

# 串联时滞工业系统的预测控制设计<sup>1)</sup>

厉隽恂 席裕庚

(上海交通大学自动化研究所 200030)

## 摘 要

针对串联时滞工业系统,提出一种基于模型集结的性能分析方法,由此相当精确地求得了预测控制系统的性能指标。根据性能分析提出了不通过仿真直接设计预测控制系统的方法,并以综合模糊设计兼顾了要求的综合性和指标的冗余性,为预测控制在工业现场中应用提供了基础。

**关键词:** 预测控制,广义动态矩阵控制,工业系统,系统设计,综合模糊评判。

## 1 引言

预测控制是工业过程中应用广泛的一类计算机控制算法。但由于算法的启发式特点,使得预测控制系统的闭环性能难以定量分析,参数设计还须凭借经验通过仿真反复凑试。这种状况对于推广应用预测控制造成了一定的困难。文[1]将预测控制应用于一阶惯性加纯滞后环节,分析了多项性能指标与设计参数之间的定量关系。本文将在此基础上,把研究对象扩展到更为一般的串联时滞工业系统,通过模型集结,得出其闭环系统各项性能指标的简化估算结果;根据工业环境中设计要求的综合性和性能指标的冗余性,进一步提出一种综合模糊设计方法。算例结果表明本文对串联时滞预测控制系统性能估算的精确性和设计方法的有效性。对于工业中广泛存在的串联时滞系统,本文所提出的设计方法可直接根据用户综合性要求得出满意的参数设计,因而为预测控制在工业现场中的应用提供了有利的基础。

## 2 串联时滞系统广义动态矩阵控制的性能分析

在工业过程中,大量存在着由一阶惯性加纯滞后对象串联而成的系统,称为串联时滞系统,它可用下面的传递函数描述:

$$G(s) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-\tau_i s}}{1 + T_i s}, \quad (1)$$

1) 国家自然科学基金资助。

本文于 1992 年 1 月 24 日收到

其中,  $\tau_i, T_i$  分别为各环节的时滞和时间常数,  $n$  为环节个数。

对于这样的系统, 当  $n = 1$  时, 文 [1] 已详细分析了其闭环系统的性质, 但当  $n \geq 2$  时, 即使采用与文 [1] 并行的方法, 即用最小化形式进行传递函数分析, 也会因高阶而难以得到直接的解析结果。为此, 采用工业上常用的模型简化方法, 进行性能分析, 将高阶对象集结成对应于  $n = 1$  的典型形式, 然后利用文 [1] 的结果, 通过对集结系统的分析来估算原系统的性能。

设集结模型的形式为

$$G^*(s) = \frac{e^{-\tau_m s}}{1 + T_m s} \quad (2)$$

由时矩匹配法, 可得

$$T_m = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n T_i^2\right)}, \quad (3)$$

$$\tau_m = \sum_{i=1}^n T_i - \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n T_i^2\right)} + \sum_{i=1}^n \tau_i - mT, \quad (4)$$

其中  $mT$  是在比较简化与实际动态响应后所做的修正, 一般取  $m = 1$  或  $2$ 。

引用文 [1] 的结论, 可直接分析简化系统 (2) 的广义动态矩阵控制性能。由于实际对象与简化模型有差异, 所得的分析结果是近似的。下面通过解析与实例比较, 说明这种近似分析方法具有很高的精度。

考虑  $n = 2$  的情况, 即串联时滞对象为

$$G_P(s) = \frac{e^{-\tau_1 s}}{1 + T_1 s} \cdot \frac{e^{-\tau_2 s}}{1 + T_2 s}, \quad (5)$$

与文 [1] 分析类似, 二阶对象广义动态矩阵控制的各项性能指标也可在内模控制结构下分析。

设  $\tau_1 + \tau_2 = lT$ ,  $T$  为采样周期,  $l$  为整数, 则在内模控制结构中 (见文 [1] 的图 1), 有

$$G_P(z^{-1}) = \frac{1}{T_1 - T_2} \cdot z^{-l-1} \cdot \left( T_1 \frac{1 - \sigma_1}{1 - \sigma_1 z^{-1}} - T_2 \frac{1 - \sigma_2}{1 - \sigma_2 z^{-1}} \right), \quad (6)$$

其中  $\sigma_i = \exp(-T/T_i)$ ,  $i = 1, 2$ 。而内模控制器可写为

$$G_C(z^{-1}) = \frac{d_s(1 - \sigma_1 z^{-1})(1 - \sigma_2 z^{-1})}{1 + p_1^* z^{-1} + p_2^* z^{-2}} \equiv d_s p(z^{-1}) / p^*(z^{-1}), \quad (7)$$

其中

$$p_1^* = (b_2 - 1) - (\sigma_1 + \sigma_2),$$

$$p_2^* = (b_3 - b_2) + \sigma_1 \sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_2)(b_2 - 1),$$

$$b_i = \frac{1}{f(T_1 - T_2)^2} \sum_{j=1}^P [T_1(1 - \sigma_1^j) - T_2(1 - \sigma_2^j)][T_1(1 - \sigma_1^{j+i-1}) - T_2(1 - \sigma_2^{j+i-1})], \quad i = 2, 3$$

$$d_s = \frac{1}{f} \sum_{j=1}^P [T_1(1 - \sigma_1^j) - T_2(1 - \sigma_2^j)],$$

$$f = \sum_{j=1}^P [T_1(1 - \sigma_1^j) - T_2(1 - \sigma_2^j)]^2.$$

这里取定控制时域  $M = 1$ ,  $P$  为优化时域。内模控制结构中滤波器为如下形式<sup>[1]</sup>:

$$G_F(z^{-1}) = \frac{h}{1 - (1 - h)z^{-1}}, \tag{8}$$

其中  $h$  为广义动态矩阵控制中的校正系数。

由此可得下述结论:

1) 无模型失配和干扰时, 系统的传递函数为

$$F_o(z^{-1}) = \frac{m(z^{-1})}{p^*(z^{-1})}, \tag{9}$$

其中

$$m(z^{-1}) = \frac{d_s z^{-l-1}}{T_1 - T_2} \{ [T_1(1 - \sigma_1) - T_2(1 - \sigma_2)] - [\sigma_2 T_1(1 - \sigma_1) - \sigma_1 T_2(1 - \sigma_2)] z^{-1} \} \equiv m_1 z^{-l-1} + m_2 z^{-l-2}.$$

表 1

P	original		aggregative	
	90%	95%	90%	95%
8	9	9	8	8
9	10	11	10	10
10	11	12	11	12
11	13	13	12	14
12	14	15	13	15
13	15	16	14	16
14	16	17	15	17
15	16	18	16	18

表 2

P	h	original		aggregative	
		10%	5%	10%	5%
8	0.2	18	21	18	21
8	0.4	12	13	12	13
8	0.6	10	10	10	11
8	0.8	9	9	9	9
8	1.0	9	9	8	8
10	0.2	19	22	19	22
10	0.4	14	15	14	15
10	0.6	12	13	12	13
10	0.8	12	12	11	13
10	1.0	11	12	11	12
14	0.2	22	25	22	25
14	0.4	18	19	17	19
14	0.6	16	18	16	18
14	0.8	16	17	15	17
14	1.0	16	17	15	17

表 3

original					
P	h = 0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
8	2.6853	2.2120	2.0841	2.0344	2.0120
16	2.7922	2.5597	2.5313	2.5361	2.5477
32	3.1268	3.0042	3.0285	3.0643	3.0965
64	3.2741	3.1881	3.2303	3.2778	3.3178
aggregative					
P	h = 0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
8	2.6516	2.1940	2.0703	2.0221	1.9996
16	2.9040	2.5941	2.5346	2.5238	2.5256
32	3.2468	2.9993	2.9731	2.9832	2.9997
64	3.4094	3.1858	3.1735	3.1922	3.2150

表 4

original					
P	h = 0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
8	11	9	8	7	7
16	15	14	13	13	12
32	17	15	15	14	14
64	17	16	15	15	14
8	0	0	3	4	4
16	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0
aggregative					
P	h = 0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
8	11	9	8	7	7
16	14	12	12	11	11
32	15	14	13	12	12
64	15	14	13	13	12
8	0	5	6	7	7
16	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0

2) 对于输出端单位阶跃扰动的响应为

$$y(k) = z^{-1} \left\{ 1 - \frac{m(z^{-1})}{p^*(z^{-1})} \cdot \frac{h}{1 - (1-h)z^{-1}} \right\}. \quad (10)$$

3) 当存在增益或滞后失配时, 闭环稳定性可由下述特征多项式检验:

$$F(z) = z^3 + (p_1^* - 1 + h)z^2 + (p_2^* - p_1^* + hp_1^*)z + (p_2^*h - p_2^*) \\ + z^{-l}(\alpha z^{l-k} - 1) \cdot (hm_1z^2 + hm_2z). \quad (11)$$

至此,二阶串联时滞对象广义动态矩阵控制的各项性能指标,就可由(9)–(11)式通过数值方法精确分析.为比较上面所提出的集结模型近似分析与精确结果的差异,考虑下面的数值例子.

**例.**取  $T_1 = 1.4$ (秒),  $T_2 = 0.8$ (秒),  $T = 0.2$ (秒),  $\tau = \tau_1 + \tau_2 = 1.2$ (秒),由式(3), (4)知,其集结模型参数为

$$\tau_m = 1.388 \text{ (秒)}, \quad T_m = 1.6 \text{ (秒)}$$

其中修正项  $mT$  取为  $2T$ .

表1–4列举了该串联时滞对象广义动态矩阵控制性能指标精确和近似分析结果.表1的第2,4和3,5列分别比较了采用不同  $P$  值时两种分析方法得到的阶跃响应达到90%和95%的采样步数.类似地,表2比较了输出端阶跃扰动响应被抑制至10%和5%时所需的采样步数,表3,4列举了不同的  $P, h$  选择下增益和滞后失配界域  $\alpha_{\max}, k_{\min}, k_{\max}$  的数据.

从上述算例可以看出,采用本文所提出的集结模型近似估算的分析方法所得到的性能指标值,达到了相当的精度,完全可以适用于工业环境.因此,一般串联时滞对象广义动态矩阵控制的性能分析能够用其集结模型来进行近似估算,而后者比较简单.

### 3 串联时滞系统广义动态矩阵控制的设计步骤

在对串联时滞工业过程进行控制时,可提出如下的要求来刻划被控系统的性能:

- 1) 被控系统时间常数  $T^*$  小于给定值  $T_r$ ;
- 2) 对于输出端阶跃干扰实现无静差控制;
- 3) 扰动响应过渡时间  $t_r$  小于给定值  $T_d$ ;
- 4) 对象实际增益为  $[0, \alpha_{\max}]$  时,闭环系统鲁棒稳定;对象实际滞后为  $[k_{\min}, k_{\max}]$

时,闭环系统鲁棒稳定.

实施广义动态矩阵控制就是要找到相应的  $P, h$ , 使控制系统满足上述要求.根据上节所述,基于集结模型的性能分析方法所得到的设计参数与性能指标关系,可采用下面具体步骤对参数进行自动设计:

step1. 采用两分搜索法确定能使被控系统时间常数小于  $T_r$  的最大  $P$  值;

step2. 根据所选  $P$  值,采用两分搜索法求出能使被控系统增益失配域达到  $[0, \alpha_{\max}]$  的最大  $h$  值;

step3. 类似地,采用逐点搜索法找出满足滞后失配鲁棒稳定要求的最大的  $h$  值;

step4. 取 step2,3 中较小的  $h$  值;

step5. 检验所选  $P, h$  设计参数是否满足干扰抑制要求.

为简化 step2 的搜索过程,可通过数据集结方法离线导出增益失配上界与参数  $P, h$  的近似解析关系

$$\alpha_{\max}(P, h) = [a_1 + a_2 \cdot e^{a_3 \sqrt{P}}] + [b_1 + b_2 \cdot e^{b_3 \sqrt{P}}] / h, \quad (12)$$

式中  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$  是只取决于模型滞后  $l$  和采样周期  $T$  的常数,与设计参数无关,在设计前就可求出.在这种情况下,可根据给定要求  $\alpha_{\max}$  及 step1 中确定的  $P$ , 由式(12)

直接算出  $h$ , 以取代 step2 中对  $h$  的搜索。

按照上述步骤, 必定可以找到满足要求 (1), (2), (4) 的  $P, h$  值, 但它们是否可满足要求 (3) 则需在 step5 中加以检验, 其结果不一定是肯定的。这时, 只靠调整设计参数  $P, h$  来使之满足是不可行的, 这是因为由性能分析可知, 要提高抗干扰速度, 就要加大  $h$  或减小  $P$ , 这样会减小鲁棒稳定范围, 而使原已满足的要求 (1), (4) 又被破坏。出现这一问题的原因在于设计参数对抗干扰性和鲁棒稳定性的影响趋势恰好是相反的, 而为了简化设计, 将可选参数的自由度限制为两个, 它们要在任何情况下满足较多的性能要求是不可能的。解决问题的一种办法是增添设计自由度, 例如控制时域, 滚动优化性能指标中的权系数等, 但这样势必增加系统分析的复杂性, 而难以得到定量结果作为设计指导。另一种方法则可适当降低某些性能指标的要求重新进行设计, 这个过程由设计人员介入, 且由于修改后的性能要求是否能被满足并不能得到保证, 因此可能反复进行, 这样又将增加设计的复杂性。

事实上, 在工业过程中设计要求本身允许存在一定的冗余度, 适当偏离设计要求仍可使系统具有相当的满意度。所以在这种综合设计情况下, 为了兼顾各项性能要求, 并定量地刻划指标的冗余度, 可分别考虑各项指标对于“符合要求”的隶属函数  $\mu$ , 并在设计过程中, 把对应于不同设计参数  $P, h$  的各项性能指标反映到各自的满意隶属度上, 得到各自的满意值, 而以单一的综合性能指标模糊满意度

$$b = c_{T_0^*} \mu_{T_0^*} + c_{t_s} \mu_{t_s} + c_{\alpha_{\max}} \mu_{\alpha_{\max}} + c_{k_{\min}} \mu_{k_{\min}} + c_{k_{\max}} \mu_{k_{\max}}, \quad (13)$$

取代原来的确定性多目标性能要求, 其中  $c_{T_0^*}, c_{t_s}, c_{\alpha_{\max}}, c_{k_{\min}}, c_{k_{\max}}$  分别表示综合评判中不同性能指标的权重, 而  $\mu_{T_0^*}, \mu_{t_s}, \mu_{\alpha_{\max}}, \mu_{k_{\min}}, \mu_{k_{\max}}$  分别表示设计参数  $P, h$  对应一组性能指标  $T_0^*, t_s, \alpha_{\max}, k_{\min}, k_{\max}$  的满意度。

在上面的设计中, 对于各项性能指标的满意度隶属函数的形式和参数的选择, 表现了设计要求对各项性能值的评价, 而加权系数则体现了各性能指标的侧重程度。这种建立在模糊指标和综合评判基础上的设计方法, 兼顾了要求的综合性和指标的冗余性, 因此可以得到整体意义上满意的控制系统。

上述的串联时滞工业系统广义动态矩阵控制综合模糊设计过程可以研制成面向用户的软件包。用户只需提出性能要求, 即便不熟悉广义动态矩阵控制复杂的算法和机理, 也能自行设计出令人满意的控制系统, 从而大大简化了设计过程。

## 4 算例

**例.** 设被控对象是三个串联而成的贮罐, 传递函数为

$$G(s) = \frac{e^{-0.2s}}{1 + 1.0s} \cdot \frac{e^{-0.3s}}{1 + 1.268s} \cdot \frac{e^{-0.5s}}{1 + 4.732s},$$

采样周期为 1.0 秒, 要求设计控制系统达到下列性能指标:

- 1) 无模型失配和干扰时, 被控系统期望时间常数  $T_0^* = 0.5$  秒, 可接受的最大时间常数  $T_0^* = 4.0$  秒;
- 2) 无模型失配时, 干扰抑制的期望过渡时间  $t_s = 4.0$  秒, 可接受的最大时间常数

$t_s = 13.2$  秒;

3) 鲁棒稳定性, 增益失配期望界域  $\alpha_{\max} = 5.0$ , 可接受的最小值  $\alpha_{\max} = 1.0$ ; 时滞失配上界期望值  $k_{\max} = 8$ , 可接受的最小值  $k_{\max} = 2$ ; 时滞失配下界期望值  $k_{\min} = 0$ , 可接受最大值  $k_{\min} = 2$ .

针对上述期望设计要求以及可接受的指标冗余范围, 取“满意度”隶属函数为如下的线性函数:

$$\mu_i[NPI(i)] = \begin{cases} 1 & , NPI(i) \text{ 达到指标 } NPI_1(i) \text{ 值,} \\ \frac{NPI_2(i) - NPI(i)}{NPI_2(i) - NPI_1(i)} & , NPI(i) \text{ 在 } NPI_1(i) \text{ 和 } NPI_2(i) \text{ 之间,} \\ 0 & , NPI(i) \text{ 没达到指标 } NPI_2(i) \text{ 值.} \end{cases}$$

其中  $NPI_1(i)$  和  $NPI_2(i)$  分别表示第  $i$  个完全满意和完全不满意时的性能指标值,  $NPI(i)$  是  $P, h$  设计参数所达到的指标值。由系统设计要求可知

$$\begin{aligned} NPI_1(T_0^*) &= 0.5, & NPI_2(T_0^*) &= 4.0; \\ NPI_1(t_s) &= 4.0, & NPI_2(t_s) &= 12.0; \\ NPI_1(\alpha_{\max}) &= 5.0, & NPI_2(\alpha_{\max}) &= 1.0; \\ NPI_1(k_{\max}) &= 8, & NPI_2(k_{\max}) &= 2; \\ NPI_1(k_{\min}) &= 0, & NPI_2(k_{\min}) &= 2. \end{aligned}$$

根据对不同性能指标的侧重程度, 选取综合评判权系数为

$$c(T_0^*) = 1.0, \quad c(t_s) = 2.5, \quad c(\alpha_{\max}) = 1.5, \quad c(k_{\max}) = 1.5, \quad c(k_{\min}) = 1.5$$

集结模型参数  $T_m = 5.0$ ,  $\tau_m = 2.0$ 。

经综合模糊设计, 优化长度  $P + l = 4$ , 校正系数  $h = 0.75$ , 所达到的性能指标由集结方法估算可得

$$T_0^* = 0.94 \text{ (秒)}, \quad t_s = 5.0 \text{ (秒)}, \quad \alpha_{\max} = 2.537, \quad k_{\max} = 6, \quad k_{\min} = 0.$$

为了说明这一设计的合理性, 改变  $P, h$ , 可得到表 5 所示不同方案的性能指标值和综合评判值。考虑到以上对性能指标的冗余考虑及不同的权重, 可见所得最佳设计方案确实兼顾了对不同性能指标的满意度, 而优于其它设计方案。

表 5

$p$	4	4	4	4	3	3	5
$h$	0.750	0.625	0.875	0.500	0.500	0.750	0.875
$T_0^*/T_m$	0.188	0.188	0.188	0.188	0.013	0.013	0.284
$t_s/T_m$	1.0	1.2	1.0	1.4	1.2	0.8	1.2
$\alpha_{\max}$	2.537	2.678	2.437	2.889	2.600	2.235	2.675
$k_{\max}$	6	6	5	7	6	2	6
$b$	4.638	4.378	4.350	4.395	4.475	3.963	4.240

注: 由于  $k_{\min}$  都达到 0, 故未再列出。

## 5 结语

本文针对工业用户选择预测控制设计参数时的困难, 在对典型的一阶惯性加纯滞后

对象预测控制系统进行理论分析的基础上,提出一种基于集结简化的分析方法,将理论结果推广至串联时滞对象,从而以相当简易的计算精确地估算出系统的性能指标值,并以此分析为基础,进一步提出一种兼顾用户多方面性能要求的综合模糊设计方法。这种方法的优点在于以定量理论分析为依据,避免了用户依赖仿真凑试盲目选择设计参数的困难,为实际工业过程的预测控制提供了有效的分析和设计手段。

### 参 考 文 献

- [1] 席裕庚,厉隽恂。一类工业过程预测控制的闭环分析。自动化学报,1995,21(1): 1—8。

## PREDICTIVE CONTROL DESIGN FOR INDUSTRIAL SERIAL TIME-DELAY PLANTS

LI JUNYI XI YUGENG

(*Institute of Automation, Shanghai Jiao Tong University 200030*)

### ABSTRACT

In this paper, an aggregated model-based analysis method is proposed to precisely approach the performance indices of predictive control systems for industrial serial time-delay plants. And a simulation-free design procedure is presented accordingly, by which the optimal parameter can be achieved in the meaning of comprehensiveness and fuzziness. The study provides a basis for industrial applications of predictive control.

**Key words:** Predictive control, generalized dynamic matrix control, industrial process, system design, comprehensive evaluation.

厉隽恂 照片、简介见本刊第20卷第4期。

席裕庚 照片、简介见本刊第20卷第4期。