p$ 的简单多项式：

$$q^n p, q^n p^2 \cdots q^n p^m \cdots,$$

我们引入一个下标 $W$ 表示 Weyl 编序，则定义对应的量子意义下的表达式为经典表达式取 Weyl 编序：

$$(q^n p)_W \equiv \frac{1}{n+1} \sum_{l=0}^{n} q^{n-l} p q^l = \frac{1}{n+1} (q^n p + q^{n-1} p q + \cdots + p q^n) \tag{3.1}$$

等，对于 $q, p$ 的经典任意函数：

$$F(q, p) = \sum_{l,m} C_{lm} q^l p^m \tag{3.2a}$$

相应的 Weyl 编序的量子表达式为：

$$F(q, p)_W = \sum_{lm} C_{lm} (q^l p^m)_W \tag{3.2b}$$

明显地，上式利用 Weyl 乘积定义的算子是厄米的，所以对于算子采用这种对应是合适的．有了以上准备后，我们定义 Weyl 编序下的 Virasoro 代数的产生子 $L_n^W$ 的形式为：

$$L_n^W = \lim_{N\to\infty} \Big[ \sqrt{2\alpha' n}\, p \cdot a_n + \sum_{n'=1}^{N} \sqrt{n'(n'+n)}\, \frac{1}{2} (a_{n'}^{+} a_{n+n'} + a_{n+n'} a_{n'}^{+}) + \frac{1}{2} \sum_{n'=1}^{n-1} \sqrt{n'(n-n')}\; a_{n'} a_{n-n'} \Big] \tag{3.3a}$$

$$L_{-n}^W = \lim_{N\to\infty} \Big[ \sqrt{2\alpha' n}\; p \cdot a_n^{+} + \sum_{m'=1}^{N} \sqrt{m'(n+m')}\, \frac{1}{2} (a_{m'+n}^{+} a_{m'} + a_{m'} a_{m'+n}^{+}) + \frac{1}{2} \sum_{m'=1}^{n-1} \sqrt{m'(n-m')}\, a_{m'}^{+} a_{n-m'}^{+} \Big] \tag{3.3b}$$

其对易子为：

$$\begin{aligned}[L_n^W, L_{-n}^W] = \lim_{N\to\infty} \Big[ & \sqrt{2\alpha' n}\, p \cdot a_n + \sum_{n'=1}^{N} \sqrt{n'(n'+n)}\, \frac{1}{2} (a_{n'}^{+} a_{n+n'} + a_{n+n'} a_{n'}^{+}) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n'=1}^{n-1} \sqrt{n'(n-n')}\; a_{n'} a_{n-n'} \sqrt{2\alpha' n}\, p \cdot a_n^{+} \\ & + \sum_{m'=1}^{N} \sqrt{m'(m'+n)}\, \frac{1}{2} (a_{m'+n}^{+} a_{m'} + a_{m'} a_{m'+n}^{+}) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{m'=1}^{n-1} \sqrt{m'(n-m')}\, a_{m'}^{+} a_{n-m'}^{+} \Big]\end{aligned}$$

和前面一样，我们完成各部分对易子运算，给出主值求和得：

$$[L_n^W, L_{-n}^W] = -2\alpha' n p^2 - n\sum_{n'=1}^{\infty} n'(a_{n'}^+ a_{n'} + a_{n'} a_{n'}^+)$$
$$= 2nL_0^W \tag{3.4}$$

其中:

$$L_0^W = -\alpha' p^2 - \frac{1}{2}\sum_{n'=1}^{\infty} n'(a_{n'}^+ a_{n'} + a_{n'} a_{n'}^+) \tag{3.5}$$

对于 $[L_n^W, L_m^W]$，当 $n > 0$，$m > 0$ 等几种情况,我们可以用类似的方法得到:

$$[L_n^W,\ L_m^W] = (n-m)L_{n+m}^W \tag{3.6}$$

将(3.4),(3.6)式合起来则得到了 Weyl 形式下 Virasoro 代数的表达式:

$$[L_n^W, L_m^W] = (n-m)L_{n+m}^W \tag{3.7}$$

很显然,上式量子水平上的代数形式上是不出现中心项的,即与经典情况下的形式一致.

## 四、Weyl 编序下的角动量算子

角动量算子在弦理论中是十分重要的，量子化的角动量算子的正确对易关系将会给出弦生存的维数. 所以，讨论 Weyl 编序量子化下的角动量算子的性质是很有意义的. 在讨论中我们发现角动量在振子表象的形式恰好和通常的正规乘积形式一致. 从而得到在 Weyl 编序量子化下弦的生存维数 $D = 26$.

由文献[6]知玻色弦经典角动量的表达式:

$$\begin{aligned} M^{i-} &= \int_0^\pi d\sigma(x^i p^- - x^- p^i) \\ x^- &= \int_0^\pi \frac{\pi}{p^+} p^j(\sigma')x_j'(\sigma')d\sigma' + x^-(0) \\ p^- &= \frac{1}{2\pi p^+}\left[\pi^2 p^{i^2} + \frac{(x_i')^2}{4\alpha'^2}\right] \end{aligned} \tag{4.1}$$

上式中的记号与文献[6]一致.

由 Weyl 对应(3.2)式,定义量子化的角动量算子 $M_W^{i-}$ 的形式为:

$$\begin{aligned} M_W^{i-} = \int_0^\pi d\sigma(x^i p^- - x^- p^i)_W = \int_0^\pi d\sigma \Bigg\{ &\frac{\pi^2}{2\pi p^+}(p^{j^2}x^i + 2p^j x^i p^j + x^i p^{j^2}) + \frac{x^i x_j'^2}{4\alpha'^2} \\ &- \frac{\pi}{4p^+}\left[p^i \int_0^\sigma \left(p^j(\sigma')x_j'(\sigma') + x_j'(\sigma')p^j(\sigma')\, d\sigma'\right)\right. \\ &\left. + \left(\int_0^\sigma (p^j(\sigma')x_j'(\sigma') + x_j'(\sigma')p^j(\sigma')\right) p^i\right] - x^-(0)p^i \Bigg\} \end{aligned} \tag{4.2}$$

由 $x, p$ 的展开式:

$$\begin{aligned} x^i &= x_0^i + p^i\tau - i\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}(a_n^{i*} - a_n^i)\cos n\sigma \\ p^i &= \frac{p^i}{\pi} + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\,(a_n^{i*} + a_n^i)\cos n\sigma \end{aligned} \tag{4.3}$$

就有:

$$\int_0^\sigma \frac{\pi}{p^+} p^i x'_j d\sigma = \frac{\pi}{p^+}\left[\frac{ip^j}{\pi}\sum_l \sqrt{\frac{1}{l}}(a_l^{j*}-a_l^j) - \frac{ip^j}{\pi}\sum_l \sqrt{\frac{1}{l}}(a_l^{j*}-a_l^j)\cos l\sigma \right.$$
$$+\frac{i}{2\pi}\sum_{l,n}\sqrt{ln}(a_n^{j*}+a_n^j)(a_l^{j*}-a_l^j)\left(\frac{1-\cos(l+n)\sigma}{l+n}\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1-\cos(l-n)\sigma}{l-n}\right)\right]$$

$$\int_0^\sigma \frac{\pi}{p^+} x'_j p^j d\sigma' = \frac{\pi}{p^+}\left[\frac{ip^j}{\pi}\sum_l \sqrt{\frac{1}{l}}(a_l^{j*}-a_l^j) - \frac{ip^j}{\pi}\sum_l \sqrt{\frac{1}{l}}(a_l^{j*}-a_l^j)\cos l\sigma \right.$$
$$+\frac{i}{2\pi}\sum_{ln}\sqrt{ln}(a_l^{j*}-a_l^j)(a_n^{j*}+a_n^j)\left(\frac{1-\cos(l+n)\sigma}{l+n}\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1-\cos(l-n)\sigma}{l-n}\right)\right] \tag{4.4}$$

上式中最后一项是 $l \neq n$，将求和指标 $l.n.$ 对称化和反对称化后，上面两式之和为:

$$\int_0^\sigma \frac{\pi}{p^+}(p^i x'_j + x'_j p^j)d\sigma' = \frac{2\pi}{p^+}\left[\frac{ip^j}{\pi}\sum_l \sqrt{\frac{1}{l}}(a_l^{j*}-a_l^j)\right.$$
$$-\frac{ip^j}{\pi}\sum_l \sqrt{\frac{1}{l}}(a_l^{j*}-a_l^j)\cos l\sigma + \frac{i}{2\pi}\left(\sum_{l,n}\sqrt{ln}(a_l^{j*}a_n^{j*}-4a_l^j a_n^j)\right.$$
$$\left.\left.\times\frac{1-\cos(l+n)\sigma}{l+n} + (a_l^{j*}a_n^j - a_n^{j*}a_l^j)\frac{1-\cos(l-n)\sigma}{l-n}\right)\right]$$

对上式第三,四两项实行哑指标代换 $n'=n-l$, $l'=l$ $n'=n+1$, $l'=l$, 得到:

$$x^- = \frac{\pi}{2p^+}\int_0^\sigma d\sigma'(p^j(\sigma')x'_j(\sigma') + \sigma'_j(\sigma')p^j(\sigma')) + x^-(0)$$
$$= \frac{ip^j}{p^+}\sum_l \sqrt{\frac{1}{l}}(a_l^{j*}-a_l^j) + \frac{i}{2p^+}\sum_{l,n}\sqrt{ln}\left[(a_l^{j*}a_n^{j*}-a_l^j a_n^j)\frac{1}{l+n}\right.$$
$$\left.+(a_l^{j*}a_n^j - a_n^{j*}a_l^j)\frac{1}{l-n}\right] - \frac{i}{p^+}\left[p^j\sum_l \sqrt{l}\,(a_l^{j*}-a_l^j)\frac{\cos l\sigma}{l}\right.$$
$$-\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n(n+l)}\,(a_n^{j*}a_{n+1}^j - a_{n+l}^j a_n^j)\frac{\cos l\sigma}{l}$$
$$\left.-\frac{1}{2}\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{l-1}\sqrt{n(l-n)}\,(a_l^j a_{l-n}^j - a_n^{j*}a_{l-n}^{j*})\frac{\cos l\sigma}{l}\right] \tag{4.5}$$

进一步完成上式的简化得:

$$x^- = x_0^- - i\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{p^+}(L_n^+ e^{in\tau} - L_n e^{-in\tau})\frac{\cos n\sigma}{n} \tag{4.6}$$

其中:

$$L_n = \sqrt{n}\,p\cdot a_n + \sum_{n'=1}^{\infty}\sqrt{n'(n'+n)}\,a_{n'}^+ a_{n'+n} + \frac{1}{2}\sum_{n'=1}^{n-1}\sqrt{n'(n-n')}\,a_{n'}a_{n-n'}$$

$$L_n^+ = \sqrt{n}\, p \cdot a_n^+ + \sum_{n'=1}^{\infty} \sqrt{n'(n'+n)}\, a_{n'+n}^+ a_{n'} + \frac{1}{2} \sum_{n'=1}^{n-1} \sqrt{n'(n-n')}\, a_{n'}^+ a_{n-n'}^+$$

$$x_0^- = x^-(0) + \frac{ip^i}{p^+} \sum_l \sqrt{\frac{1}{l}}\, (a_l^{i*} - a_l^i)$$

$$+ \frac{1}{2p^+} \sum_{l,n} \sqrt{ln} \left[ (a_l^{i*} a_n^{i*} - a_l^i a_n^i) \frac{1}{l+n} + (a_l^{i*} a_n^i - a_n^{i*} a_l^i) \frac{1}{l-n} \right] \quad (4.7)$$

对于 $p^-$ 我们可以采用和上面同样的方法计算得:

$$p^- = \frac{1}{2\pi p^+} [\pi^2 p^{i2} + x_i^2] = \frac{\bar{p}^-}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{p^+} \cos n\sigma\, (L_n + L_n^+) \quad (4.8)$$

其中 $\bar{p}^-$ 定义为:

$$\bar{p}^- = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\sigma p^- = \frac{p^{i2}}{2p^+} + \frac{\pi}{2p^+} \sum_{ln} (a_n^{i*} a_l^i + a_l^{i*} a_n^i) \quad (4.9)$$

所以，Weyl 编序下角动量算子 $M^{i-}$ 的振子表象的表达式为:

$$M^{i-} = \frac{1}{2} (q^i p^- + p^- q^i) - x_0^- p^i + \frac{i}{4} \sum_n \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{1}{p^+} [(a_n^{i*} + a_n^i)(L_n^+ - L_n)$$

$$+ (L_n^+ - L_n)(a_n^{i+} + a_n^i) - (a_n^{i*} - a_n^i)(L_n + L_n^+)$$

$$- (L_n + L_n^+)(a_n^{i*} - a_n^i)] \quad (4.10)$$

合并上式得到:

$$M_W^{i-} = \frac{1}{2} (q^i p^- - p^- q^i) - x_0^- p^i + i \sum_n \frac{1}{\sqrt{n}\, p^+} (L_n^+ a_n^i - a_n^{i*} L_n) \quad (4.11)$$

这种,我们有:

$$[M_W^{i-}, M_W^{i-}] = \left[ \frac{1}{2} (q^i p^- - p^- q^i) - x_0^- p^i + i \sum_n \frac{1}{\sqrt{n}\, p^+} (L_n^+ a_n^i - a_n^{i+} L_n), \right.$$

$$\left. \frac{1}{2} (q^i p^- - p^- q^i) - x_0^- p^i + i \sum_{n'} \frac{1}{\sqrt{n'}\, p^+} (L_{n'}^+ a_{n'}^i - a_n^{i+} L_{n'}) \right] \quad (4.12)$$

经过计算得:

$$[M_W^{i-}, M_W^{i-}] = -\frac{1}{\alpha' p^{+2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{D-26}{24} + n^2 \left( 1 - \frac{D-2}{24} \right) \right] (a_n^{i+} a_n^i - a_n^{i+} a_n^i) \quad (4.13)$$

如果要求理论无共形反常,即如果要求:

$$[M^{i-}, M^{i-}] = 0$$

则弦的维数 $D = 26$. 对其它所有的力学量的计算均和文献[6]给出的结果一致.

## 五、总　　结

这种量子化的方法可以类似地推广到 Spinning 弦及超弦等其它情况. 在那里我们可以得到类似的结果. 在我们现在量子化的手续下得到的代数形式也可同样地讨论玻色弦理论的共形反常问题. 可以证明[6]在 Numbu-Goto 弦的框架里,由于无 lirill 项，理

论存在着 Weyl 不变性、度规可取 $g_{\mu\nu}=\delta_{\mu\nu}C^{\phi}$，在中心项为零时 $\Sigma$(共形反常)$=0$

## 参 考 文 献


[1] J. H. Schwarz, *Phys. Rep.*, **89**(1982), 223.
[2] M. B. Green and J. H. Schwarz, *Phys. Lett.*, **149B**(1984), 117.
[3] 王竹溪，郭敦仁，特殊函数概论，科学出版社，1979，p138.
[4] C. Rebbi, *Phys. Rep.*, **12C** No. **1**(1974).
[5] T. D. Lee, Particle Physics and Introduction to Field Theory, Harwood Academic Publishers, 1983, p476.
[6] J. Scherk, *Rev. of Modern Phys.*, Vol. **47**, No. **1**, Jan. (1975).
[7] S. Jain et al., *Phys Rev.*, **D32**(1985), 2713.


# QUANTIZATION OF BOSON STRING WITH WEYL ORDERING


SUN YI JING SICONG RUAN TUNAN

*(University of Science and Technology of China)*



### ABSTRACT

A quantization scheme for boson string with Weyl ordering is proposed in this paper. Inconsistency between Hermiticity requirement in coordinate space and normal ordering in oscillator space is avoided. The Virasoro algebra of Nambu-Goto string with Weyl ordering were derived by virtue of principal value sum where all central terms vanished. We also calculated the angular momentum operators of the string and their commutation rules, and reached the conclusion that the dimension of the string is 26 ($D=26$).