第18卷 第3期　　自 动 化 学 报　　Vol. 18, No. 3
1992 年 5 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　May, 1992

差分模型参数递推估计的 Householder 变换法

刘整社　陈宗基　文传源

(北京航空航天大学自动控制系，北京 100083)

摘　　要

本文提出了利用 Householder 变换进行差分模型参数递推估计的新方法. 并由该方法导出了新的递推最小二乘法、递推增广矩阵法、递推广义最小二乘法、递推极大似然法.

文中分单变量、多变量两种情况重点讨论了新递推最小二乘法及其与传统递推最小二乘法的比较,并给出了计算实例.

关键词: 参数估计,递推算法, Householder 变换.

一、前　　言

差分模型的在线辨识一直是系统辨识、自适应控制、自适应信号处理和实时仿真等领域的重点研究课题. 目前比较有效的在线算法主要有递推最小二乘法、递推增广矩阵法、递推广义最小二乘法和递推极大似然法等. 这些算法均由矛盾方程组的法方程导出，因而加剧了病态问题,而且存贮量大,计算时间较长，收敛较慢.

本文试图利用 Householder 变换直接从矛盾方程组出发,构成递推方程，以避免病态加剧的问题. 文中导出了 Householder 变换的快速算法，从而减小了计算量. 同时，这种算法还具有存贮量小和收敛性好等优点.

二、递推 Householder 变换最小二乘法 (RHLS)

1. 单变量情况

单输入、单输出线性系统可以用如下随机差分方程描述:

$$y(k) + \sum_{i=1}^{n} a_i y(k-i) = \sum_{i=1}^{n} b_i u(k-i) + \xi(k), \tag{1}$$

式中 $\{u(k)\}$,$\{y(k)\}$ 分别是实际测量的输入和输出序列; $\{\xi(k)\}$ 是独立同分布的随机变量序列，具有零均值和方差 σ^2.

本文于 1989 年 4 月 23 日收到.

(1) 式可以改写成

$$y(k)=\boldsymbol{\varphi}_k^T\boldsymbol{\theta}+\xi(k), \tag{2}$$

式中
$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varphi}_k^T&=[-y(k-1),-y(k-2),\cdots,-y(k-n),u(k-1),\\&\quad u(k-2),\cdots,u(k-n)],\\ \boldsymbol{\theta}^T&=[a_1,a_2,\cdots,a_n,b_1,b_2,\cdots,b_n).\end{aligned}$$

记

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}_N^T&=[-y(1),-y(2),\cdots,-y(N)],\\ \phi_N^T&=[\boldsymbol{\varphi}_1,\boldsymbol{\varphi}_2,\cdots,\boldsymbol{\varphi}_N],\\ D_N&=[\phi_N\mid-\boldsymbol{y}_N]\\ \boldsymbol{\beta}&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}\\ \hline 1\end{bmatrix}.\end{aligned}$$

则 $k=N(N\geqslant 2n)$ 时，$\boldsymbol{\theta}$ 的最小二乘估计值可由

$$\|D_N\boldsymbol{\beta}\|_2=\min \tag{3}$$

给出[1].

选择 Householder 变换阵 H_N，使[1]

$$D_N^*=\hat{H}_ND_N=\left[\begin{array}{cccc|c} d_{11}^* & d_{12}^* & \cdots & d_{12n}^* & d_{12n+1}^*\\ & d_{22}^* & \cdots & d_{22n}^* & d_{22n+1}^*\\ & & \ddots & \vdots & \\ & & & d_{2n2n}^* & d_{2n2n+1}^*\\ \hline & & & & d_{2n+1\,2n+1}^*\\ \hline & & & & 0\\ & & & & \vdots\\ & & & & 0\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c|c}R_N & \boldsymbol{z}_N\\ \hline \boldsymbol{0}^T & g_N\\ \hline 0 & \boldsymbol{0}\end{array}\right].$$

由(3)式可知，$k=N$时 $\boldsymbol{\theta}$ 的最小二乘解可由

$$R_N\boldsymbol{\theta}=-\boldsymbol{z}_N \tag{4}$$

回代得出.

残差平方和

$$J_N=\|g_N\|_2^2=d_{2n+1\,2n+1}^{*2}. \tag{5}$$

当增加一对输入、输出测量值，即 $k=N+1$ 时，记

$$F_{N+1}=\left[\begin{array}{c|c}R_N & \boldsymbol{z}_N\\ \hline \boldsymbol{0}^T & g_N\\ \hline \boldsymbol{\varphi}_{N+1}^T & -y(N+1)\end{array}\right].$$

则有下面的定理.

定理 1. 矛盾方程组 $D_{N+1}\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{0}$ 和 $F_{N+1}\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{0}$ 有相同的最小二乘解.

证明.
$$\begin{aligned}\|D_{N+1}\boldsymbol{\beta}\|_2^2&=\|D_N\boldsymbol{\beta}\|_2^2+\|[\boldsymbol{\varphi}_{N+1}^T\mid-y(N+1)]\boldsymbol{\beta}\|_2^2\\&=\|(R_N\mid\boldsymbol{z}_N)\boldsymbol{\beta}\|_2^2+\|(\boldsymbol{0}^T\mid g_N)\boldsymbol{\beta}\|_2^2+\|[\boldsymbol{\varphi}_{N+1}^T\mid-y(N+1)]\boldsymbol{\beta}\|_2^2\\&=\|F_{N+1}\boldsymbol{\beta}\|_2^2.\end{aligned}$$

定理得证.

定理 1 说明，$k=N+1$ 时，$\boldsymbol{\theta}$ 的最小二乘估计值完全由 $k=N$ 时矛盾方程组增广系数矩阵 D_N 经Householder 变换后所形成的上三角阵 $[R_N|\boldsymbol{z}_N]$，g_N 和 $k=N+1$ 时的新方程 $y(N+1)=\boldsymbol{\varphi}_{N+1}^T\boldsymbol{\theta}$ 决定，即 $[R_N|\boldsymbol{z}_N]$ 和 g_N 存贮了所有旧数据的信息。因此可以在 $[R_N|\boldsymbol{z}_N]$ 的基础上增加新方程构成递推格式。

下面讨论 F_{N+1} 阵的上三角化。为便于书写，令 $m=2n$，并记

$$F_{N+1}=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1m} & f_{1m+1} \\ & f_{22} & \cdots & f_{2m} & f_{2m+1} \\ & & \ddots & \vdots & \\ & & & f_{mm} & f_{mm+1} \\ & & & & f_{m+1\,m+1} \\ f_{m+21} & f_{m+22} & \cdots & f_{m+2m} & f_{m+2\,m+1} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

定理 2. 利用 Householder 变换使 F_{N+1} 上三角化的变换公式可以简化为

$$\begin{cases} \alpha_k=\sqrt{(f_{kk}^{(k)})^2+(f_{m+2k}^{(k)})^2}, \ \sigma_k=\alpha_k(\alpha_k+|f_{kk}^{(k)}|) \\ \eta_k=f_{kk}^{(k)}+\mathrm{sign}(f_{kk}^{(k)})\alpha_k \\ \eta'_k=\eta_k/\sigma_k, \ \mu'_k=f_{m+2k}^{(k)}/\sigma_k \\ \begin{cases} \gamma_j=\eta_k f_{kj}^{(k)}+f_{m+2k}^{(k)}f_{m+2j}^{(k)} \\ f_{kj}^{(k+1)}=f_{kj}^{(k)}-\eta'_k r_j \\ f_{m+2j}^{(k+1)}=f_{m+2j}^{(k)}-\mu'_k r_j \\ j=k,k+1,\cdots,m+1 \end{cases} \\ k=1,2,\cdots,m+1 \end{cases} \tag{7}$$

证明. 由文献[1]知，下列 Householder 变换公式可将任意 $(m+2)\times(m+1)$ 矩阵 D 上三角化

$$\begin{cases} \alpha_k=\left[\sum_{l=k}^{m+2}(d_{lk}^{(k)})^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ \boldsymbol{u}_k=(0,\cdots,0,d_{kk}^{(k)}+\mathrm{sign}(d_{kk}^{(k)})\alpha_k,d_{k+1k}^{(k)},\cdots,d_{m+2k}^{(k)})^T \\ \sigma_k=\alpha_k(\alpha_k+|d_{kk}^{(k)}|) \\ \boldsymbol{q}_k^T=\boldsymbol{u}_k^T D^k/\sigma_k, \ D^{(k+1)}=D^{(k)}-\boldsymbol{u}_k\boldsymbol{q}_k^T, \ k=1,2,\cdots,m+1. \end{cases} \tag{8}$$

用公式(8)将矩阵 F_{N+1} 上三角化。鉴于 F_{N+1} 阵的特殊结构，可将公式(8)做如下简化：

$$\begin{cases} \alpha_k=\sqrt{(f_{kk}^{(k)})^2+(f_{m+2k}^{(k)})^2}, \ \eta_k=f_{kk}^{(k)}+\mathrm{sign}(f_{kk}^{(k)})^2 \\ \boldsymbol{u}_k=(0,\cdots,0,\eta_k,0,\cdots,0,f_{m+2k}^{(k)})^T, \ \sigma_k=\alpha_k(\alpha_k+|f_{kk}^{(k)}|) \\ \boldsymbol{q}_k^T=\boldsymbol{u}_k^T F^{(k)}/\sigma_k=\dfrac{1}{\sigma_k}(0,\cdots,0,\eta_k f_{kk}^{(k)}+f_{m+2k}^{(k)}f_{m+2k}^{(k)},\eta_k f_{kk+1}^{(k)} \\ \qquad +f_{m+2k}^{(k)}f_{m+2\,k+1}^{(k)},\cdots,\eta_k f_{km+2}^{(k)}+f_{m+2k}^{(k)}f_{m+2m+1}^{(k)}) \end{cases}$$

$$
\left\{\begin{aligned}
&\sigma_k \boldsymbol{u}_k \boldsymbol{q}_k^T = \begin{bmatrix}
0 \cdots 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots \quad \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 \cdots 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 \cdots 0 & \eta_k(\eta_k f_{kk}^{(k)} + f_{m+2k}^{(k)} f_{m+2k}^{(k)}) & \cdots & \eta_k(\eta_k f_{km+1}^{(k)} + f_{m+2k}^{(k)} f_{m+2\ m+1}^{(k)}) \\
0 \cdots 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots \quad \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 \cdots 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 \cdots 0 & f_{m+2k}^{(k)}(\eta_k f_{kk}^{(k)} + f_{m+2k}^{(k)} f_{m+2k}^{(k)}) & \cdots & f_{m+2k}^{(k)}(\eta_k f_{km+1}^{(k)} + f_{m+2k}^{(k)} f_{m+2\ m+1}^{(k)})
\end{bmatrix} \\
&F^{(k+1)} = F^{(k)} - \boldsymbol{u}_k \boldsymbol{q}_k^T.
\end{aligned}\right.
$$

上式整理后即可得到(7)式,定理 2 得证.

(7)式的计算量大约只有(8)式的 $\dfrac{2}{m+2}$，这是本文计算量小的主要原因.

综上所述，可以将递推 Householder 最小二乘法 (RHLS) 的计算步骤归纳如下:

1) 令 $k=1$;

2) 令 $[f_{m+21}, f_{m+22}, \cdots, f_{m+2\ m+1}] = [-y(k-1), -y(k-2), \cdots, -y(k-n), u(k-1), u(k-2), \cdots, u(k-n), -y(k)]$;

3) 用(7)式使矩阵 $F(f_{ij})_{(m+2)\times(m+1)}$ 上三角化;

4) 回代参数 ($k \geqslant 2n$ 时)

$$
\left\{\begin{aligned}
&\boldsymbol{\theta}(m) = -f_{mm+1}/f_{mm} \\
&\boldsymbol{\theta}(m-i) = -[f_{m-i\ m+1} + \sum_{l=m-i+1}^{m} f_{m-il}\boldsymbol{\theta}(l)]/f_{m-im-i} \\
&\qquad i = 1,2,\cdots,m-1;
\end{aligned}\right. \tag{9}
$$

5) 计算残差平方和 $J_k = f_{m+1m+1}^2$;

6) $k+1 \rightarrow k$，重复 2)～6).

与传统递推最小二乘法 (RLS) 相比，RHLS 法具有如下几个特点:

1) RLS 法是从矛盾方程组的法方程导出的，由于法方程的病态条件数是原矛盾方程组病态条件数的平方，因而加剧了病态程度. 而 RHLS 法是直接从矛盾方程组出发的，无病态加剧.

2) RLS 法估计的 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 与其初值有关，有一个收敛过程;而 RHLS 法每次估计的 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 与其当前的离线估计值完全相同，不存在收敛问题.

3) RLS 法递推过程中,占用的存贮单元为 $3m^2+0(m)$; 而 RHLS 法仅为 $\dfrac{1}{2}m^2+0(m)$.

4) RHLS 法的计算量小.

文献[3]经过精心安排，将递推最小二乘法的乘法和加法运算量由文献[2]的 $m^3+2m^2+0(m)$ 和 $m^3+m^2+0(m)$ 降低为 $3m^2+0(m)$ 和 $2m^2+0(m)$，而本文算法的乘法和加法运算量分别为 $\dfrac{5}{2}m^2+0(m)$ 和 $2m^2+0(m)$.

2. 多变量情况

多变量线性系统可以用如下矩阵随机差分方程描述

$$y(k)+\sum_{i=1}^{n}A_iy(k-i)=\sum_{i=1}^{n}B_iu(k-i)+\xi(k), \tag{10}$$

式中　$u(k)=[u_1(k),u_2(k),\cdots,u_q(k)]^T$

和　$y(k)=[y_1(k),y_2(k),\cdots,y_p(k)]^T$

分别是系统的输入和输出测量值，

$$\xi(k)=[\xi_1(k),\xi_2(k),\cdots,\xi_p(k)]^T$$

是独立同分布的随机向量，并且

$$E[\xi(k)]=0,\ E[\xi(k)\xi^T(j)]=R_\xi\delta_{kj},$$

$A_i=(a_{lj}^{(i)})_{p\times p}$ 和 $B_i=(b_{lj}^{(i)})_{p\times q}$ 是待估计的未知参数矩阵.

若记

$$\theta_l^T=[a_{l1}^{(1)},\cdots,a_{lp}^{(1)},\cdots,a_{l1}^{(n)},\cdots,a_{lp}^{(n)},b_{l1}^{(1)},\cdots,b_{lq}^{(1)},\cdots,b_{l1}^{(n)},\cdots,b_{lq}^{(n)}],$$

$$\begin{aligned}\varphi_k^T=[&-y_1(k-1),\cdots-y_p(k-1),\cdots,-y_1(k-n),\cdots,-y_p(k-n),\\&u_1(k-1),\cdots,u_q(k-1),\cdots u_1(k-n),\cdots,u_q(k-n)].\end{aligned}$$

则可将(10)式改写成

$$\begin{cases}y_l(k)=\varphi_k^T\theta_l+\xi_l(k)\\ l=1,2,\cdots,p.\end{cases} \tag{11}$$

(11)式可分成 p 个方程分别求解．注意到 φ_k^T 与 l 无关，即所有 θ_l 的矛盾方程组的系数矩阵完全相同,所以只需对其中的一个进行变换,从而再次降低了计算量.

为了方便,令 $m^*=(p+q)n$,

$$F_{m^*+2}=[\varphi_k^T\,|-y_1(k),-y_2(k),\cdots,-y_p(k)]. \tag{12}$$

并将(7)式改成

$$\begin{cases}\alpha_k=\sqrt{(f_{kk}^{(k)})^2+(f_{m^*+2k}^{(k)})^2}\\ \sigma_k=\alpha_k(\alpha_k+|f_{kk}^{(k)}|)\\ \eta_k=f_{kk}^{(k)}+\mathrm{sign}(f_{kk}^{(k)})\alpha_k\\ \eta_k'=\eta_k/\sigma_k,\ \mu_k'=f_{m^*+2k}^{(k)}/\sigma_k\\ \begin{cases}\gamma_j=\eta_kf_{kj}^{(k)}+f_{m^*+2k}^{(k)}f_{m^*+2j}^{(k)}\\ f_{kj}^{(k+1)}=f_{kj}^{(k)}-\eta_k'\gamma_j\\ f_{m^*+2j}^{(k+1)}=f_{m^*+2j}^{(k)}-\mu_k'\gamma_j\\ j=k,k+1,\cdots,m^*+p\end{cases}\\ k=1,2,\cdots,m^*,\end{cases} \tag{13}$$

及

$$\begin{cases}f_{m^*+1j}^{(k+2)}=(f_{m^*+1j}^{k+1}+f_{m^*+2j}^{k+1})^{\frac{1}{2}}\\ j=m^*+1,m^*+2,\cdots,m^*+p.\end{cases} \tag{14}$$

可以由

$$\begin{cases}\theta_l(m^*)=-f_{m^*m^*+l}^{(m^*+1)}/f_{m^*m^*}^{(m^*+1)}\\ \theta_l(m^*-j)=-[f_{m^*-jm^*+l}^{(m^*+1)}+\sum\limits_{i=m^*-j+1}^{m^*}f_{m^*-ji}^{(m^*+1)}\theta_l(i)]/f_{m^*-jm^*-j}^{(m^*+1)}\\ l=1,2,\cdots,p,\end{cases} \tag{15}$$

回代出 $\boldsymbol{\theta}_l, l = 1,2,\cdots,p$ 并由

$$J_l = (f_{m^*+1\ m^*+l}^{k+2})^2. \tag{16}$$

计算出对应 $\boldsymbol{\theta}_l$ 的残差平方和.

计算步骤

1) $1 \to k$;

2) $\boldsymbol{F}_{m^*+2} = [\boldsymbol{\varphi}_k^T \vdots -y_1(k), -y_2(k), \cdots, -y_p(k)]$;

3) 用(13)、(14)式使下阵 F 三角化;

4) 用(15)式回代新 $\boldsymbol{\theta}_l$, $l = 1,2,\cdots,p$;

5) 用(16)式计算残差平方和 J_l, $l = 1,2,\cdots,p$;

6) $k + 1 \to k$, 重复 2)—6).

多变量 RHLS 法占用存贮单元 $\frac{1}{2} m^{*2} + 0(m^*)$, RLS 法则需 $(p + 2)m^{*2}$.

例 1. 考虑二阶系统[2]

$$(1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2})y(k) = (z^{-1} + 0.5z^{-2})u(k) + \frac{\varepsilon(k)}{1 - z^{-1} + 0.2z^{-2}}.$$

式中 $\{u(k)\}$ 和 $\{\varepsilon(k)\}$ 都是独立同分布的高斯序列[4],它们的均值为零,方差分别为 1 和 σ^2. 在采样数据个数 $N = 500$ 时, RHLS 和 RLS 两种方法估计结果如表 1.

表 1 RHLS 法与 RLS 法计算结果的比较

参 数	真 值	估 计 值			
		$\sigma = 0.4$		$\sigma = 3.6$	
		RHLS	RLS	RHLS	RLS
a_1	−1.500	−1.532	−1.527	−1.790	−1.798
a_2	0.700	0.682	0.724	0.890	0.894
b_1	1.000	1.010	1.001	0.887	1.333
b_2	0.500	0.466	0.457	−0.808	−1.231
最大绝对误差		0.034	0.043	1.308	1.731

例 2. 考虑二阶系统[2]

$$(1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2})y(k) = (z^{-1} + 0.5z^{-2})u(k) + (1 - z^{-1} + 0.2z^{-2})\varepsilon(k)$$

式中, $\{u(k)\}$ 和 $\{\varepsilon(k)\}$ 的性质与例 1 相同,在 $N = 500$ 和 $\sigma = 0.4$ 的情况下, 两种算法的估计结果示于表 2.

表 2 RHLS 法与 RLS 法计算结果的比较

参 数	a_1	a_2	b_1	b_2	最大绝对误差
真 值	−1.500	0.700	1.000	0.500	
RHLS	−1.493	0.693	1.042	0.477	0.042
RLS	−1.495	0.695	1.077	0.437	0.077

三、有色噪声时的递推 Householder 变换法

1. 增广矩阵法

考虑如下随机差分方程

$$y(k)+\sum_{i=1}^{n} a_i y(k-i)=\sum_{i=1}^{n} b_i u(k-i)+\varepsilon(k)+\sum_{i=1}^{n} r_i \varepsilon(k-i). \tag{17}$$

记

$$\boldsymbol{\theta}=[a_1,a_2,\cdots,a_n,b_1,b_2,\cdots,b_n,r_1,r_2,\cdots,r_n]^T,$$

$$\boldsymbol{\varphi}_k^T=[-y(k-1),-y(k-2),\cdots,-y(k-n),u(k-1),u(k-2),\cdots,$$
$$u(k-n),\varepsilon(k-1),\varepsilon(k-2),\cdots,\varepsilon(k-n)],$$

有

$$y(k)=\boldsymbol{\varphi}_k^T\boldsymbol{\theta}+\varepsilon(k). \tag{18}$$

(18)式与(2)式的形式完全一样,所以将 RHLS 法用于(18)式就可以得到递推 Householder 变换的增广矩阵法. 只是(18)式中的 $\varepsilon(k)$ 需用 $\hat{\varepsilon}(k)=y(k)-\hat{\boldsymbol{\varphi}}_k^T\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 代替[2].

例 3. 考虑与例 1 相同的模型. 表 3 给出了递推 Householder 变换增广矩阵法 (RHEM) 和传统增广矩阵法 (REM) 计算结果的比较.

表 3　RHEM 法与 REM 法计算结果的比较

参数	真值	估计值					
		$\sigma=0.4$		$\sigma=1.8$		$\sigma=3.6$	
		RHEM	REM	RHEM	REM	RHEM	REM
a_1	−1.500	−1.496	−1.525	−1.845	−1.761	−1.740	−1.721
a_2	0.700	0.701	0.720	0.919	0.845	0.813	0.804
b_1	1.000	0.986	0.984	1.083	1.027	1.272	1.462
b_2	0.500	0.481	0.457	0.153	0.088	0.534	0.102
最大绝对误差		0.019	0.043	0.347	0.412	0.272	0.462

例 4. 模型与例 2 相同,由 RHEM 法和 REM 法计算的结果如表 4 所示.

表 4　RHEM 法与 REM 法计算结果的比较

参数	真值	估计值					
		$\sigma=0.4$		$\sigma=1.8$		$\sigma=3.6$	
		RHEM	REM	RHEM	REM	RHEM	REM
a_1	−1.500	−1.500	−1.466	1.347	−0.911	−0.731	−0.641
a_2	0.700	0.699	0.672	0.509	0.187	0.231	0.008
b_1	1.000	1.045	1.071	1.063	0.875	1.315	0.881
b_2	0.500	0.447	0.486	0.298	0.976	0.471	1.334
最大绝对误差		0.053	0.071	0.202	0.589	0.769	0.859

2. 广义最小二乘法

考虑如下随机差分方程

$$
\begin{cases}
y(k)+\sum_{i=1}^{n} a_i y(k-i)=\sum_{i=1}^{n} b_i u(k-i)+\xi(k) \\
\xi(k)+\sum_{i=1}^{n_c} c_i \xi(k)=\varepsilon(k),
\end{cases}
\tag{19}
$$

式中 $\{\varepsilon(k)\}$ 是零均值白噪声序列.

令 $\boldsymbol{\varphi}_k^{(1)}=[-\tilde{y}(k-1),-\tilde{y}(k-2),\cdots,-\tilde{y}(k-n),\tilde{u}(k-1),\tilde{u}(k-2),\cdots,\tilde{u}(k-n)]$,

$\boldsymbol{\varphi}_k^{(2)}=[-\xi(k-1),-\xi(k-2),\cdots,-\xi(k-n_c)]$,

$\boldsymbol{\theta}^{(1)}=[a_1,a_2,\cdots,a_n,b_1,b_2,\cdots,b_n]^T$,

$\boldsymbol{\theta}^{(2)}=[c_1,c_2,\cdots,c_{n_c}]^T$,

则

$$y(k)=\boldsymbol{\varphi}_k^{(1)}\boldsymbol{\theta}^{(1)}+\varepsilon(k), \tag{20}$$

$$\xi(k)=\boldsymbol{\varphi}_k^{(2)}\boldsymbol{\theta}^{(2)}+\varepsilon(k). \tag{21}$$

(20)和(21)式都与(2)式的形式相同,因此也可应用 RHLS 法构成递推 Householder 变换的广义最小二乘法,只是 $\xi(k)$ 应用其估计值

$$\hat{\xi}(k)=y(k)+\sum_{i=1}^{n} \hat{a}_i y(k-i)-\sum_{i=1}^{n} \hat{b}_i u(k-i) \tag{22}$$

代替,其中

$$\tilde{y}(k)=y(k)+\sum_{i=1}^{n_c} c_i y(k-i),$$

$$\tilde{u}(k)=u(k)+\sum_{i=1}^{n_c} c_i u(k-i).$$

3. 递推极大似然法

考虑模型(17)式,递推极大似然法中的

$\boldsymbol{\varphi}_k^T=[y_F(k-1),y_F(k-2),\cdots,y_F(k-n),-u_F(k-1),-u_F(k-2),\cdots,-u_F(k-n),-\varepsilon_F(k-1),-\varepsilon_F(k-2),\cdots,-\varepsilon_F(k-n)]$,

$\boldsymbol{\theta}=[a_1,a_2,\cdots,a_n,b_1,b_2,\cdots,b_n,r_1,r_2,\cdots,r_n]^T$.

估计方程可写成[2]

$$y_F(k)=\boldsymbol{\varphi}_k^T\boldsymbol{\theta}+\varepsilon_F(k). \tag{23}$$

因此,也可由 RHLS 法构成递推 Householder 变换的极大似然法,其中

$$y_F(k)=y(k)-\sum_{i=1}^{n} \hat{r}_i y_F(k-i),$$

$$u_F(k)=u(k)-\sum_{i=1}^{n} \hat{r}_i u_F(k-i),$$

$$\varepsilon_F(k)=\varepsilon(k)-\sum_{i=1}^{n} \hat{r}_i \varepsilon_F(k-i).$$

四、结　论

本文提出的差分方程模型参数递推估计的 Householder 变换法可以构成相应的递推最小二乘法、递推增广矩阵法、递推广义最小二乘法和递推极大似然法等。与对应的传统算法相比,这些算法的特点是: ①计算精度高;②收敛速度快;③占用存贮单元少;④计算量小。

另外,本文方法也可构成对数据加权处理的渐消记忆法和限定记忆法,有关内容将另文叙述[1)]。

参　考　文　献

[1] 冯康等,数值计算方法,国防工业出版社,北京,1978 年,243—316.
[2] 韩光文,辨识与参数估计,国防工业出版社,北京,1980 年, 98—105.
[3] Sen, A. and Sinha, N. K., On-line System Identification Algorithm Combining Stochastic Approximation and Pseudoinverse, *Automatica*, 11(1975),425—429.
[4] 刘德贵等, FORTRAN 算法汇编,第三分册,国防工业出版社,北京,1983 年, 455—478.

A RECURSIVE HOUSEHOLDER TRANSFORMATION METHOD FOR PARAMETER ESTIMATION OF DIFFERENCE MODEL

LIU ZHENGSHE　CHEN ZONGJI　WEN CHUANYUAN

(*Dept. of Automatic Control, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing* 100083)

ABSTRACT

A new recursive Householder transformation method for parameter estimation of the difference model is proposed. Based on the new method, a series of new recursive algorithms, such as the new recursive least squares algorithm, the generalized least squares algorithm, the extended matrix algorithm, and the maximum likelihood algorithm are constructed. The new recursive least squares algorithms for both single and multiple variable cases and a comparison between these new algorithms and the traditional ones are discussed in detail. At last, several examples are given.

Key words: Parameter estimation; recursive algorithm; Householder transformation.

1) 刘整社,陈宗基,文传源,求解线性矛盾方程组的 Householder 变换实时递推算法,第三届全国信号处理学术会议论文集,上册,信号处理学会,北京,1988 年, 60—63.

刘整社 1959年出生于陕西富平县. 分别于1982，1984和1990年在北京航空航天大学获学士、硕士和博士学位. 现在该校自动控制系任讲师，主要研究方向有辨识与参数估计，系统仿真，并行处理，分布式计算机控制等. 近年来在国内外重要杂志及国际会议上发表文章27篇.

陈宗基 1943年出生于上海市. 1966年毕业于北京航空学院，1980，1983年分别获英国曼彻斯特大学硕士、博士学位. 现任北京航空航天大学自控系教授、博士生导师. 主要研究方向有自适应、自学习、自组织系统，现代飞行器控制，鲁棒性控制等. 近年来在国内外重要杂志发表论文31篇，出版专著两本.

文传源 1918年出生于湖南衡山县，1943年毕业于西北工学院. 现任北京航空航天大学教授、博士生导师. 主要研究方向有分散化、综合化控制与可靠性，系统仿真，专家系统与智能控制，系统论与人体科学等. 近年来发表文章约一百篇，出版专著两本.