



# 一种用于快速跟踪系统的 MAC 方法

林都 曾建平 张永红

(华北工学院自动控制系 太原 030051)

## 摘 要

通过对一类快速跟踪系统特点的分析,提出一种可用于这类系统的改进的 MAC 算法。文中给出了该算法的计算公式,并且考虑了当系统的速度和加速度受到限制时的处理方法。该算法具有较强的鲁棒性。由于计算量与存储量都很小,该算法可容易地用单片机实现。最后,以一个仿真例子说明了该方法的可行性。

**关键词:** MAC 方法,跟踪系统,鲁棒控制。

MAC 方法是一类基于系统脉冲响应的控制算法。自从七十年代中期形成以来,广泛地应用于电力、化工、玻璃等工业控制中,被证实是一种卓有成效的控制方法。但是,MAC 方法在快速跟踪系统中的应用至今还未见到。这里所说的快速跟踪系统是指那些反应时间快、跟踪精度较高的跟踪系统。通过对快速跟踪系统的分析,可以看出,将 MAC 算法直接用于这类系统有以下困难:

- 1) 这类系统一般不是渐近稳定的,即系统中有一个或多个积分环节;
- 2) 在 MAC 算法中要保证较高的精度,则要求取较多的脉冲响应点,由此导致每一步中计算量过大,难于满足实时控制对时间的要求。

为了解决这些问题,需要对传统的 MAC 方法加以改进,才能适用于快速高精度跟踪系统。

## 1 系统模型

考虑具有一个积分环节的跟踪系统,它的脉冲响应为  $g_1, g_2, \dots$ 。由于系统中有一个积分环节,故脉冲响应不趋近于零,而是趋近于一个常数。设经过  $N$  个采样周期后系统的过渡过程结束,则当  $k > N$  后恒有  $g_k = g_N$ 。因为是快速跟踪系统,一般来说  $N$  不会太大。

系统的脉冲响应可以通过离线辨识得到。在实测过程中由于测量误差的影响,脉冲

响应在过渡过程结束后还会有一些微小的波动而不会严格地为一常数。但是, 总可以找到一个时刻  $t_N = NT$  ( $T$  为采样周期), 使  $t > t_N$  后, 所测得的脉冲响应与某常数之差与测量误差在同一数量级上, 在实际应用中可忽略不计。这时系统输出可以表示为

$$y(k+1) = g_1 u(k) + g_2 u(k-1) + \cdots + g_k u(1).$$

注意到当  $i > N$  后  $g_i = g_N (i = N+1, \cdots, k)$ , 则上式可以写成

$$y(k+1) = \sum_{i=1}^{N-1} g_i u(k-i+1) + g_N \sum_{i=1}^k u(k-i+1), \quad (1)$$

式中第二个“ $\Sigma$ ”仅当  $k \geq N$  时计算。

在实用中所能得到的只是对象的脉冲响应的近似(如系统的方波响应)。下面以  $g_k$  表示系统真实的脉冲响应, 而作为模型使用的(即在实际上能获得的)脉冲响应记为  $\tilde{g}_k$ 。则在  $k$  时刻对系统在  $k+1$  时输出的预测为

$$y_M(k+1) = \sum_{i=1}^{N-1} \tilde{g}_i u(k-i+1) + a(k+1). \quad (2)$$

式中  $a(k+1) = \tilde{g}_N \sum_{i=N}^k u(k-i+1)$ , 且  $a(k+1)$  有以下递推关系:

$$a(k+1) = a(k) + \tilde{g}_N u(k-N+1). \quad (3)$$

## 2 控制算法

采用具有一步预测的闭环控制方法。当处在  $k$  时刻时, 对由(2)式预测系统  $k+1$  时刻的模型输出  $y_M(k+1)$  加入校正步骤后得到的预测输出为

$$y_p(k+1) = y_M(k+1) + e(k).$$

式中  $e(k) = y(k) - y_M(k)$ ,  $y(k)$  是  $k$  时刻系统输出的实测值;  $y_p(k+1)$  表示一步预测, 即

$$y_p(k+1) = y_M(k+1) + [y(k) - y_M(k)]. \quad (4)$$

按照跟踪系统的要求应有

$$y_p(k+1) = y_r(k+1),$$

式中  $y_r(k+1)$  是参考输入在  $k+1$  时刻的值。需要指出, 在某些情况下, 在  $k$  时刻并不知道参考输入在  $k+1$  时刻的值, 因此  $y_r(k+1)$  只表示在  $k$  时刻对参考输入在  $k+1$  时刻的预测值。把这个关系代入(4)式得

$$y_r(k+1) = y_M(k+1) + [y(k) - y_M(k)].$$

应用(2), (3)式可得

$$y_r(k+1) = \sum_{i=1}^{N-1} \tilde{g}_i u(k-i+1) + a(k+1) + [y(k) - y_M(k)], \quad (5)$$

从而得到  $k$  时刻的控制量为

$$u(k) = \left\{ y_r(k+1) - a(k+1) - [y(k) - y_M(k)] - \sum_{i=2}^{N-1} \tilde{g}_i u(k-i+1) \right\} / \tilde{g}_1. \quad (6)$$

对实际系统而言, 控制量与输出量往往受到执行元件和系统物理性质的影响, 而被限制在

一定范围内。一般的提法是

$$u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}, \quad y_{\min} \leq y(k) \leq y_{\max}.$$

加入这些限制后的处理方法见文[1].

对某些跟踪系统,如雷达、光电坐标仪等,受到限制的不是输出量本身,而是它的一阶和二阶导数,即系统的速度与加速度. 系统的一阶导数为

$$\dot{y}(k+1) = [y(k+1) - y(k)]/T, \quad (7)$$

二阶导数为

$$\ddot{y}(k+1) = [\dot{y}(k+1) - \dot{y}(k)]/T. \quad (8)$$

在  $k$  时刻由(6)式得到控制量  $u(k)$ , 在  $u(k)$  作用下系统在  $k+1$  时刻的输出应为  $y_r(k+1)$ . 设系统的额定速度为  $V_{\max}$ , 额定加速度为  $A_{\max}$ , 则应有

$$|[y_r(k+1) - y(k)]/T| \leq V_{\max},$$

$$\text{即} \quad -V_{\max}T + y(k) \leq y_r(k+1) \leq V_{\max}T + y(k), \quad (9)$$

$$|[\dot{y}_r(k+1) - \dot{y}(k)]/T| \leq A_{\max}. \quad (10)$$

其中  $\dot{y}_r(k+1) = [y_r(k+1) - y_r(k)]/T$ ,  $\dot{y}(k) = [y(k) - y(k-1)]/T$ . 整理后可得

$$\begin{aligned} -A_{\max}T^2 + y_r(k) + y(k) - y(k-1) &\leq y_r(k+1) \\ &\leq A_{\max}T^2 + y_r(k) + y(k) - y(k-1). \end{aligned} \quad (11)$$

综上所述,考虑到系统的速度和加速度的限制,控制量的计算应作以下调整. 记

$$S_{\max}(k+1) = \min\{V_{\max}T + y(k), A_{\max}T^2 + y_r(k) + y(k) - y(k-1)\},$$

$$S_{\min}(k+1) = \max\{-V_{\max}T + y(k), -A_{\max}T^2 + y_r(k) + y(k) - y(k-1)\}.$$

在每次计算  $u(k)$  时,先对  $y_r(k+1)$  进行以下修正:

1) 若  $y_r(k+1) \leq S_{\min}(k+1)$ , 则  $y_r(k+1) = S_{\min}(k+1) + \varepsilon_1$ ;

2) 若  $y_r(k+1) \geq S_{\max}(k+1)$ , 则  $y_r(k+1) = S_{\max}(k+1) - \varepsilon_2$ ;

3) 若  $S_{\min}(k+1) < y_r(k+1) < S_{\max}(k+1)$ , 则  $y_r(k+1)$  不变. 其中  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  均为很小的正数,表示留有一定余量. 把修正后的  $y_r(k+1)$  代入(6)式即可求得满足限制条件的控制量  $u(k)$ .

### 3 算法的鲁棒性及实例

本算法仍属于 MAC 的范畴. 因此,关于 MAC 算法鲁棒性的结论均适应于该算法,关于这方面的一般性结论见文[2]. 下面针对本算法的特点再作两点补充. 由(6)式可见,计算控制信号时考虑了因模型失配产生的误差,故该算法对模型失配有一定的补偿能力. 算法中通过对参考输入的修正间接地限制了控制信号,可以避免由于控制信号过大引起的不稳定.

通过对大量系统的仿真实验表明,该算法具有较强的鲁棒性.

**例.** 考虑一个实际跟踪系统

$$G_M(s) = \frac{38.11(s+2.5)}{s(s+4.2)(s+6.32)}.$$

其参考输入为  $y_r(t) = 1 + 0.1t$ .

分别对  $G_M(s)$  的参数作波动

- 1) 零点  $-2.5$  变为  $-3$ , 记为  $\tilde{G}_1(s)$ ;
- 2) 极点  $-4.2$  变为  $-3.5$ , 记为  $\tilde{G}_2(s)$ ;
- 3) 根增益  $38.11$  变为  $36$ , 记为  $\tilde{G}_3(s)$ .

仿真过程

- 1) 由(6)式计算控制信号  $u(k)$ ;
- 2) 由(2)式计算  $G_M(s)$  的输出  $y_M(k+1)$ ;
- 3) 由(1)式分别计算  $\tilde{G}_i(s)$  的输出  $y_i(k+1)$  和误差  $e_i(k) = y_r(k) - y_i(k) (i = 1, 2, 3)$ , 结果见表 1.

表 1 仿真数据

$t(s)$	$g_m(k)$	$e_1(k)$	$e_2(k)$	$e_3(k)$
0	0(-)	$1.10000e-0$	$1.10000e-0$	$1.10000e-0$
0.16	1.33287	$6.64431e-2$	$1.62903e-1$	$1.31212e-1$
0.32	1.70717	$5.97046e-3$	$-2.01136e-2$	$-4.31578e-2$
0.48	1.71981	$9.56998e-3$	$-7.72142e-2$	$-4.33573e-2$
0.64	1.66132	$5.21951e-3$	$1.08645e-2$	$-2.49862e-2$
0.80	1.60783	$5.87789e-3$	$-1.49762e-2$	$-1.26738e-2$
0.96	1.57192	$5.89809e-3$	$-8.68821e-3$	$-1.96093e-3$
1.12	1.55046	$5.88201e-3$	$-8.79184e-3$	$-8.14238e-3$
1.28	1.53836	$5.87330e-3$	$-1.78185e-3$	$-2.62476e-3$
1.44	1.53176	$5.86601e-3$	$-2.08394e-3$	$-1.94339e-3$
1.60	1.52825	$5.87163e-3$	$-9.46170e-4$	$-1.81483e-3$
1.76	1.52639	$5.85837e-3$	$-8.05796e-4$	$-1.80984e-3$
1.92	1.52543	$5.86749e-3$	$-9.33940e-6$	$-1.78939e-3$
2.08	1.52493	$-8.41709e-2$	$-3.30282e-4$	$-1.84487e-3$
2.24	1.52467	$1.03699e-1$	$-1.66457e-4$	$-1.79173e-3$
2.40	1.52454	$-1.19555e-2$	$-1.21794e-4$	$-0.01805e-1$
2.56	1.52447	$-7.02954e-2$	$-3.79766e-5$	$-1.79993e-3$
2.72	1.52444	$1.39739e-2$	$-2.39300e-5$	$-1.80233e-3$
2.88	1.52442	$-2.35887e-3$	$-2.03655e-5$	$2.34422e-2$

从表 1 所示的仿真结果可以看出, 当系统实际参数与模型参数失配时仍能保证一定的跟踪精度。

## 4 结论

综上所述, 根据一类快速跟踪系统的特点, 给出一种用于该类系统的 MAC 算法。算法采用在线校正并通过调整参考输入对控制量进行了限制。仿真结果表明该算法具有较强的鲁棒性, 且计算简单, 所需存储量也不大, 可以方便地用单片机来实现。

## 参 考 文 献

- [1] 谢剑英. 微型计算机控制技术. 北京: 国防工业出版社, 1990, 160—168.
- [2] Ramine Rouhani etc. Model algorithmic control (MAC): basic theoretical properties, *Automatica*, 1982, 18(4): 401—414.

## AN IMPROVED MAC METHOD FOR FAST TRACKING SYSTEMS

LIN DU      ZENG JIANPING      ZHANG YONGHONG

(Automatic control Dept., North China Institute of Technology, Taiyuan 030051)

### ABSTRACT

Based on the analysis of fast tracking systems, an improved MAC method for the systems is presented. The calculation formulas of the method are given, and the situation of the systems with velocity and acceleration constraint are considered. The method is robust. Because of its small amount of calculation and memory, the method can be easily realized by a single-chip computer. Finally, a simulation example is given to demonstrate the availability of the technique.

**Key words:** MAC method, tracking system, robust control.

(上接第744页)

张忠怀	张鸿宾	肖德云	陆维明	武志华	金以慧	周尚明	欧阳楷
郑毓蕃	郑应平	郑大钟	郑 锋	郑丕谔	林忠民	庞国仲	段广仁
法京怀	项国波	施颂椒	施鼎汉	贺建勋	钟延炯	祝世京	赵南元
赵克友	赵国良	胡保生	胡 军	胡顺菊	姚增起	俞铁成	俞志和
俞新尧	钱积新	倪茂林	秦化淑	秦 忆	郭 雷	郭 治	郭中伟
顾兴源	顾幸生	徐心和	徐博侯	徐文立	徐光佑	徐宁寿	徐立鸿
徐道义	贾沛璋	贾英民	贾新春	高 龙	高东杰	高 文	谈大龙
柴天佑	席裕庾	袁震东	袁著祉	袁保宗	袁 璞	涂葦生	涂序彦
耿志勇	夏绍玮	梁启宏	黄献青	黄永宣	黄祥瑞	黄志同	黄志远
黄秉宪	黄泰翼	黄 琳	阎平凡	阎建平	曹长修	曹晋华	崔亚军
龚光鲁	尉忠信	梅启智	梅生伟	章 毅	章毓晋	韩曾晋	韩志刚
韩京清	韩文秀	程 侃	程兆林	程 鹏	曾庆宏	蒋尉孙	蒋昌俊
葛成辉	彭实戈	彭嘉雄	谢新民	解学书	裘聿皇	褚 健	廖炯生
廖晓昕	谭 民	谭维康	瞿寿德	蔡元龙	蔡自兴	潘士先	潘德惠
薛劲松	薛景瑄	戴国忠	霍 伟	焦李成	楚天广	游少鹏	魏 晨
靳 蕃	慕小武	蔚润义					