

# 一种新的系统可靠性模型

姚增起

(中国科学院自动化研究所)

## 摘 要

本文修改了传统可靠性理论关于元件和系统只有好和坏两种状态的基本假定,认为元件和系统在完全失效前有一个连续的退化过程.在此基础上,提出了新的系统可靠性分析方法.

**关键词**——退化,可靠性.

## 一、引 言

传统可靠性理论认为,元件只有好和坏两种状态.但是,在实践中,许多元件并非非好即坏,而是从好到坏有一个连续的退化过程.例如,电阻器在发生开路之前就存在着阻值的增加.由于元件退化过程的存在,系统也不再是非好即坏的了,而是存在着相应的退化过程.面对这一情况,我们必须寻找系统可靠性分析的新方法.

## 二、元件的退化模式及数学描述

为了分析系统可靠性,必须首先研究元件的退化模式.以下设应力恒定.

设一个元件只有一个参数,我们用  $Y(t)$  表示,则  $Y(t)$  是这个元件的状态.在理想情况下,  $Y(t)$  应恒为常数,设为  $\mu_0$ . 称  $\mu_0$  为  $Y(t)$  的设计值. 由于各种因素的影响,随着时间的变化,  $Y(t)$  在不断地偏离  $\mu_0$ . 典型的情况是  $Y(t)$  变为 0 或  $\infty$ . 这时我们认为元件是失效的. 例如,当我们考虑的元件是电阻时,  $Y(t)$  就表示它的阻值. 当  $Y(t) = 0$  时,表示这个元件短路失效;当  $Y(t) = \infty$  时,表示这个元件开路失效.

设  $Y(t)$  是单调退化的.

**定义 1.** (1)如果  $Y(t)$  在某时刻前恒为  $\mu_0$ , 然后突变为 0 或  $\infty$ , 则称元件是突变退化的(图 1). 我们称  $Y(t)$  突变为 0 为突变 1 型(图 1(a)), 而称  $Y(t)$  突变为  $\infty$  为突变 2 型(图 1(b)).

(2) 如果元件在工作过程中  $Y(t)$  连续地偏离其初始设计值, 则称元件是渐变退化的(图 2). 称  $Y(t)$  单调减小为渐变 1 型(图 2(a)), 而称  $Y(t)$  单调增加为渐变 2 型(图 2(b)).

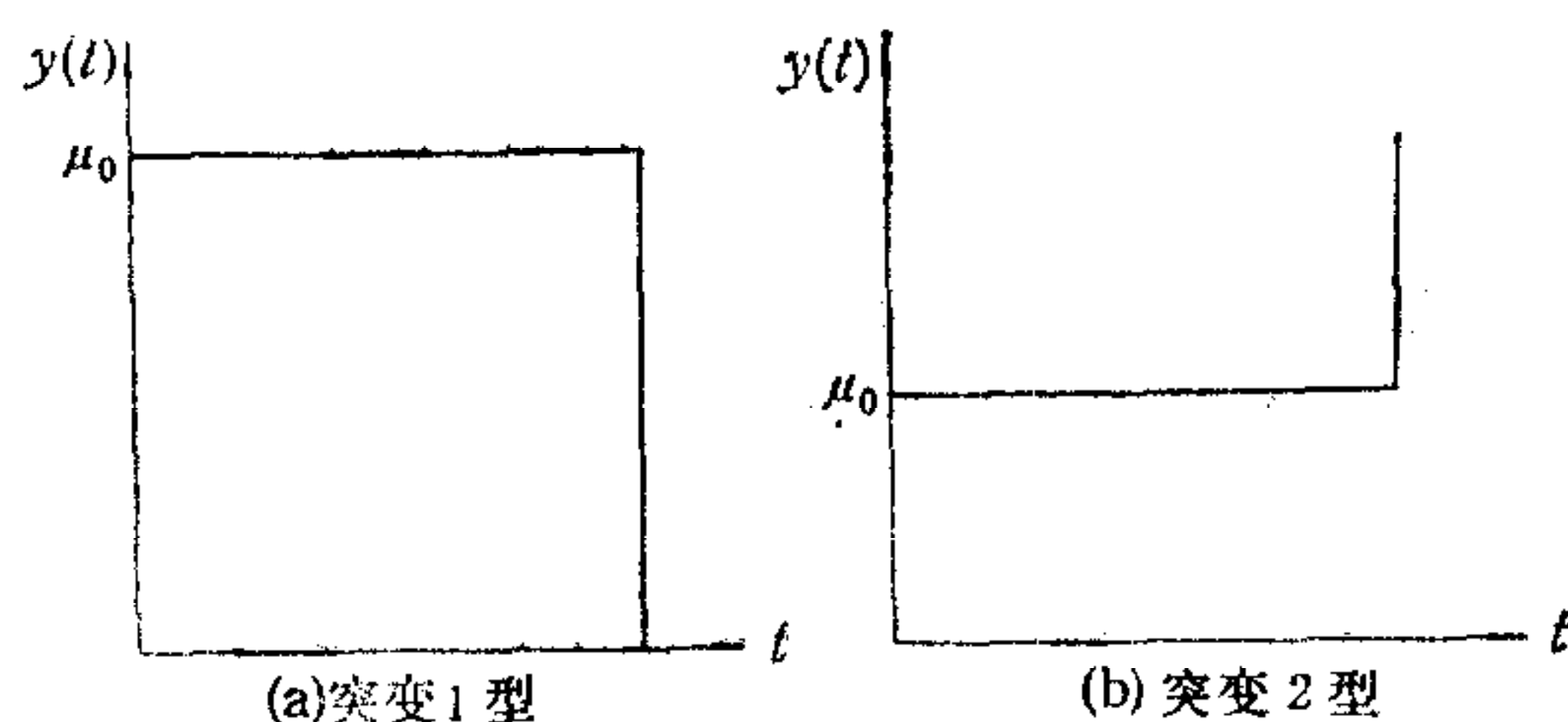


图 1 突变退化

(3) 如果  $Y(t)$  经过一段渐变退化后突变为 0 或  $\infty$ , 则称元件是混合式退化的 (图 3). 并称相应的情形为混合 1 型(图 3(a)) 和混合 2 型(图 3(b)).

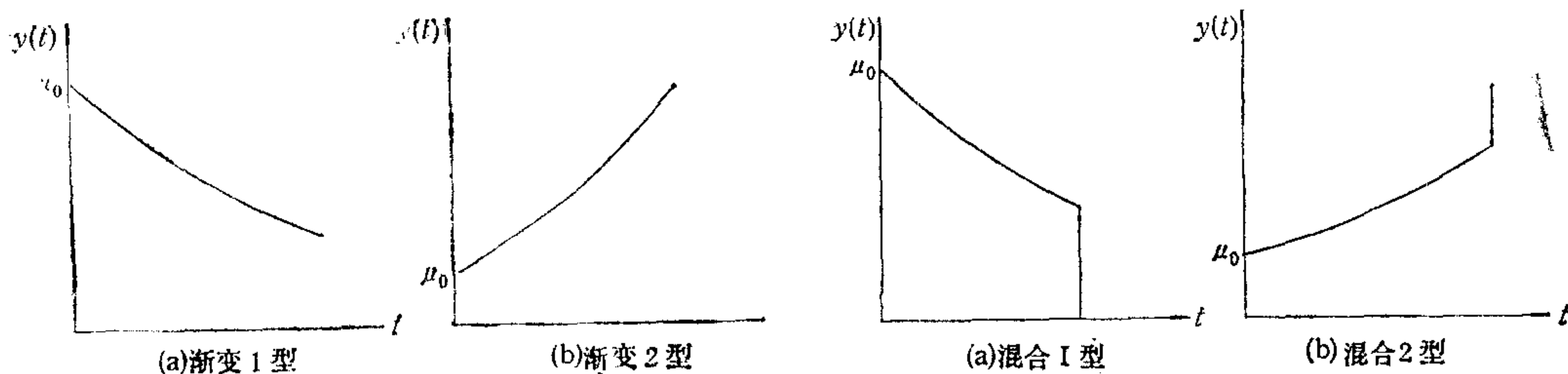


图 2 渐变退化

图 3 混合式退化

另一方面, 由于元件内部结构的不确定性, 我们无法预知  $Y(t)$  是如何退化的. 所以又必须把  $Y(t)$  看作是一个随机过程. 我们知道, 要完整地描述一个随机过程, 需要知道它的任意维密度函数. 这通常是很困难的. 本文我们只涉及一维密度函数.

用  $F(y, t)$  表示  $Y(t)$  的一维分布函数, 我们有:

$$F(y, t) = \Pr\{Y(t) \leq y\}. \quad (1)$$

假定  $Y(t)$  的一维密度存在, 则有:

$$f(y, t) = \partial F(y, t) / \partial y. \quad (2)$$

对于混合式退化, 我们把  $f(y, t)$  表示成渐变退化和突变退化两部分. 设  $a(t)$  为  $t$  时刻  $Y(t)$  未发生突变退化的概率,  $a(t)$  近似等于两态可靠性理论中的元件可靠度. 由全概率定律(以下  $X$  表示未发生突变,  $\bar{X}$  表示发生了突变):

$$F(y, t) = \Pr\{Y(t) \leq y\} = \Pr\{Y(t) \leq y | X\} \Pr\{X\} + \Pr\{Y(t) \leq y | \bar{X}\} \Pr\{\bar{X}\}. \quad (3)$$

由假定

$$\Pr\{X\} = a(t) \quad \Pr\{\bar{X}\} = 1 - a(t)$$

对于混合 1 型,

$$\Pr\{Y(t) \leq y | X\} = \Pr\{0 \leq y\} = 1(y)$$

其中  $1(y)$  是单位阶跃函数. 记

$G(y, t) = \Pr\{Y(t) \leq y | X\}$ ,  $g(y, t) = \partial G(y, t) / \partial y$ , 则  $G(y, t)$  和  $g(y, t)$  分别表示在  $Y(t)$  未发生突变条件下的条件分布函数和条件密度函数, (3) 式可写作:

$$F(y, t) = (1 - a(t))1(y) + a(t)G(y, t)$$



所以

$$f(y, t) = (1 - a(t))\delta(y) + a(t)g(y, t). \quad (4)$$

对于混合 2 型, 我们可以类似地推出

$$f(y, t) = (1 - a(t))\delta(y - \infty) + a(t)g(y, t). \quad (5)$$

可以将  $\delta(y - \infty)$  理解为在  $y$  非常大的地方有一个单位脉冲。

### 三、系统可靠性分析

系统可靠性的一般定义可叙述为:

**定义 2.** 在规定的条件下, 若系统在给定时间内完成规定功能, 则称系统是可靠的; 系统可靠的概率为系统可靠度。

规定条件一般是指应力, 完成规定功能是一种过于笼统的说法, 我们将用系统的性能指标来刻画系统完成其功能的情况。下面我们将上述定义数量化。

设一个系统有  $n$  个元件, 每个元件有一个参数  $y_i(t)$ , 它的设计值为  $\mu_{0i}$ 。称

$$Y(t) = (Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_n(t))$$

为系统的参数矢量。  $\mu_0 = (\mu_{01}, \mu_{02}, \dots, \mu_{0n})$  为  $Y(t)$  的设计矢量。再设系统有  $m$  个性能指标, 记为  $z_i(t)$ , 它的设计值为  $z_{0i}$ 。所有的性能指标均为参数矢量的函数, 即有  $z_i(t) = z_i(Y(t))$ , 特别  $z_{0i} = z_i(\mu_0)$ 。

**定义 3.** 如果下列条件得到满足, 则系统是可靠的,

$$|z_i(Y(t)) - z_{0i}| / z_{0i} \leq \gamma_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

且系统可靠度  $R(t)$  为

$$R(t) = \Pr\{|z_i(Y(t)) - z_{0i}| / z_{0i} \leq \gamma_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m\}. \quad (7)$$

其中  $\gamma_i$  为给定的百分数, 它取决于我们对系统的要求。

由(7)式,

$$R(t) = \int_{\Omega} \dots \int_{\Omega} f(y, t) dy_1 \dots dy_n. \quad (8)$$

其中  $\Omega = \{y | |z_i(y) - z_{0i}| / z_{0i} \leq \gamma_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m\}$

如果系统中所有元件均相互独立, 则(8)式还可写成:

$$R(t) = \int_{\Omega} \dots \int_{\Omega} \prod_{i=1}^n f_i(y_i, t) dy_i. \quad (9)$$

其中  $f_i(y_i, t)$  为  $Y_i(t)$  的一维密度函数。

要求出  $R(t)$  的解析解通常是很困难的。一般都是用计算机模拟求解。这可直接从定义出发((7)式)。下面是模拟算法。

算法 1:

①  $t = 0$

②  $k = 0$

③ 由  $f(y, t)$  产生  $r$  个随机矢量  $y^{(i)}, i = 1, 2, \dots, r$

- ④  $i = 1$
- ⑤ 将  $y^{(i)}$  代入(6)式,若(6)式不成立,转⑦
- ⑥  $k = k + 1$
- ⑦  $i = i + 1$ , 若  $i \leq r$ , 转⑤
- ⑧  $R(t) = k/r$
- ⑨  $t = t + \Delta t$ , 转②.

#### 四、控制系统可靠性分析及实例

我们首先考虑控制系统的性能指标[1].

**1. 稳定性** 这是系统能够工作的必要条件。它要求系统的特征值实部均小于零。

**2. 瞬态指标** 这是指单位阶跃响应的最大过调量和调整时间。适当的瞬态指标能使系统工作在一个良好的状态。需要指出的是,如果瞬态指标满足要求,则系统必是稳定的。所以,我们不再把稳定性作为一个性能指标。

**3. 稳态误差** 稳态误差是指单位阶跃响应、斜坡响应和抛物线响应在稳态时的误差。当然,对于特定的系统,还可以提出相应的指标。

对于高阶系统,要写出瞬态指标和稳态误差的表达式一般是不可能的。这儿我们考虑二阶系统。

以下我们假定在每次系统工作期间,退化是不显著的。这意味着我们可以把系统看作是定常的。

二阶系统的闭环传递函数为

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (10)$$

其中  $\xi$  和  $\omega_n$  均为  $Y(t)$  的函数(注意,这里的时间  $t$  并非系统的工作时间)。由[1],最大过调量是由  $\xi$  决定的,而  $\xi$  应满足:

$$0.4 \leq \xi \leq 0.8. \quad (11)$$

调整时间  $t_s$  和单位斜坡响应的稳态误差  $e_{ss}$  为

$$t_s = 3/(\xi\omega_n). \quad (12)$$

$$e_{ss} = 2\xi/\omega_n. \quad (13)$$

设  $t_s$  和  $e_{ss}$  的设计值分别为  $t_{s0}$  和  $e_{s0}$ , 允许误差分别为  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$ . 由定义 3,

$$R(t) = \Pr\{0.4 \leq \xi \leq 0.8, t_s \leq (1 + \gamma_1)t_{s0}, e_{ss} \leq (1 + \gamma_2)e_{s0}\}. \quad (14)$$

由于  $t_s$  和  $e_{ss}$  越小越好,我们不对它们的左侧作限制。

**例.** 试分析图 4 中随动系统的可靠性。记

$$y_1(t) = R_a(t), y_2(t) = k_2(t), y_3(t) = k_1(t), y_4(t) = f_0(t).$$

其中  $k_2(t)$  为电动机力矩常数。  $f_0(t)$  为电动机、负载和齿轮传动装置折合到电动机轴上的粘性摩擦系数。假定它们相互独立。

已知:  $\mu_{01} = 10$  欧姆,  $\mu_{02} = 15$  韦伯,  $\mu_{03} = 4$ ,  $\mu_{04} = 0.5$ ; 电动机轴上的折合转动惯量、误差测量装置的比例常数及齿轮传动比是确定的,均为 1.  $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$  及  $y_3(t)$  是混

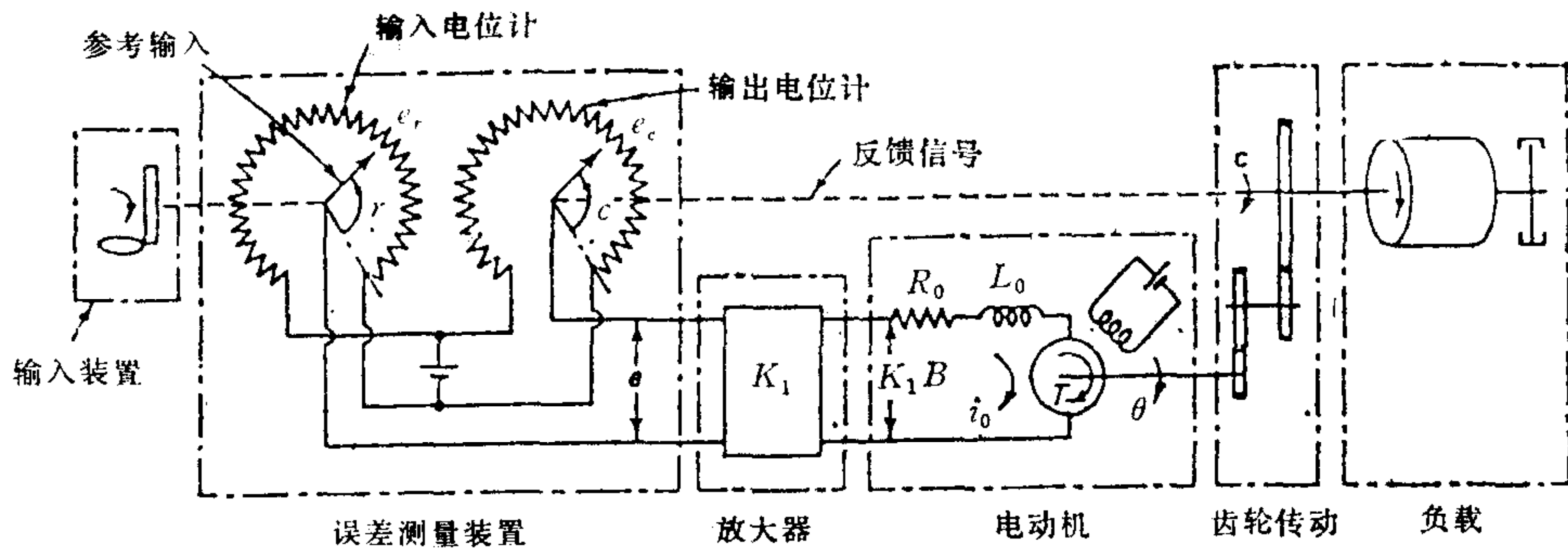


图 4 一个随动系统

合 1 型退化的。在  $t$  时刻它们突变为 0 的概率均为负指数型的：

$$a_1(t) = \exp(-10^{-4}t), a_2(t) = \exp(-10^{-4}t), a_3(t) = \exp(-7 \times 10^{-5}t),$$

在不发生突变的条件下， $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$  及  $y_3(t)$  的一维密度均为正态的，且均值和均方差分别为：

$$\mu_1(t) = 10 - 5 \times 10^{-6}t, \mu_2(t) = 15 - 5 \times 10^{-5}t, \mu_3(t) = 4 - 4 \times 10^{-4}t,$$

$$\sigma_1(t) = \sigma_2(t) = \sigma_3(t) = 2 \times 10^{-4} \sqrt{t}.$$

$y_4(t)$  是渐变退化的，且一维密度是正态的，均值和均方差为：

$$\mu_4(t) = 0.5 - 5 \times 10^{-6}t, \sigma_4(t) = 2 \times 10^{-4} \sqrt{t}.$$

忽略  $L_a$ ，我们直接写出  $\xi$ 、 $t_s$  和  $e_{ss}$ ，具体推导见[1]。

$$\xi = \frac{y_1 y_4 + 0.104 y_2^2}{2 \sqrt{y_1 y_3 y_2}} \tag{15}$$

$$t_s = \frac{6 y_1}{y_1 y_4 + 0.104 y_2^2} \tag{16}$$

$$e_{ss} = \frac{y_1 y_4 + 0.104 y_2^2}{y_2 y_3} \tag{17}$$

将(15)、(16)和(17)诸式代入(14)式，取  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.1$ ， $\Delta t = 150$  小时， $r = 2000$ 。利用算法 1，我们得出了图 5 的结果。

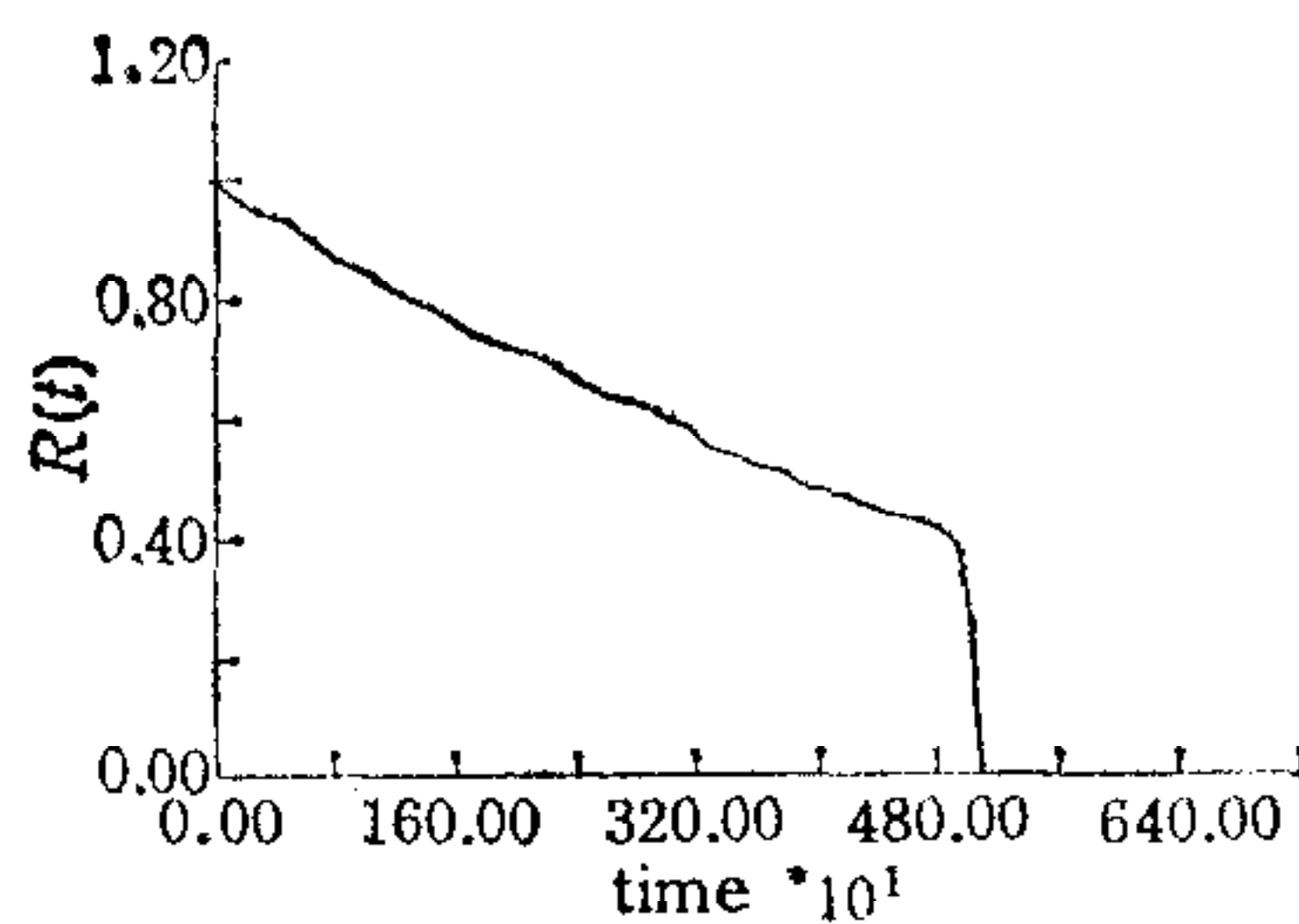


图 5

参 考 文 献

[1] 绪方胜彦，现代控制工程，科学出版社，1985。



## A NEW SYSTEM RELIABILITY MODEL

YAO ZENGQI

(*Institute of Automation, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

In this paper, we have modified the assumption of the traditional reliability theory that components and systems have only two states: good and false. We hold that there exists a degradation process before the complete failure of components and systems. On this base, a new method to analyse system reliability is advanced.

**Key words**——Degradation; reliability.

---

## “神经网络及其应用”学术讨论会在京举行

由中国自动化学会主办的第一届“神经网络及其应用”专题学术讨论会于1989年10月9日至11日在京举行。中国科学院自动化所受学会的委托筹备和组织了这次会议。

国际上对神经网络的研究自八十年代初复兴以来,已经走向热潮并赢得了学术界的广泛注目。介入该领域的科学工作者来自许多学科,如神经科学、生物科学、认知科学、计算机、控制论,乃至物理、数学等等,体现了该领域工作的高度交叉性。虽然研究工作者对神经网络的认识和工作途径不尽相同,但都共同预期着一场人工智能的变革和新一代有学习能力的计算机的诞生。

我国的神经网络研究工作起步不算晚,中科院生物物理所、自动化所、北京大学、清华大学、南开大学、复旦大学等自1985年前后相继开始了一些不同层次、不同规模的探索工作,几年来取得了一些初步成果,并且正在形成一支具有多种学科专门人材的研究力量。

出席这次会议的代表有100多人,远远超过了原计划的人数。代表们来自中科院和北京、上海、天津、南京、哈尔滨等地的一些大学。他们之中有大学教授和科学家,也有很多青年科学工作者。会议分大会报告和专题报告两种形式进行。大会报告的主要内容有:神经网络的结构理论和学习算法、神经生物学原理、电子和光学实现神经计算的初步探讨及对国内外情况的分析报告。专题报告的内容分为:网络模型与自学习、计算机视觉、智能控制及体系结构、专家系统与其它应用。在这次会议上发表的论文和报告共计50多篇,得到与会代表一致好评的约10篇左右,《模式识别与人工智能》杂志将选择一部分文章出版专辑。

从这次会议发表的文章内容看,我国的研究工作与国际上的研究状态是合拍的,目前国际上的研究工作可以划分为三个领域:(1)以确定网络结构和连接(权)为目的的算法研究;(2)以微电子学或光学为途径的运算机制研究;(3)以揭示脑神经构造和运作原理为目标的生理学研究。一般研究工作多侧重于自适应模式识别、实时语音信息处理、以机器人为代表的大型非线性动力学系统控制、人工智能等方面。不少与会者感到我国虽然也有类似的研究框架,但研究工作水平除少数的可以在国际上进行交流外,多数工作还处在摸索、学习阶段。

这次会议的另一特点是学术空气非常浓厚,会议充满了热烈的讨论,与会者对每个报告表现了认真和求实的态度是这次会议取得满意结果的重要保证。

会议程序委员会认为有必要立即着手筹备自动化学会神经网络研究专业委员会,以促进这个领域研究工作的发展、沟通、交流与合作。筹备工作由中国科学院自动化所戴汝为研究员负责。

(中国科学院自动化所 李 季)