

快时标意义下 Boost PFC 变换器中的分岔与混沌现象分析

马西奎^{1,2}, 刘伟增¹, 张浩¹

(1. 西安交通大学电气工程学院, 陕西省 西安市 710049

2. 重庆大学高电压与电工新技术教育部重点实验室, 重庆市 沙坪坝区 400044)

ANALYSIS OF FAST-SCALE BIFURCATIONS AND CHAOS PHENOMENA IN BOOST PFC CONVERTER

MA Xi-kui^{1,2}, LIU Wei-zeng¹, ZHANG Hao¹

(1. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shaanxi Province, China;

2. Key Lab of High Voltage Engineering and Electrical New Technology under the state Ministry of Education, Chongqing University, Shapingba District, Chongqing 400044, China)

ABSTRACT: Iterative maps are derived to describe the nonlinear dynamics of a peak current-programmed power-factor-correction (PFC) boost converter in a discontinuous mode. This discrete mode is used to examine the fast-scale instability problem for some intervals within a line cycle. Computer simulations and analysis reveal the complex nonlinear behavior: bifurcations and chaos phenomena in the fast-scale instability region of the system. With the help of the loci of eigenvalues of a Jacobian matrix, the location of period-doubling point is investigated in detail, which is useful to the design of practical circuit parameters and also provides an effective approach to predict the stable boundary of the system, and the theoretical analysis agrees with the results of the numerical simulation.

KEY WORDS: Power electronics; Boost PFC converters; Fast-scale instability; Bifurcations and chaos

摘要: 导出了电流不连续模式下峰值电流控制型 Boost PFC 变换器的离散映射方程。对线周期内的 fast-scale 不稳定现象进行了数值模拟, 并对 fast-scale 不稳定区域复杂的非线性行为(例如, 倍周期分岔和混沌现象)进行了分析。通过对系统的 Jacobian 矩阵特征值轨迹的分析, 定位了周期 1 到周期 2 的倍周期分岔点, 解析分析与数值结果相吻合。解析分析方法不仅有助于系统电路参数的设计, 同时也给系统稳定域边界的预测提供了一种有效的途径。

关键词: 电力电子; Boost PFC 变换器; 快时标不稳定性; 分岔与混沌

1 引言

近年来, 大功率电力电子电路中已广泛地应用 Boost PFC 变换器作为抑止谐波污染的有效手段, 用于解决其对电网日益严重的谐波污染问题^[1]。由于存在有开关和乘法器等非线性器件, Boost PFC 变换器实质上是一种强非线性系统^[2]。然而, 目前有关 Boost PFC 变换器工作特性的分析, 大多采用状态空间平均法。在中低频下, 这种小信号模型很难真实地反映系统的工作特性, 常常会导致理论分析结果和实际情形不一致的现象。例如, 在小信号模型下判定为稳定的区域, 实际中却会出现一些不稳定现象^[3-4]。因此, 采用非线性动力学方法研究 Boost PFC 变换器的工作特性已成为当前有关学术界和工程界关注的热点。

人们对 DC/DC 变换器中非线性现象(如次谐波振荡、跃变、准周期吸引子、分岔和混沌等)的研究已经非常深入^[5-13]。DC/DC 变换器中输入电压是恒定的, 仅需考虑占空比和开关频率的变化。然而, PFC 变换器的输入电压是正弦变化的, 这时, 不仅要考虑开关频率的变化, 同时也要考虑输入电压周期的影响。与 DC/DC 变换器相比, PFC 变换器中出现的非线性现象将更为复杂。迄今为止, 对 PFC 变换器中非线性现象研究的成果还很少。Orabi 等人依据状态空间平均法和功率守恒原则建立了一种粗略的非线性模型, 并实验研究了低频时输入电压周期

上的不稳定现象。例如,在轻载和高反馈增益下变换器中出现的倍周期分岔和混沌现象^[3-4]。由于对开关周期内的状态量进行平均化处理,因此忽略了在开关周期内的不稳定(fast-scale 不稳定)现象,最终只观察到在整个输入电压周期上的不稳定(slow-scale 不稳定)现象。近年来,Boost PFC 变换器中的 fast-scale 不稳定现象开始引起许多学者的关注^[14-15]。Iu 等人^[14]直接基于系统的状态方程,对平均电流型 Boost PFC 变换器中 fast-scale 不稳定现象进行了数值模拟,并通过对系统 Jacobian 矩阵特征值的分析,预测了 fast-scale 不稳定区域边界。但从其结果可以看出(见文献[14]中图 9),在平均电流控制模式下(在电流内环中,控制电感电流在一个开关周期内的平均值跟踪参考电流),这种预测方法误差较大,难于令人满意。Tse 等人^[15]将 PFC 变换器近似看作是慢时变斜坡补偿的 DC-DC 变换器,借用 DC-DC 变换器中的相关结论,通过对系统占空比的分析,得到了 fast-scale 不稳定区域的解析临界条件。这对工程实际具有一定的指导意义,但是其物理机理不够明确,理论分析尚欠严格和不足。

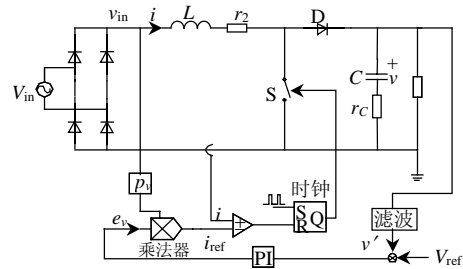
本文从状态方程出发,采用频闪映射法对峰值电流控制型 Boost PFC 变换器进行建模,得到了一组分段光滑映射方程。基于此模型,对 fast-scale 不稳定现象进行了数值模拟。结果表明,在 fast-scale 不稳定区域内,不仅有倍周期分岔现象,还同时有边界碰撞分岔和混沌的发生。而在实际的 PFC 变换器中,希望它能稳定地工作在周期 1 状态,避免出现 fast-scale 不稳定现象。如果能对系统的稳定边界有一个较为准确的预测,就可以设计电路参数使得系统工作点远离不稳定区域。因此,确定系统由周期 1 到周期 2 的分岔点,不仅有着重要的理论意义,还具有重要的实际应用价值。本文通过对系统 Jacobian 矩阵特征值分析,得到了系统的分岔点,预测结果与数值模拟相吻合,这为电流控制型 Boost PFC 变换器的稳定域分析提供了一种较为精确的预测方法。

2 Boost PFC 变换器的工作原理及建模

2.1 电路工作原理

峰值电流控制型 Boost PFC 变换器的电路如图 1 所示。其控制电路由两个闭环组成,在电流内环中,电感电流 i 和参考电流 i_{ref} 比较后作为开关 S 的

控制信号。在稳态时,输出电压是脉动很小的直流电压,而参考电流由输入电压采样信号和输出电压误差信号的乘积提供,因此参考电流是双半波正弦信号。当电流内环控制电感电流跟踪参考电流变化时,就可使系统达到近似于单位功率因数。电压外环的主要作用是减小输出电压纹波,以保持输出电压稳定。



注: $v_{in}=v_m \sin \omega t$; i 为流过电感 L 的电流; v 为电容 C 两端电压; v_{in} 为桥式整流输出电压; i_{ref} 和 V_{ref} 分别为参考电流和参考电压; p_v 为输入电压反馈增益; e_v 为输出电压误差信号经 PI 控制器后输出; clock 为固定周期 T_s 的时钟脉冲; v' 为输出电压经低通滤波后输出;

图 1 峰值电流控制型 Boost PFC 变换器原理图

Fig.1 Schematic of boost PFC converter under peak-current control mode

根据开关 S 和二极管 D 的工作状态,该电路具有以下 3 种工作模式。

(1) 工作模式 1 S 导通, D 关断。此时有

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{r_L}{L}i + \frac{V_m}{L}|\sin \omega t| \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{(R+r_C)C}v \end{cases} \quad (1)$$

(2) 工作模式 2 S 关断, D 导通。此时有

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{1}{L}(r_L + \frac{Rr_C}{R+r_C})i - \frac{R}{L(R+r_C)}v + \frac{V_m}{L}|\sin \omega t| \\ \frac{dv}{dt} = \frac{R}{(R+r_C)C}i - \frac{1}{(R+r_C)C}v \end{cases} \quad (2)$$

(3) 工作模式 3 S、D 均关断。此时,电感电流为零。有

$$\begin{cases} i = 0 \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{(R+r_C)C}v \end{cases} \quad (3)$$

2.2 非线性离散映射

频闪映射(stroboscopic map)已被广泛应用于研究功率变换器中的非线性现象^[5-7,10]。它以时钟脉冲周期 T_s 作为采样间隔,得到系统状态变量的迭代关系。本文采用频闪映射建立描述 Boost PFC 变换器的非线性动力学行为的数学模型。

在图1电路中,电压误差信号经PI控制器后,输出 $e_v = k_p(V_{\text{ref}} - v) + k_I \int (V_{\text{ref}} - v) dt$ 。其中, k_p 和 k_I 分别为比例和积分反馈增益。当系统达到稳态时,可以认为 e_v 为常值。那么参考电流 $i_{\text{ref}} = kV_m |\sin \omega t|$, 其中 $k = e_v p_v$ 。当开关频率足够高时,可以认为在每个开关周期内桥式整流输出电压 V_{in} 为定值 v_{ns} , 则有,参考电流 $i_{\text{ref}} = kv_{\text{ns}}$ 。

令初始时刻为 nT_s , 初始状态 $i_n = i(nT_s)$ 和 $v_n = v(nT_s)$, d_n 为采样周期 T_s 内开关导通的占空比。定义 $\theta = \omega t \bmod \pi$, $\theta \in [0, \pi]$; 在 nT_s 时刻,开关 S 导通,电压 V_{in} 对电感充电,电路工作在模式1。令 t_p 为从 nT_s 时刻开始,电感电流 i 上升到 i_{ref} 所经历的时间,则

$$t_p = \frac{L}{r_L} \ln \frac{V_{\text{ns}} - r_L i_n}{v_{\text{ns}}(1 - kr_L)} \quad (4)$$

如果 $t_p > T_s$, 在 $nT_s \rightarrow (n+1)T_s$ 内,变换器只经历工作模式1,此时 $d_n = 1$ 。由式(1),得映射为

$$\begin{cases} i_{n+1} = i_n e^{-T_s r_L / L} + \frac{V_{\text{ns}}}{r_L} [1 - e^{-T_s r_L / L}] \\ v_{n+1} = v_n e^{-T_s / (R+r_C)C} \end{cases} \quad (5)$$

如果 $t_p < T_s$, 在 $nT_s \rightarrow (nT_s + t_p)$ 内,开关 S 导通,变换器工作于模式1,占空比 $d_n = t_p / T_s$ 。此时,有

$$\begin{cases} i(nT_s + t_p) = i_{\text{ref}} \\ v(nT_s + t_p) = v_n e^{-t_p / (R+r_C)C} \end{cases} \quad (6)$$

在 $(nT_s + t_p)$ 时刻之后,变换器将工作于模式2。当 $\alpha_2 - \alpha_1^2 / 4 > 0$ 条件成立时(实际电路的参数总是满足这个条件),令 $t_0 = t_p + nT_s$, 在初始状态 $i(t_0)$, $v(t_0)$ 下,方程式(2)的解为

$$\begin{cases} i(t) = e^{a(t-t_0)} [(\beta_1 C_1 + \beta_2 C_2) \cos b(t-t_0) + (\beta_1 C_2 - \beta_2 C_1) \sin b(t-t_0)] + v_{\text{ns}} / (R+r_L) \\ v(t) = e^{a(t-t_0)} [C_1 \cos b(t-t_0) + C_2 \sin b(t-t_0)] + v_{\text{ns}} R / (R+r_L) \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\alpha_1 = \frac{L+RC(r_C+r_L)+r_L r_C C}{LC(R+r_C)}$; $a = -\alpha_1 / 2$;

$$\alpha_2 = \frac{R+r_L}{LC(R+r_C)}; C_1 = v_n e^{-\frac{t_p}{(R+r_C)C}} - v_{\text{ns}} R / (R+r_L);$$

$$b = \sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2 / 4}; C_2 = (i_{\text{ref}} - \beta_1 C_1 - \frac{v_{\text{ns}}}{R+r_L}) / \beta_2;$$

$$\beta_2 = (1 + \frac{r_C}{R})bC; \beta_1 = \frac{1}{R} + (1 + \frac{r_C}{R})aC。$$

令 t_c 为从 $(nT_s + t_p)$ 时刻开始,电感电流 i 下降到零所经历的时间。若 $(t_p + t_c) > T_s$, 在 $nT_s \rightarrow (n+1)T_s$ 内,变换器只经历模式1和2。令 $t_d = T_s - t_p$, 由式(7)可得离散映射为

$$\begin{cases} i_{n+1} = e^{at_d} [(\beta_1 C_1 + \beta_2 C_2) \cos bt_d + (\beta_1 C_2 - \beta_2 C_1) \sin bt_d] + v_{\text{ns}} / (R+r_L) \\ v_{n+1} = e^{at_d} (C_1 \cos bt_d + C_2 \sin bt_d) + v_{\text{ns}} R / (R+r_L) \end{cases} \quad (8)$$

如果 $(t_p + t_c) \leq T_s$, 在 $nT_s \rightarrow (n+1)T_s$ 内,变换器将先后经历工作模式1、2和3。这时,电感电流 i 从峰值降到零所经历的时间 t_c 由式(7)中 $i(t_0 + t_c) = 0$ 条件确定。即

$$e^{at_c} [(\beta_1 C_1 + \beta_2 C_2) \cos bt_c + (\beta_1 C_2 - \beta_2 C_1) \sin bt_c] + v_{\text{ns}} / (R+r_L) = 0 \quad (9)$$

在模式3中,由式(3)可得离散映射为

$$\begin{cases} i_{n+1} = 0 \\ v_{n+1} = v_n e^{-(T_s - t_p - t_c) / (R+r_C)C} \end{cases} \quad (10)$$

综合以上分析,离散映射式(5)、式(8)和式(10)描述了电流控制型 Boost PFC 变换器的工作过程。但是由于方程式(9)为超越方程,很难得到模式切换时刻 t_c 的解析解,一般可采用牛顿法等得到近似的数值解。

3 分岔分析

Jacobian 矩阵作为一种解析分析方法被广泛用来研究非线性动力系统时的局部分岔问题^[10]。离散映射 $X_{n+1} = F(X_n, \mu)$, 在不动点 X_e 处的 Jacobian 矩阵定义为 $J_F = \partial F / \partial X_n |_{X_n = X_e}$, 其特征值 λ 由特征方程 $\det |\lambda I - J_F| = 0$ 所确定。随着参数 μ 的变化,其特征值也相应地发生变化。当特征值 λ 穿越单位圆时,系统将发生分岔。特别地,如果有一个特征值从单位圆内沿负实轴过-1点穿越单位圆,系统将发生倍周期分岔。因此,可以通过考察 $\lambda = -1$ 处的参数 μ 来定位系统由周期1到周期2的分岔点。

在实际应用中,希望 PFC 变换器能稳定地工作在周期1状态。此时,系统仅在模式1和模式2之间切换 ($d_n < 1$), 而不经历模式3。因此仅需对映射方程式(8)的 Jacobian 矩阵进行分析。由于 t_d 、 C_1 和 C_2 都是 i_n 、 v_n 和 v_{ns} 的函数,所以式(8)可以写成

$$\begin{cases} i_{n+1} = f_1(i_n, v_n, v_{ns}) \\ v_{n+1} = f_2(i_n, v_n, v_{ns}) \end{cases} \quad (11)$$

其 Jacobian 矩阵为

$$J_F = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial i_n} & \frac{\partial f_1}{\partial v_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial i_n} & \frac{\partial f_2}{\partial v_n} \end{bmatrix}_{X_e} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } \frac{\partial t_p}{\partial i_n} &= \frac{L}{r_L i_n - v_{ns}}; & \frac{\partial C_1}{\partial v_n} &= e^{-t_p/(R+r_C)C}; \\ \frac{\partial C_1}{\partial i_n} &= \frac{L v_n}{(R+r_C)(v_{ns} - r_L i_n)C} e^{-t_p/(R+r_C)C}; & \frac{\partial t_p}{\partial v_n} &= 0; \\ \frac{\partial C_2}{\partial i_n} &= -\frac{\beta_1}{\beta_2} \frac{\partial C_1}{\partial i_n}; & \frac{\partial C_2}{\partial v_n} &= -\frac{\beta_1}{\beta_2} \frac{\partial C_1}{\partial v_n}; \end{aligned}$$

$$\sigma_1 = \beta_1 \cos bt_d - \beta_2 \sin bt_d;$$

$$\sigma_2 = \beta_1 \sin bt_d + \beta_2 \cos bt_d;$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_n} = e^{at_d} [(aC_1 + bC_2)\sigma_1 + (aC_2 - bC_1)\sigma_2];$$

$$\frac{\partial t_d}{\partial i_n} + e^{at_d} (\sigma_1 \frac{\partial C_1}{\partial i_n} + \sigma_2 \frac{\partial C_2}{\partial i_n});$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_n} = e^{at_d} [(aC_1 + bC_2) \cos bt_d +$$

$$(aC_2 - bC_1) \sin bt_d] \cdot \frac{\partial t_d}{\partial i_n} +$$

$$e^{at_d} (\frac{\partial C_1}{\partial i_n} \cos bt_d + \frac{\partial C_2}{\partial i_n} \sin bt_d)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial v_n} = e^{at_d} (\frac{\partial C_1}{\partial v_n} \sigma_1 + \frac{\partial C_2}{\partial v_n} \sigma_2);$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial v_n} = e^{at_d} (\frac{\partial C_1}{\partial v_n} \cos bt_d + \frac{\partial C_2}{\partial v_n} \sin bt_d);$$

不动点 X_e 由非线性方程组

$$\begin{cases} i_n = f_1(i_n, v_n, v_{ns}) \\ v_n = f_2(i_n, v_n, v_{ns}) \end{cases} \quad (13)$$

确定。

通过对式(12)的特征值轨迹分析,就可以定位系统倍周期分岔点,从而确定系统的 fast-scale 不稳定区域边界。

4 数值结果与分析

4.1 电路参数

取电路参数为 $V_{in}=100V$; $T=20ms$; $V_{ref}=220V$; $T_s=20\mu s$; $k=0.04$; $R=120\Omega$; $L=2mH$; $C=470\mu F$ 。

4.2 数值结果

图2中给出了系统进入稳态后的电感电流 i 的波形图。可以看出,在每个输入电压的 $1/2$ 周期 T' ($=T/2$) 内,电感电流 i 明显地分为3段:在 $\theta=0$ 和 $\theta=\pi$ 附近,电流 i 出现不稳定 (fast-scale 不稳定) 现象;在 $\theta=\pi/2$ 附近的中间段,电流 i 具有周期性变化的特征。下面重点对电感电流 i 出现的 fast-scale 不稳定现象进行数值分析。

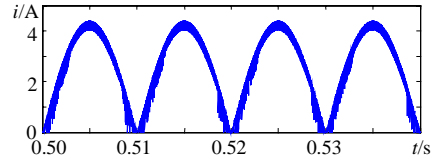


图2 电感电流 i 的时域波形图

Fig. 2 Time waveform of inductor current i

图3是 $t \in [0.5s, 0.51s]$ 时的一个 T' 内的电感电流 i 波形。在 $t=0.5s$ 附近,电流 i 处于 fast-scale 不稳定状态。随着参考电流 i_{ref} 的增大,在 $t=0.5031s$ ($\theta=55.80^\circ$) 时,电流 i 过渡为稳定的周期态;但在 $t=0.5084s$ 时,电流 i 又突然进入 fast-scale 不稳定状态 (见图4)。为便于说明,令 t_1 和 t_2 为电流在 fast-scale 不稳定状态和稳定状态之间切换的两个临界时刻, θ_1 和 θ_2 为对应的临界角。这里 $t_1=0.5031s$, $t_2=0.5084s$; $\theta_1=55.80^\circ$, $\theta_2=151.20^\circ$ 。显然, θ_1 和 θ_2 关于 $\pi/2$ 是不对称的。这是因为在每个开关周期 T_s 内,占空比 d_n 由电流 i 的上升时间决定。当 $\theta < \pi/2$ 时,由于参考电流 i_{ref} 是上升的,因此电流 i 将需要更长的时间才能达到峰值;相反地,当 $\theta > \pi/2$ 时,电流 i 上升,参考电流 i_{ref} 却下降,因此电流 i 会更快地跟踪上 i_{ref} 。这就意味着在 $\theta > \pi/2$ 区间,系统将会有更大的稳定区域,在电流波形图上则表现为 θ_1 和 θ_2 关于 $\pi/2$ 的不对称性。

图5是图3的频闪采样图,可以看出,在临界时刻 t_1 和 t_2 处 (见放大图6),电流 i 发生了由周期1到周期2的倍周期分岔。周期1到 fast-scale 不稳定状态的两个临界点就是电流 i 的分岔点。这种随时间变化而出现的分岔现象,类似于在 DC/DC 变换器中直流输入耦合了正弦干扰而出现的间歇性分岔和混沌现象^[12]。当改变电路参数时, θ_1 和 θ_2 会逐渐靠近并最终汇合。此时,在整个 T' 内,电路都工作于 fast-scale 不稳定状态,如图7所示。比较图5和图7,可以发现,当 R 增大时,临界角 θ_1 增大, θ_2 减小,最终2个 fast-scale 不稳定区域汇合在一起。

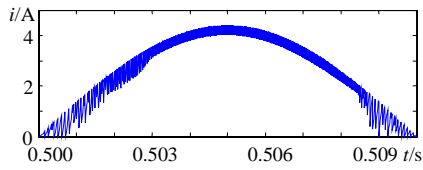


图 3 半个输入电压周期内电流 i 的波形图

Fig. 3 Time waveform of inductor current i within half line cycle

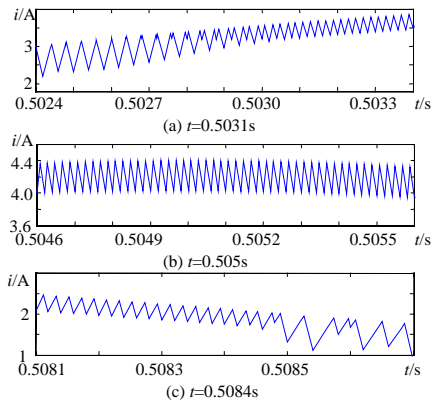


图 4 电流 i 处于 fast-scale 不稳定状态和周期态时的放大图

Fig. 4 Close-up view of the time waveform of inductor current i

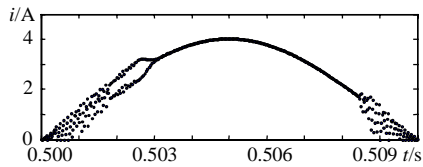


图 5 电感电流 i 的闪频采样图

Fig. 5 Time-domain waveform of the sampled inductor current i

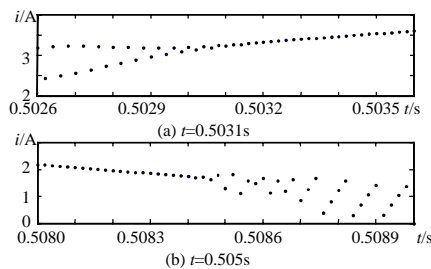


图 6 电流 i 的闪频采样放大图

Fig. 6 Close-view of the sampled inductor current i waveform

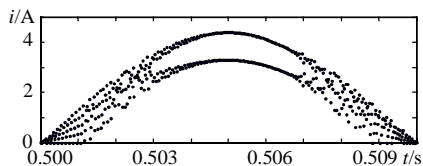


图 7 $R=235\Omega$ 时电流 i 的闪频采样图

Fig. 7 Time-domain waveform of the sampled inductor current i as $R=235\Omega$

4.3 Fast-scale 不稳定区域的分岔和混沌分析

当 $\theta = \theta_1$ 时, 电流 i 发生由周期 1 到周期 2 的倍周期分岔, 在图 5 中可以清楚地观察到分岔过程。

当 θ 继续减小时, 系统进入 fast-scale 不稳定状态。在 fast-scale 不稳定区域内, 由于采样点的限制, 很难继续观察到周期 2 以后的发展。但笔者知道, fast-scale 不稳定区域是与输入电压同周期出现的, 因此可以借助电流的叠加图 (如图 8 所示) 来观察 fast-scale 不稳定区域内的倍周期发展过程。

图 8 所示的电流叠加图是由如下方式得到的, 首先以 $i_0 = 0$ 和 $v_0 = 0$ 为初值, 计算 100 个周期 T' , 丢弃前 50 个计算结果, 只画出后 50 个周期的电流波形图, 然后把 $[n\pi, (n+1)\pi]$ 的图形依次向左平移 $n\pi$ ($n=1,2,3,\dots,49$), 这样 50 个周期的图形就依次叠加到一个周期上 $t \in [0.50, 0.51]$ 。从叠加放大图 9 中可以看出, 在电流 i 的周期 2 区域内, 当 $t = 0.50258s$ 和 $t = 0.5026s$ 时 i 突然以一种非光滑的方式进入混沌态。因此, 电流 i 在由倍周期分岔走向混沌的过程中, 发生了另一种性质的分岔。

文献[9]中指出, 当占空比达到饱和时, 可能激发出边界碰撞分岔。本文对电流控制型 Boost PFC 变换器中出现倍周期分岔时的占空比进行了详细的研究。图 10 是对应于图 5 的开关导通占空比分布图。很明显, 占空比 d_n 也在 θ_1 和 θ_2 处发生了由周期 1 到周期 2 的倍周期分岔。但随着 θ 的减小, 在 $t = 0.50258s$ 时刻 d_n 达到下界 0.026, 在 $t = 0.5026s$ 时刻 d_n 达到 1, 这与系统由周期 2 到混沌的临界点相一致。在 $\theta \in [\theta_2, \pi]$, 也有同样的现象发生。这些都表明, 在 fast-scale 不稳定区域内, 由于系统拓扑的变化, 电路在模态 1、2 和模态 3 之间频繁切换, 致使非线性现象变得更为复杂。既有倍周期的积累, 又有边界碰撞分岔和混沌的发生。因此, fast-scale 不稳定现象在工程中是必须绝对避免的。

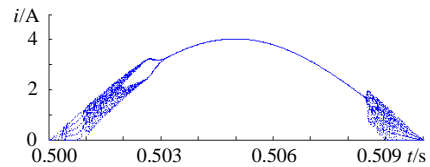


图 8 电感电流 i 采样点的叠加图

Fig. 8 Folded waveform of sampled inductor current i

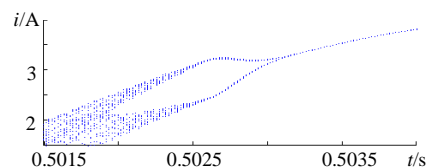


图 9 前 $\pi/2$ 内分岔点附近电流 i 的局部放大图

Fig. 9 Close-up view of Folded waveform of sampled inductor current i for the first quarter of the line cycle

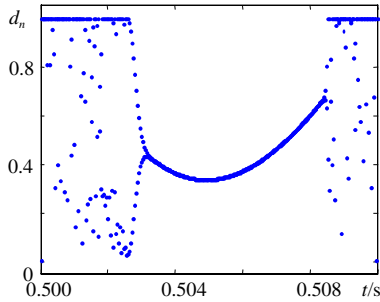


图 10 相应于图 5 的开关占空比分布图

Fig. 10 Distribution graph of the duty ratio corresponding to Fig. 5

4.4 fast-scale 不稳定边界的定位

数值结果表明, 在 1/2 个输入电压周期内电流 i 会出现 fast-scale 不稳定现象(间歇性分岔和混沌)。但在实际应用中, 总是期望系统能避免出现 fast-scale 不稳定状态或具有尽可能大的稳定区域(周期 1 区域), 以利于补偿设计。因此, 预测系统分岔点的位置对工程设计将是十分重要的。从上面的分析中我们知道, 系统在前 $T/2$ 内比后 $T/2$ 内具有较大的不稳定区域, 因此只要确定了第一个分岔点, 并以它指导电路的参数设计, 就可以保证系统工作在稳定状态。下面利用系统的 Jacobian 矩阵特征值 λ 来预测其临界角 θ_1 。

图 11 给出在上述电路参数下, 系统的 Jacobian 矩阵特征值在单位圆内的分布图。随着 v_{ns} 减小, λ_1 逐渐沿实轴向左移动, 而 λ_2 仅有微小变化且一直保持在单位圆内。从 λ_1 附近的放大图(图 12)中可以看出, λ_1 随着 v_{ns} 减小时的移动轨迹。表 1 中给出了 λ 的数值计算结果, 可以得出以下几点结论:

表 1 v_{ns} 变化下特征值 λ 的计算值和系统工作状态
Tab. 1 Calculated results of characteristic multipliers as the variation of v_{ns}

v_{ns}/V	$\theta(^{\circ})$	Jacobian 矩阵特征值		系统工作状态
		λ_1	λ_2	
109.9989	90.00	-0.9393	0.9992	周期 1
108.8025	81.36	-0.9401	0.9992	周期 1
106.7967	75.96	-0.9452	0.9992	周期 1
104.9314	72.36	-0.9509	0.9992	周期 1
103.6129	70.20	-0.9552	0.9992	周期 1
102.1472	68.04	-0.9604	0.9992	周期 1
101.0893	66.60	-0.9643	0.9992	周期 1
99.3829	64.44	-0.9710	0.9992	周期 1
98.1666	63.00	-0.9760	0.9992	周期 1
96.8884	61.56	-0.9815	0.9992	周期 1
95.5490	60.12	-0.9875	0.9992	周期 1
94.5048	59.04	-0.9924	0.9992	周期 1
94.1492	58.68	-0.9941	0.9992	周期 1
93.7900	58.32	-0.9959	0.9992	周期 1
93.4270	57.96	-0.9977	0.9992	周期 1
93.0603	57.60	-0.9995	0.9992	周期 1
92.6900	57.24	-1.0014	0.9992	倍周期

(1) 当 v_{ns} 较大时, Jacobian 矩阵特征值的模 $|\lambda_1|$ 很小, 系统工作在稳定的周期 1。

(2) 随着 v_{ns} 的减小, λ_1 逐渐向 -1 靠近。当 $v_{ns} = 92.69V$ ($\theta_c = 57.24^{\circ}$) 时, $\lambda_1 = -1.0014$ 跳出单位圆, 系统发生了由周期 1 到周期 2 的倍周期分岔。

(3) 当 v_{ns} 继续减小时, 系统将工作在 fast-scale 不稳定区域。由于输入电压过小, 电感电流将需要更长的时间跟踪上参考电流, 在一些周期内, 开关将一直导通, 占空比 d 为 1。此时, 会发生一些更为复杂的非线性现象, 如边界碰撞分岔和混沌等。

比较 4.2 中仿真得到的临界角 $\theta_1 = 55.80^{\circ}$ 和利用系统 Jacobian 矩阵特征值分析得到的 $\theta_c = 57.24^{\circ}$ (图 13), 可见, θ_c 要略大于 θ_1 。这是由于发生在临界点处的倍周期分岔是一种光滑分岔, 因此在有限的采样点下, 难于通过仿真结果准确定位其分岔点。而采用系统 Jacobian 矩阵特征值轨迹则可以较精确的计算出其分岔点位置。因此, 在实际应用中, 可以采用这种方法定位系统的分岔点, 并以此指导参数设计, 从而确保系统稳定地工作在周期 1 区域。

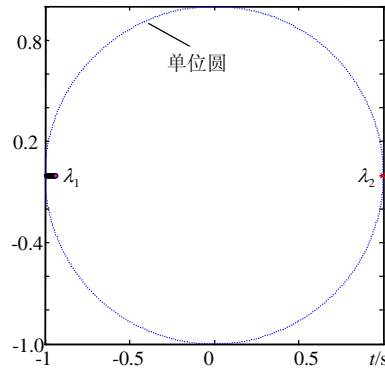


图 11 v_{ns} 变化下系统 Jacobian 矩阵特征值 λ 在单位圆内的分布图

Fig. 11 Distribution graph of characteristic multipliers within a unit circle as the variation of v_{ns}

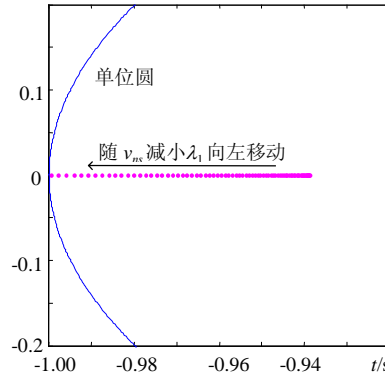
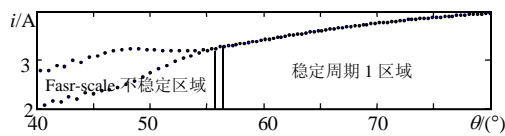


图 12 v_{ns} 变化下特征值 λ_1 移动轨迹图

Fig. 12 Locus of characteristic multiplier λ_1 as the variation of v_{ns}

图 13 临界角 θ_1 和 θ_c 的比较图Fig. 13 Critical angle θ_1 from simulation and θ_c from the analysis of the locus of characteristic multipliers

5 结论

在 Boost DC-DC 变换器中,当输入电压过低时,系统会出现倍周期分岔、边界碰撞分岔和混沌等非线性现象。类似地,在 Boost PFC 变换器中,在输入电压过零点附近的开关周期内也会出现一些不稳定的状态。数值结果表明,在每 1/2 个输入电压周期内,系统会间歇性地(在电压过低时)出现 fast-scale 不稳定现象。从叠加的电流图和开关占空比分布图上看,在 fast-scale 不稳定域内,系统会出现边界碰撞分岔和混沌等。因此,间歇性的 fast-scale 不稳定现象是 Boost PFC 变换器中最重要的动力学特征之一。

通过对系统 Jacobian 矩阵特征值的分析,预测得到了系统的分岔点,与数值模拟结果吻合较好。这种解析分析方法不仅有助于系统电路参数的设计,同时也为预测系统稳定域的边界提供了一种有效途径。

参考文献

- [1] Tse C K. Circuit theory of power factor correction in switching converters[J]. Int. J. Circ. Theor. Appl. 2003,31: 157-198.
- [2] Mazumder S K, Nayfeh A H, Boroyevich D. Theoretical and experimental investigation of the fast- and slow- instabilities of a DC-DC converter[J]. IEEE Trans. Power Electron. 2001,16: 201-216.
- [3] Orabi M, Ninomiya T, Jin Chunfeng. Nonlinear dynamics and stability analyses of boost power-factor-correction circuit[C]. Proc. IEEE PowerCon'02. 2002,600-605.
- [4] Orabi M, Ninomiya T. Nonlinear dynamics of power-factor-correction converters[J]. IEEE Trans. Industrial Electronics. 2003; 50(6): 1116-1125
- [5] 戴栋, 马西奎, 李小峰. 一类具有两个边界的分段光滑系统中边界碰撞分岔现象及混沌 [J]. 物理学报, 2003,52(11): 2729-2736.
Dai Dong, Ma X K, Li X F. Border collision bifurcations and chaos in a class of piecewise smooth systems with two boundaries[J]. Acta Phys. Sin., 2003,52(11): 2729-2736.
- [6] 张波, 曲颖. Buck DC/DC 变换器分岔和混沌的精确离散模型及实验研究[J]. 中国电机工程学报,2003.23(12): 99-103.
Zhang B, Qü Y. Study on the experiment and precise mode of bifurcation and chaos for Buck DC/DC converter[J]. Proceedings of the CSEE,2003.23(12): 99-103.
- [7] 张波, 李萍, 齐群. DC-DC 变换器分岔和混沌现象的建模和分析方法[J].中国电机工程学报,2002.22(11): 81-86.
Zhang Bo, Li P, Qi Q. Method for analyzing and modeling bifurcation and chaos in DC/DC converter[J]. Proceedings of the CSEE,2002, 22(11): 81-86.
- [8] 周宇飞, 丘水生, 陈军宁. 滞环电流模式控制 Cuk 变换器的非线性现象研究[J].中国电机工程学报, 2004.24(4): 96-101.
Zhou Y F, Qiu S S, Chen J N. Nonlinear phenomena in hysteretic current-controlled Cuk converters[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(4): 96-101.
- [9] Chan W C Y, Tse C K. Study of bifurcations in current-programmed DC/DC boost converters: from quasi-periodicity to period-doubling[J]. IEEE Trans. Circuits Syst. I. 1997, 44: 1129-1143.
- [10] Tse C K. Complex behavior of switching power converters[M]. CRC Press London.
- [11] Cheng K W E, Liu M, Wu J. Chaos study and parameter-space analysis of the DC-DC-boost converter[J]. Proc. IEE Electr. Power Appl. 2003,150(2): 126-137.
- [12] Tse C K, Zhou Y F, Lau F C M *et al.* 'Intermittent' chaos and subharmonics in switching power supplies[C]. Proc. IEEE ISCAS'03. 2003,3: 332-335.
- [13] Banerjee S, Chakrabarty K. Nonlinear modeling and bifurcations in the boost converter[J]. IEEE Trans. Power Electron. 1998, 13: 252-260.
- [14] Iu H C H, Zhou Y F, Tse C K. Fast-scale instability in a PFC boost converter under average current-mode control[J]. Int. J. Circ. Theor. Appl. 2003,31: 611-624.
- [15] Tse C K, Dranga O, Iu H C H. Bifurcation analysis of a power-factor-correction boost converter: uncovering fast-scale instability[C]. Proc. IEEE ISCAS'03. 2003,3:312-315.

收稿日期: 2004-09-27。

作者简介:

马西奎 (1958-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为非线性电路与系统、混沌控制与同步以及电力电子电路与系统中的 EMI/EMC;

刘伟增 (1978-), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力电子电路中的分岔与混沌现象;

张浩 (1973-), 男, 博士研究生, 研究方向为电力电子电路中的分岔与混沌; 混沌控制与同步。