

研究简报

基于最小噪声上界确定模型的结构

王文正

蔡金狮

(西安交通大学自动控制工程系 西安 710049) (中国空气动力研究与发展中心 绵阳 621000)

关键词 模型结构确定, 有界噪声, 最小噪声上界.

MODEL STRUCTURE DETERMINATION BASED ON THE LEAST NOISE UPPER BOUND

WANG Wenzheng

(Automatical Control Engineering Department, Xi'an Jiao Tong University, Xi'an 710049)

CAI Jinshi

(China Aerodynamic Research and Development Center, Mianyang, Sichuan 621000)

Key words Model structure determination, bounded noise, smallest noise bound.

1 引言

由于在实际过程中,要确定系统过程噪声的统计分布特性非常困难,因此研究系统噪声统计分布特性未知但有上界情况下的模型结构确定问题是非常有意义的,但迄今为止有界噪声情况下模型结构的确定方法还很少^[1].

Belforte, Bona, Cerone^[2]提出了一种形式上较简单的判断模型阶次的方法,但该方法有一个致命的缺点,即必须准确地已知噪声上界^[2]. Veres 和 Norton^[3]提出了一种较完整的确定模型阶次的方法(以下简称 VN 方法). 与 Belforte 等人的方法相比, VN 方法虽然放宽了对噪声上界准确度的要求,但 VN 方法仍对噪声上界的准度有一定的要求. 另外, VN 方法的实现较为复杂(涉及优化、矩阵分解、高次代数方程求解等),在实现中也存在一定的问题,并且需要较恰当地选择白化边界值(判定输出误差序列是否为白化序列的边界值). 因此运用 VN 方法来解决实际问题也远非理想.

显然用现有的方法来解决有界噪声情况下的模型结构确定问题,必然在实际过程中会遇到很多困难,因此必须构造一种模型结构确定的新方法. 构造新方法的关键是要找到一个能恰当表征模型优劣程度的指标. 为此本文提出了以一个模型对应的使参数可行解集(FSS)不为空集的最小噪声上界值 α_{\min} 作为衡量模型法优劣程度的指标的一种新的模

型结构确定方法.

2 模型结构的确定

2.1 构造反映模型优劣程度的指标 α_{\min}

考虑单输出线性模型

$$y_t = \Phi_t^T \theta + e_t, \quad t = 1, \dots, N. \quad (1)$$

这种结构形式覆盖了多类模型结构. 其中, $y_t \in R^1$ 为观测量, $\Phi_t \in R^r$ 为回归矢量, $\theta \in R^r$ 为未知参数矢量, $e_t \in R^1$ 为观测噪声. 假定 e_t 是未知统计分布特性但有上界的噪声, 即

$$|e_t| \leq \alpha E_t, \quad t = 1, \dots, N, \quad (2)$$

其中 α 为一个未知的正实数, E_t 是噪声上界的相对权值. 显然噪声上界由 α 的值确定.

为了确定模型结构, 首先要计算一个模型式对应的参数可解集不为空集的最小噪声上界值. 由式(1), (2)有

$$y_t - \alpha E_t \leq \Phi_t^T \theta \leq y_t + \alpha E_t, \quad t = 1, \dots, N. \quad (3)$$

(3)式等价于

$$\Phi_t^T \theta + \alpha E_t \geq y_t, \quad t = 1, \dots, N, \quad (4)$$

和

$$-\Phi_t^T \theta + \alpha E_t \geq -y_t, \quad t = 1, \dots, N. \quad (5)$$

因 α 为未知参数式(4), 式(5)可写为 $r+1$ 维参数空间中的不等式方程组, 即

$$\begin{pmatrix} \Phi_t^T & E_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \alpha \end{pmatrix} \geq y_t, \quad t = 1, \dots, N, \quad (6)$$

和

$$\begin{pmatrix} -\Phi_t^T & E_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \alpha \end{pmatrix} \geq -y_t, \quad t = 1, \dots, N, \quad (7)$$

则式(6), 式(7)构成了与模型结构(1)、观测数据 $y_t (t=1, \dots, N)$ 以及噪声上界假设(2)相一致的不等式方程组. 这个不等式方程组包含了已有的全部信息. 不等式方程组中的每一个不等式在未知参数 θ, α 的空间中即在 $r+1$ 维空间中对应着一个半空间, 那么所有的 $2N$ 个不等式在空间中构成了一个凸多面体, 这个凸多面体正是不等式方程组的解集, 从这个解集中可获得 α 变化的上界值和下界值, 这个下界值正好是模型对应的使参数可行解集不为空集的最小噪声上界值 α_{\min} , 即对于任意 $\alpha < \alpha_{\min}$ 参数可行解集都为空集. α_{\min} 的求解可采用文献[4]中的精确多面锥法或采用凸规划法.

2.2 模型结构确定的准则

本文的新方法把模型对应的参数可行解集不为空集的最小噪声上界值 α_{\min} 作为选择模型的依据. 它选择模型的原则有两点: 第一, 所选择模型对应的 α_{\min} 必须比较小; 第二, α_{\min} 相当的情况下, 选择较简单的模型. 由于较小的 α_{\min} 对应的模型必然能更好地拟合现有的试验数据, 因此选取 α_{\min} 作为表征模型优劣程度的指标是合理的, 且新方法的模型选择准则与模型选择的一般准则^[5]是一致的, 由此可知新方法在理论上是可行的.

本文新方法的实现包括已选模型项的剔除和候选模型项的选入两个过程. 这两个过程按下述原则进行: 如果在候选模型项中, 某项被选入使 α_{\min} 下降最多, 而且下降是显著

的,则该项进入模型;如果在已选模型项中,某项被剔除使 α_{\min} 上升最小,而且上升不显著,则该项应被剔除模型;当在候选模型项中,没有项可以被选入模型,而在已选模型项中,没有项可以被剔除模型时,就认为对应模型为所选择的最优模型.

3 算例

考虑有外源的自回归模型 ARX

$$y(t) = 1.4y(t-1) - 0.9y(t-2) + 0.8u(t-1) + e(t) \quad 1 \leq t \leq 49$$

系统输入 $\{u\}$ 为区间 $[-0.5, 0.5]$ 上的均匀分布序列. $e(t)$ 为区间 $[-0.5, 0.5]$ 上的噪声. 考虑 $e(t)$ 的三种分布情况:第一种情况, $e(t)$ 为服从 $N(0, 0.25^2)$ 的正态分布噪声;第二种情况, $e(t)$ 为均匀分布噪声;第三种情况, $e(t)$ 随机地取 -0.5 或 0.5 .

候选模项设为 $y(t-1), y(t-2), y(t-3), u(t-1), u(t-2)$. 表1列出第一种情况下模型结构的确定过程,其它两种情况与此类似(略). 三种情况下模型结构的确定步骤相同,都包括相同的4步,即:第一步选入候选模型项有 $y(t-1)$;第二步,选入候选模型项 $y(t-2)$,无项可以剔除;第三步选入候选模型项 $u(t-1)$,无项可以剔除;第四步,无项可以选入,无项可以剔除. 最后获得模型由 $y(t-1), y(t-2), u(t-1)$ 三项组成. 无论噪声分布如何,辨识结果都与实际情况相符合.

表1 噪声 $\{e\}$ 为正态分布时模型结构的确定过程

| 步骤 k | 候选模型项 | 选入 | α_{\min} | 第 k 步选入 | α_{\min} | 已选模型项 | 剔除 | α_{\min} | 第 k 步剔除 | α_{\min} |
|--------|---|-----------|-----------------|-------------------------------------|-----------------|-----------|-----------|-----------------|-----------|-----------------|
| $k=0$ | $y_{t-1} \quad y_{t-2}$ $y_{t-3} \quad u_{t-1}$ u_{t-2} | | | | 2.14 | | | | | 2.14 |
| $k=1$ | y_{t-1} | y_{t-1} | 1.51 | y_{t-1} | 1.51 | y_{t-1} | y_{t-1} | 2.14 | 无 | 1.51 |
| | y_{t-2} | y_{t-2} | 2.06 | | | | | | | |
| | y_{t-3} | y_{t-3} | 2.14 | | | | | | | |
| | u_{t-1} | u_{t-1} | 2.14 | | | | | | | |
| | u_{t-2} | u_{t-2} | 1.90 | | | | | | | |
| $k=2$ | y_{t-2} | y_{t-2} | 0.59 | y_{t-2} | 0.59 | y_{t-1} | y_{t-1} | 2.06 | 无 | 0.59 |
| | y_{t-3} | y_{t-3} | 1.51 | | | | | | | |
| | u_{t-1} | u_{t-1} | 1.25 | | | | | | | |
| | u_{t-2} | u_{t-2} | 1.29 | | | | | | | |
| $k=3$ | y_{t-3} | y_{t-3} | 0.55 | u_{t-1} | 0.40 | y_{t-1} | y_{t-1} | 2.04 | 无 | 0.40 |
| | u_{t-1} | u_{t-1} | 0.40 | | | | | | | |
| | u_{t-2} | u_{t-2} | 0.57 | | | | | | | |
| $k=4$ | y_{t-3} | y_{t-3} | 0.40 | 无 | 0.40 | y_{t-1} | y_{t-1} | 2.04 | 无 | 0.40 |
| | u_{t-2} | u_{t-2} | 0.40 | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| 最后结果 | | | | y_{t-1} y_{t-2} u_{t-1} | 0.40 | | | | 无 | 0.40 |

4 结论

本文找到了一个能恰当表征模型优劣程度的指标,即一个模型对应的参数可行集不为空集的最小噪声上界值 α_{\min} ,并以此提出了选择模型的新准则(即所选择的模型对应的 α_{\min} 应比较小,而且 α_{\min} 相当的情况下应该是最简单的).根据这个准则,获得了有界噪声情况下确定模型结构的新方法,新方法克服以往方法存在的缺点,具有简单、可靠,而且不需要噪声上界信息的特点.

参 考 文 献

- 1 Milanese M, Vicino A. Optimal estimation theory for dynamic systems with set membership uncertainty: an overview. *Automatica*, 1991, **27**(7):997—1009
- 2 Belforte G, Bona B, Cerone V. Identification, structure selection and validation of uncertain models with set membership error description. *Mathematics and Computers in Simulation*, 1990, **32**(4):561—569
- 3 Veres S M, Norton J P. Structure identification of parameter-bounding models by use of noise structure bounds. *International Journal of Control*, 1989, **50**(3):639—649
- 4 王文正. 集员辨识及在飞行器气动力参数辨识的应用[博士论文]. 西安:西北工业大学,1996
- 5 蔡金狮. 动力学系统的辨识与建模. 北京:国防工业出版社,1991年12月

王文正 1968年生,1992年毕业于西北工业大学飞机设计专业,获硕士学位,同年分配到中国空气动力研究与发展中心,1996年获西北工业大学飞行力学专业博士学位.现为西安交通大学自动控制流动站博士后.主要研究方向为系统辨识和飞行控制.

蔡金狮 1935年生.1956年北京大学数学系毕业.现为中国空气动力研究与发展中心研究员,哈尔滨工业大学、厦门大学兼职教授,西北工业大学博士生导师.主要研究方向为系统辨识和飞行力学.