

# 运用正确的物理模型计算载流导电板的磁场

李 桦<sup>1,2</sup>, 朱炯明<sup>2</sup>

(1. 上海应用技术学院, 上海 200235; 2. 上海师范大学 数理信息学院, 上海 200234)

**摘 要:** 通过对载流导电板内部、外部和表面的磁感强度的分析, 说明对于同一个物理问题, 从不同的角度分析时, 应当选用的物理模型往往是不同的. 因此在解决实际问题时, 弄清物理模型的适用条件, 选择正确的物理模型是非常必要的.

**关键词:** 磁感强度; 物理模型; 导电薄板

**中图分类号:** O441.2   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1000-5137(2003)04-0039-04

理想模型的方法是物理学研究的重要方法之一. 它是根据人们认识事物的规律, 抓住客观事物的本质特征, 突出主要矛盾, 忽略次要因素, 将复杂的事物进行合理地、科学地抽象, 从而使之变得比较简单而容易解决. 例如在力学中经常运用的质点模型、刚体模型, 热学中涉及的理想气体模型, 电学中的点电荷模型等都是我们非常熟悉的理想模型. 理想模型的建立为我们分析问题解决问题带来了很大方便, 但是在选用这些模型时一定要注意弄清它们的适用条件, 必须针对具体问题所涉及的各种具体情形作具体的分析, 否则可能会得出错误的结论. 文献[1]讨论了在计算静电场的电场强度时, 必须正确运用静电学模型的问题. 本文通过对一个实例的分析指出, 在研究稳恒电流周围的磁场时, 正确选择物理模型同样是非常重要的.

## 1 载流薄导电板周围的磁场

在普通物理教学中, 计算载有电流  $I$ 、宽度为  $a$  的无限长薄导电板周围的磁场时, 通常将载流薄导电板中的电流看作是只有宽度而没有厚度的“面电流”, 是无数“线电流”的组合, 而“线电流”所产生的磁场为已知, 所以载流薄导电板周围的磁场就是所有“线电流”所产生的磁场的矢量叠加. 由此方法我们容易求得, 如图 1(a) 所示宽度为  $a$  的无限长载流薄导电板在与之共面且距导电板边缘为  $x'$  的一点  $P$  处, 磁感强度的方向垂直平板向里, 大小为<sup>[2]</sup>:

$$B_P = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{x'+a}{x'} \quad (1)$$

然而由(1)式可知, 当  $x' \rightarrow 0$  时,  $B_P \rightarrow \infty$ , 即载流薄导电板边缘处的磁场趋于无穷大, 这一结果显然是不合理的.

用同样的方法容易求得: 无限长载流薄导电板平面中垂线上距导电板为  $x$  的  $P$  点(图 1(b) 所示)

收稿日期: 2003-08-29

基金项目: 上海市教委课程建设项目(K200135)

作者简介: 李桦(1963-), 女, 上海应用技术学院副教授; 朱炯明(1948-), 男, 上海师范大学数理信息学院教授.

的磁感强度,方向沿  $y$  轴正方向,大小为:

$$B_P = \frac{\mu_0 I}{\pi b} \arctg\left(\frac{b}{2x}\right). \quad (2)$$

由(2)式可知,当  $x \rightarrow 0$  时<sup>[3]</sup>

$$B_P = \frac{\mu_0 I}{2b} = \frac{1}{2}\mu_0 j$$

式中  $j$  为导电板中的面电流密度,此时  $P$  点位于导电板中心.但是根据对称性,中心两侧的电所产生的磁场大小相等、方向相反,中心处的磁感强度应为零.与上述结果产生矛盾.

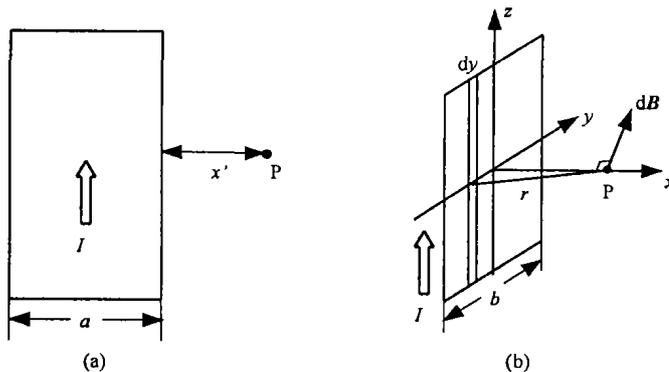


图1 无限长载流导电薄板周围的磁场

上述对问题的分析以及求解过程似乎并无明显错误,但是为什么却得出了不合理的结果呢?其实,问题是由于对物理模型的运用不当造成的.在计算过程中忽略了导电板的厚度,而运用了“面电流”这一理想模型.但是,对于导电板边缘或导电板中心,这一模型已经不再适用了.

## 2 不同的物理模型适用于不同的条件

当  $P$  点远离薄导电板时,我们将薄导电板看作是无数“线电流”组合而成的“面电流”,得到(1)、(2)两式无疑是正确的.但是当  $P$  点无限靠近薄导电板时,薄导电板的厚度就不能予以忽略,这时应将它看作是宽为  $a$ 、厚为  $b$  的无限长厚导电板,如图2所示.  $P$  点的磁感强度应当看作是由载流导电板中无数的“面电流”在  $P$  点产生的磁感应强度的矢量和,而“面电流”在  $P$  点的磁感应强度已经由(2)式所给出,所以我们可以运用磁场的叠加原理得出导电板内、外各点的磁感强度.

### 2.1 导电板外的磁场

在导电板中任取一“面电流”,其电流值为:

$$dI = \frac{I}{a} dr,$$

由(2)式可知,它在  $P$  点产生的磁感强度为:

$$dB_P = \frac{\mu_0 dI}{\pi b} \arctg \frac{b}{2(x-r)},$$

于是,整块导电板在  $P$  点产生的磁感强度为:

$$B_P = \int_{r=-\frac{a}{2}}^{r=\frac{a}{2}} dB_P = \int_{r=-\frac{a}{2}}^{r=\frac{a}{2}} \frac{\mu_0 I}{\pi ab} \arctg \frac{b}{2(x-r)} dr$$

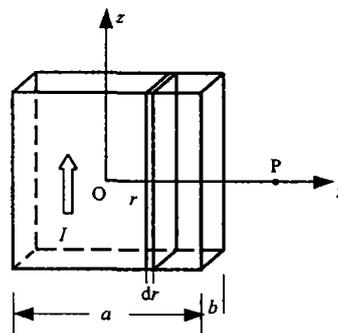


图2 有一定厚度的载流导电板的磁场

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi ab} \left[ (2x+a) \operatorname{arctg} \frac{b}{2x+a} - (2x-a) \operatorname{arctg} \frac{b}{2x-a} \right] + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \ln \frac{(2x+a)^2 + b^2}{(2x-a)^2 + b^2}. \quad (3)$$

(3)式给出了宽为 $a$ 、厚为 $b$ 的无限长载流导电板外一点的磁感强度.无论该点是在导电板附近,还是远离导电板,(3)式都是正确的.先来看远离导电板的点的磁场.可以有3种情况:

i)  $x \gg b$  或  $b \rightarrow 0$ , 即导电板的厚度忽略不计,这与图1(a)情形相同.将此条件代入(3)式可得:

$$B_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{(2x+a)}{(2x-a)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{x'+a}{x'}$$

式中经  $x' = x - \frac{a}{2}$  为该点到导电板一侧的距离.上述结果与(1)式完全相同,这说明(1)式是(3)式在导电板的厚度忽略不计时的特例.

ii)  $x \gg a$  或  $a \rightarrow 0$ , 即导电板的宽度忽略不计,这与图1(b)情形相同,将这一条件代入(3)式得:

$$B_p = \frac{\mu_0 I}{\pi b} \operatorname{arctg} \frac{b}{2x}$$

上述结果与(2)式完全相同.这说明(2)式是(3)式在导电板的宽度忽略不计时的特例.

从上述两点讨论可以看出,仅当P点离导电薄板较远,薄板的厚度或宽度可以忽略不计时,才可以将导电薄板抽象为无数“线电流”组合而成的“面电流”,(1),(2)式的结论才是正确的.当P点靠近导电薄板时,上述单一“面电流”模型就不再适用了.这时只可以将导电板抽象为无数“面电流”的组合,所以只有(3)式的结论才是正确的.

iii)  $x \gg a$  且  $x \gg b$  时,忽略高阶无穷小项,由(3)式可推得:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

该结果与无限长载流导线周围的磁场相同,这说明,当P点离导电板很远,以致导电板的宽度和厚度均可忽略不计时,我们甚至可以将导电板抽象为一个“线电流”模型.

再来看离导电板很近的点的磁场.当P点无限靠近导电板时,即  $x \rightarrow \pm \frac{a}{2}$ , 由(3)式可得:

$$x \rightarrow \frac{a}{2} \text{ 时, } B = \frac{\mu_0 I}{\pi b} \operatorname{arctg} \left( \frac{b}{2a} \right) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \ln \frac{4a^2 + b^2}{b^2}, \quad (4)$$

$$x \rightarrow -\frac{a}{2} \text{ 时, } B = - \left[ \frac{\mu_0 I}{\pi b} \operatorname{arctg} \left( \frac{b}{2a} \right) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \ln \frac{4a^2 + b^2}{b^2} \right], \quad (5)$$

由(4),(5)两式可知,导电板边缘上一点的磁感强度不再是发散的,而是由板中流过的电流 $I$ ,板的宽度 $a$ 和厚度 $b$ 所决定的一个有限值.从而避免了(1)式所导致的不合理结果.

## 2.2 导电板内的磁场

若P点在导电板内部,则  $|x| \leq \frac{a}{2}$ , 可以求得:

$$\begin{aligned} B_p &= - \int_{r=x}^{\frac{a}{2}} \frac{\mu_0 I}{\pi ab} \operatorname{arctg} \frac{b}{2(x-r)} dr + \int_{-\frac{a}{2}}^{r=x} \frac{\mu_0 I}{\pi ab} \operatorname{arctg} \frac{b}{2(x-r)} dr \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi ab} \left[ (a+2x) \operatorname{arctg} \frac{b}{2x+a} - (a-2x) \operatorname{arctg} \frac{b}{a-2x} \right] + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \ln \frac{(a+2x)^2 + b^2}{(a-2x)^2 + b^2}, \quad (6) \end{aligned}$$

(6)式给出了无限长载流导电板内一点的磁感强度.无论该点是在导电板中心附近,还是靠近导电板边缘,(6)式都是正确的.

i) 在导电板中心处,  $x \rightarrow 0$ , 代入(6)式得:  $B_p \rightarrow 0$ . 这一结果与对称性分析完全相吻合.中心位置处由于对称,磁感强度为零,这是一个完全合理的结果.从而避免了(2)式所导致的矛盾.

ii) 在导电板边缘上,  $x \rightarrow \pm \frac{a}{2}$ , 代入(6)式得:

$$x \rightarrow \frac{a}{2} \text{ 时, } B_p = \frac{\mu_0 I}{\pi b} \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{2a}\right) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{4a^2 + b^2}{b^2}.$$

$$x \rightarrow -\frac{a}{2} \text{ 时, } B_p = -\left(\frac{\mu_0 I}{\pi b} \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{2a}\right) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{4a^2 + b^2}{b^2}\right).$$

与(4),(5)两式完全相同.这说明在  $x = \pm \frac{a}{2}$  处,导电板内外的磁感强度是连续的.

图3描绘出了由(3)式和(6)式给出的无限长载流导电板内外的磁感强度  $B$  随位置  $x$  的分布曲线.计算时我们取的数值为  $I = 10.0 \text{ A}$ ,  $a = 0.20 \text{ m}$ ,  $b = 0.01 \text{ m}$ .从图线中也可看出,导电板中心的磁感强度为零,导电板边缘的磁感强度是有限的而且是连续的.

### 3 结论

通过以上对载流导电板的磁场的分析可以看出,仅当远离导电板时才可将其看作没有厚度的“面电流”,有时甚至看作截面积为零的“线电流”.而当我们要考察导电板附近甚至内部的磁场时,其厚度就不能忽略了.

在解决实际问题的过程中,物理模型的选择不是一成不变的.在不同的条件下应选用不同的模型,否则就会导致错误的结果.根据问题的具体情形,选择正确的物理模型是非常必要的.

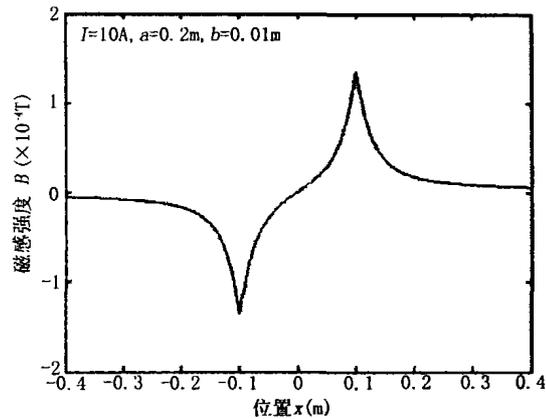


图3 载流导电板内外磁感强度的分布

### 参考文献:

- [1] 段爱珍,朱炳明.正确运用静电学模型[J].大学物理(物理教育专刊),2003,1:82-83.
- [2] 程守株,江之永.普通物理学2(第五版)[M].北京:高等教育出版社,1998.
- [3] 张三慧.大学物理学,第三册,电磁学(第二版)[M].北京:清华大学出版社,1999.

## Calculating the Magnetic Field of a Current-carrying Plate with Correct Physical Models

LI Hua<sup>1,2</sup>, ZHU Jiong-ming<sup>2</sup>

(1. Shanghai Institute of Technology, Shanghai 200235, China;

2. Department of physics, Shanghai Teachers University, Shanghai 200234, China)

**Abstract:** The magnetic flux density inside, outside and on the surface of a thin, infinite long current-carrying plate is analyzed. It is shown that the suitable physical model is usually not identical when we discuss a problem from different aspects. It is necessary to recognize the condition, which is suitable to the physical model, and to choose a right model when we try to solve the problems.

**Key words:** magnetic flux density; physical models; thin conducting plate