

# 淬火钢回火过程的数学模型 \*

郭从盛

(陕西工学院机械工程系, 汉中 723003)

**摘要** 根据淬火钢回火转变的物理本质, 利用回归分析方法, 提出了一个能够描述淬火钢在回火过程中硬度 ( $H$ ) 随温度 ( $t$ ) 和时间 ( $\tau$ ) 变化的数学模型:  $H = H_0 - At^B - b_T \tau$ . 式中,  $H_0$  为钢的淬火硬度;  $At^B$  与  $b_T \tau$  分别为回火过程中由温度和时间因素引起的硬度下降.

**关键词** 回火, 淬火钢, 数学模型

**中图法分类号** TG156.10, TG162.8

**文献标识码** A

**文章编号** 0412-1961(1999)08-0865-04

## A MATHEMATICAL MODEL OF THE TEMPERING PROCEDURE OF HARDENED STEEL

GUO Congsheng

Department of Mechanical Engineering, Shanxi Institute of Technology, Hanzhong 723003

Correspondent: GUO Congsheng, lecture, Tel: (0916)2296374-2261, Fax: (0916)2296407

Manuscript received 1999-02-24, in revised form 1999-04-23

**ABSTRACT** According to the physical essence of the tempering transformation of hardened steel and using the method of regression analysis, a mathematical model was put forward, which describes the hardness ( $H$ ) variation with the temperature ( $t$ ) and time ( $\tau$ ) in tempering procedure of hardened steel, that is,  $H = H_0 - At^B - b_T \tau$ , where  $H_0$  is the quenching hardness of steel;  $At^B$  the hardness descent caused by the factor of temperature, and  $b_T \tau$  the hardness descent caused by the factor of time.

**KEY WORDS** tempering, hardened steel, mathematical model

淬火钢回火时, 回火硬度与回火温度及回火时间的关系, 最早由 Hollomon 等人在 1954 年提出 [1], 其相应钢种的主回火曲线后来被列入一些国家钢铁材料标准, 并作为制定回火工艺的根据. 我国目前对回火参数及其应用很少研究, 也没有系统的实验工作 [2], 有关手册中仍然沿用回火特性曲线和回火动力学曲线作为制定回火工艺的主要依据. 从现行的有关规定来看, 回火时间的选取范围相当宽松, 这不利于节约能源和提高生产率.

尽管实际生产中, 回火时间的确定还应当考虑零件尺寸、装炉量等因素, 但准确的理论计算是合理、科学地制定回火工艺的基础. 研究表明, Hollomon 等人建立的数学模型, 在某些方面还存在一定的局限性 [3]. 尽管有人对该模型进行过修正 [3,4], 以增加其适用范围和准确程度, 但很难用这一模型来解释回火过程及其物理本质, 因此有必要重新建立这一模型. 新的数学模型应满足两个基本要求: (1) 与现

代回火理论及回火过程一致; (2) 在较宽的温度范围内能准确表达回火硬度与回火温度及回火时间的关系.

### 1 实验方法及数学模型的建立

#### 1.1 实验方法

将 42CrMo 钢棒料加工成直径  $25 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$  的薄片, 经  $860^\circ\text{C}$  加热淬火后在洛氏硬度计上测出全部试样的硬度, 求出平均值, 剔除个别与平均值偏差较大的试样. 然后将这些试样每 3 个一组分成若干组, 分别在  $200 - 600^\circ\text{C}$  的盐浴炉中以不同的时间进行回火. 为减少偶然误差, 回火硬度应在试样的 3 个不同区域测量, 每组试样的平均值, 就是该回火条件下的实测硬度. 其结果如图 1 所示.

#### 1.2 数学模型的建立

图 1 表明, 淬火钢在某温度回火时, 硬度的下降主要由两个部分组成: 第一部分曲线所对应的斜率较大, 造成硬度下降的幅度大、变化快; 第二部分曲线所对应的斜率较小, 硬度下降的幅度小、变化平缓. 假设第一部分主要由温度因素所决定, 则第二部分可认为时间因素起主要作用. 而这两个部分都近似符合直线关系, 如图 2 所示. 则回火硬度  $H$ (HRC)

\* 收到初稿日期: 1999-02-24, 收到修改稿日期: 1999-04-23

作者简介: 郭从盛, 男, 1958 年生, 讲师

与回火温度  $t(\text{℃})$  及回火时间  $\tau(\text{h})$  的关系为

$$H = H_0 - H_1 - H_2; \quad H = H_0 - f_1(t) - f_2(\tau) \quad (1)$$

其中,  $H_0$  为淬火后钢的硬度;  $H_1=f_1(t)$  为由回火温度引起的硬度下降;  $H_2=f_2(\tau)$  为由回火时间引起的硬度下降。因此可分别求出  $f_1(t)$  及  $f_2(\tau)$  的数学表达式。

1.2.1 用回归分析方法求  $f_1(t)$  根据前面的分析, 假设 0.3 h 之前的硬度下降是由回火温度引起的, 根据图 1 的数据可作出  $H-t$  关系曲线, 如图 3 所示。该曲线通常符合指数关系

$$H_1 = f_1(t) = H_0 - H_{0.3} = At^B \quad (2)$$

式中  $H_{0.3}$  为  $\tau=0.3 \text{ h}$  时的回火硬度,  $A, B$  为材料常数。

对式 (2) 两边取对数, 得

$$\lg(H_0 - H_{0.3}) = \lg A + B \lg t \quad (3)$$

令  $y_1 = \lg(H_0 - H_{0.3})$ ,  $a_1 = \lg A$ ,  $b_1 = B$ ,  $x_1 = \lg t$ , 则

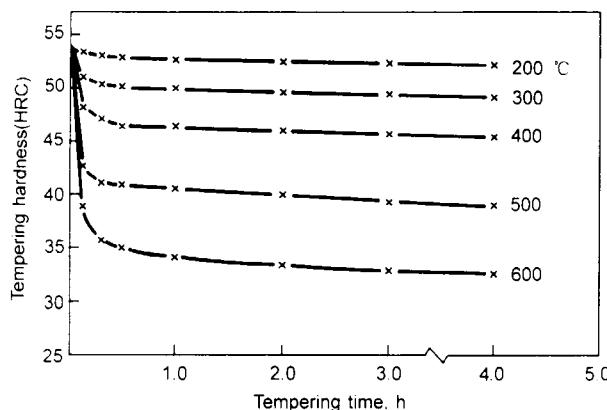


图 1 42CrMo 钢回火硬度与回火时间的关系

Fig.1 Curves between tempering hardness and tempering time for 42CrMo steel

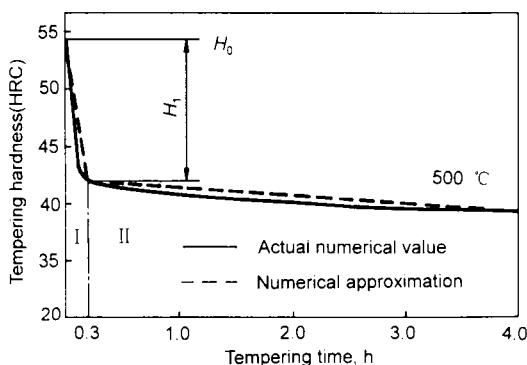


图 2 500 °C 回火时, 硬度的变化曲线

Fig.2 Change curve of tempering hardness at 500 °C  
I — hardness descent caused by tempering temperature  
II — hardness descent caused by tempering time

式 (3) 可写成

$$y_1 = a_1 + b_1 x_1 \quad (4)$$

因此, 可以通过一元线性回归分析方法<sup>[5]</sup>求出  $a_1 = -5.856$ ,  $b_1 = 2.572$ 。经检验, 线性关系显著 ( $R > 0.99$ )。将式 (4) 还原得到  $f_1(t)$  的数学表达式

$$H_1 = f_1(t) = 1.4 \times 10^{-6} t^{2.572} \quad (5)$$

1.2.2 用回归分析方法求  $f_2(\tau)$  由图 1 可以看出, 某温度下回火时, 由时间因素引起的硬度下降可表示成

$$f_2(\tau) = b_T (\tau - 0.3) \quad (\tau \geq 0.3) \quad (6)$$

其中,  $b_T$  表示回火温度为  $t$  时, 曲线的第 II 部分所对应的斜率, 如图 2 所示。显然, 回火温度不同,  $b_T$  值也不相同。根据图 1 的实验数据, 利用回归分析方法同样可以求出不同回火温度下的  $b_T$  值, 如图 4 所示。因此,  $b_T$  与  $t$  的关系为

$$b_T = a + bt \quad (7)$$

利用回归分析方法, 可求出  $a = -0.11$ ,  $b = 1.4 \times 10^{-3}$ 。从而

$$b_T = -0.11 + 1.4 \times 10^{-3} t \quad (8)$$

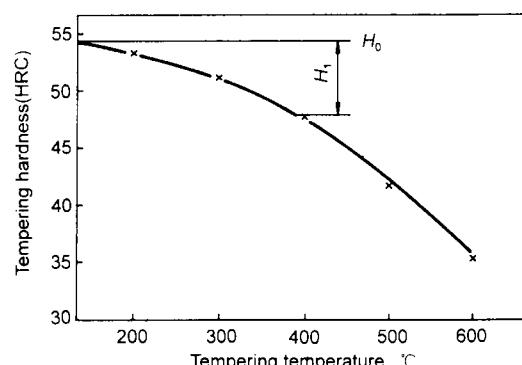


图 3  $\tau=0.3 \text{ h}$  时, 回火硬度与回火温度的关系

Fig.3 The relation between tempering hardness and tempering temperature at  $\tau=0.3 \text{ h}$

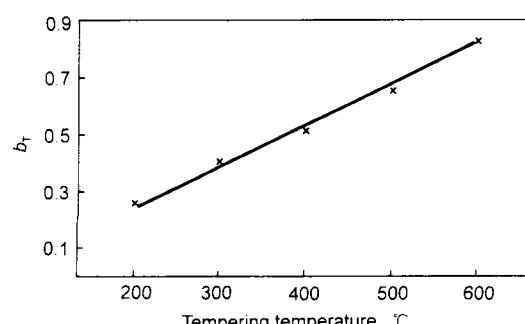


图 4  $b_T$  与回火温度的关系

Fig.4 The relation between  $b_T$  and tempering temperature

经检验, 该回归方程相关性显著 ( $R > 0.99$ ), 代入式(6)得

$$f_2 = (-0.11 + 1.4 \times 10^{-3}t)(\tau - 0.3) \quad (9)$$

由于  $b_t$  值很小, 所以式(9)可近似表示成

$$f_2 = (-0.11 + 1.4 \times 10^{-3}t)\tau \quad (10)$$

将式(5), (10)代入式(1)得

$$\begin{aligned} H = H_0 - 1.4 \times 10^{-6}t^{2.572} + \\ (0.11 - 1.4 \times 10^{-3}t)\tau \quad (\tau \geq 0.3) \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $H_0=54.5$ . 这就是 42CrMo 钢回火时, 回火硬度与回火温度及回火时间的数学关系式. 另外, 对 40CrNi 钢的研究结果表明也有类似规律(见表 1), 其数学表达式为

$$\begin{aligned} H = H_0 - 6.6 \times 10^{-6}t^{2.32} + \\ (0.21 - 1.93 \times 10^{-3}t)\tau \quad (\tau \geq 0.3) \end{aligned}$$

其中,  $H_0=52.0$ .

表 1 40CrNi 钢不同回火条件下的硬度

Table 1 The tempering hardness(HRC) of 40CrNi steel at various tempering conditions

$\tau, h$	Tempering temperature, °C				
	200	300	400	500	600
0.1	51.0	49.4	46.9	42.8	37.5
0.3	50.6	48.5	45.2	40.2	33.7
0.5	50.5	48.2	44.8	39.9	32.8
1.0	50.4	47.9	44.4	39.3	31.9
2.0	50.2	47.6	44.0	38.8	31.0
3.0	50.1	47.2	43.4	38.2	30.0
5.0	48.7	46.7	42.8	36.8	28.8

因此, 淬火钢回火时, 硬度变化规律为

$$H = H_0 - At^B - b_t\tau \quad (12)$$

## 2 分析讨论

### 2.1 Hollomon 模型的不足

Hollomon 模型的建立首先基于这样的假设: 回火过程是一固态反应. 根据 Arrhenius 固态反应理论,  $v=A \cdot \exp(-Q/RT)$ , 其中  $v$  为固态反应速度;  $Q$  为反应激活能;  $R$  为气体常数;  $T$  为绝对温度;  $A$  为常数. 如果回火温度为  $T$ , 回火时间为  $\tau$ , 则转变量  $M$  为

$$M = v \cdot \tau = A \cdot \tau \cdot \exp(-Q/RT) \quad (13)$$

并认为转变量  $M$  的多少就决定了回火程度, 而硬度则是回火程度的反映. 由上式得

$$M/A = \tau \cdot \exp(-Q/RT) \quad (14)$$

两边取对数, 并整理后得

$$Q/(2.3R) = T(C + \lg \tau) = P \quad (15)$$

称  $P$  为回火参量, 而回火硬度  $H_t$  与回火参量  $P$  存在一定的函数关系

$$H_t = f(P) = f[T(C + \lg \tau)] \quad (16)$$

由于该式并非解析式,  $P$  值只能从相应钢种的主回火曲线上查出. 对同一个  $P$  值, 可以有不同的  $T$  与  $\tau$  的搭配, 从而给出不同的回火工艺. 这就是 Hollomon 模型的建立过程及思路. 显然, 该模型的建立事实上有两个假设条件: (1) 回火转变量  $M$  决定回火硬度  $H_t$ ; (2)  $M = v \cdot \tau$ .

对于第一个假设, 即回火转变量决定回火硬度的观点与现代回火理论不尽相同. 事实上, 淬火钢因回火条件不同会发生不同类型的组织转变, 并得到不同的回火组织, 而回火硬度主要与回火后的组织类型有关. 换句话说, 淬火钢回火时的硬度变化, 主要取决于马氏体中碳原子浓度变化, 其次还与析出相的类型、弥散度、残余奥氏体的分解、铁素体的回复与再结晶等因素有关, 因此, 无法用转变量的概念加以解释. 对于第二个假设, 若回火温度一定,  $Q, T$  均为常数, 根据 Arrhenius 公式, 反应速度  $v$  也是常数, 则由式(13)可得转变量与时间成线性关系. 根据第一个假设及该关系式, 应当有如下推论: 当回火时间极短时(如几分钟), 转变量很少, 硬度下降的幅度必然较小. 但从图 1 的实验曲线来看, 在某温度回火时, 硬度的大幅下降正好发生在前几分钟, 且随着时间的延长, 硬度的下降幅度和下降速度会迅速减小. 可见, 式(13)所表明的线性关系仅仅与实验曲线的第二部分相符.

### 2.2 新模型与淬火钢的回火过程

由图 1 的实验曲线可以看出, 某温度下回火时硬度的下降可分为三个阶段, 如图 5 所示. 第 I 阶段所对应的时间很短, 而硬度下降幅度却非常大. 事实上, 回火开始时小于 10 s 即发生室温硬度的快速变化, 1—10 min 时, 硬度的变化开始变慢<sup>[6]</sup>, 但下降幅度仍然较大. 当时间足够短时(如几分钟), 硬度的下降可近似看成直线. 硬度大幅下降的主要原因是碳原子从马氏体中的迅速脱溶; 回火温度越高, 马氏体中碳原子的浓度越低, 硬度下降幅度越大(如图 1 所示). 因此, 这一阶段的硬度下降幅度主要取决于回火温度的高低. 同时, 由于时间极短, 析出的碳原子来不及进行长距离扩散, 只能存在于附近的缺陷(如位错等)处.

曲线 II 所对应的时间大约十几分钟. 在这一阶段, 一方面, 碳原子继续从马氏体中析出, 但析出速度和析出量大为减少, 所造成的硬度下降趋缓; 另一方面, 从马氏体中析出的碳原子会发生聚集, 进而形成不同类型的碳化物<sup>[7]</sup>, 这些碳化物与基体存在一定的位向关系<sup>[7,8]</sup>, 加之时间较短, 所形成的碳化物细小弥散, 造成硬度升高. 由于这两个方面

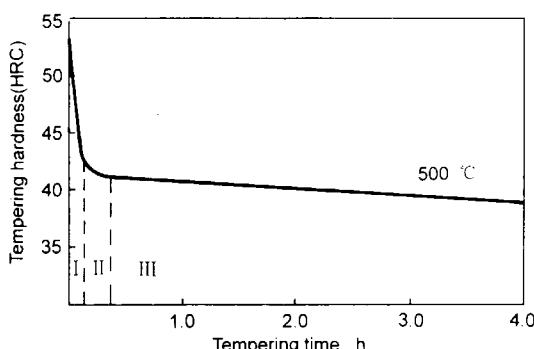


图 5 回火硬度的下降与回火转变过程

Fig.5 The descent of tempering hardness and process of tempering transformation

的共同作用,使得曲线II的形状较为复杂。另外,由于弥散强化的作用小于固溶强化,因此总的趋势仍然表现为硬度的下降。随着时间的进一步延长,马氏体中的碳浓度基本达到该温度下的平衡浓度,硬度的下降进入第III阶段。这一阶段的硬度下降主要是碳化物的聚集长大所致。当回火温度较高时,还伴随着铁素体的回复与再结晶。由于这一阶段所对应的时间较长,而硬度变化很小,可近似看成直线。

由以上分析可以看出,曲线I对应着马氏体中碳浓度的变化,而马氏体中的碳浓度主要与温度因素有关;曲线III主要对应着碳化物的聚集长大以及高温时铁素体的回复与再结晶等组织变化,这一变化过程缓慢,主要受时间因素所控制;曲线II所对应的时间范围较窄且硬度变化也不大,因此整个实验曲线可近似看成由I和III两部分组成。而新的数学模型  $H = H_0 - At^B - b_T \tau$  可以准确描述淬火钢回火时硬度的变化规律及其物理本质。

### 2.3 新模型与 Hollomon 模型的对比

与 Hollomon 模型相比,新的数学模型有以下特点:

- (a) 新模型为解析式,使用方便; Hollomon 模型并非解析式,使用时须借助相应钢种的主回火曲线;
- (b) 新模型将温度与时间对回火硬度的影响分别考虑,其表达式的物理意义明确,而 Hollomon 模型则不明确;
- (c) 新模型能准确反映回火硬度与温度和时间的关系,而 Hollomon 模型在某一范围内存在较大误差<sup>[3]</sup>。

### 2.4 应用前景

新的数学模型不仅可以用来预测淬火钢在某回火条件下的回火硬度,而且利用这类模型来制定回火工艺时,在理论上变得更合理,实用上更准确方便。同时,由于新模型把回

火温度与回火时间对回火硬度的影响分别考虑,因此,可以通过简单的计算将回火时间折算成回火温度,在保证同一回火硬度的前提下,通过适当提高回火温度以缩短回火时间,从而实现快速回火。目前生产上在确定回火时间时,通常根据回火炉的种类和零件的有效厚度利用经验公式<sup>[9]</sup>来确定,一般为1—3 h,而这个时间是指保温时间,即炉温到达回火温度时才开始计算。从前面的分析及实验结果来看,回火转变的主要过程进行得非常快,而且零件在随炉升温的过程中,回火转变也持续进行着,用现有经验公式来计算的保温时间就显得过于宽松,这不利于节约能源和提高生产率。而新模型的建立为解决这一问题提供了理论依据。

### 3 结论

淬火钢在回火过程中的硬度下降主要取决于马氏体中碳原子的浓度变化,而不是由回火转变产物的量所决定的;回火硬度与回火温度及回火时间的关系可以用  $H = H_0 - At^B - b_T \tau$  来描述,且具有一定的普遍意义。

### 参考文献

- [1] Hollomon J H, Jaffel D. *Trans Met Soc AIME*, 1954; 162: 233
- [2] Hu G L, Xie X W. *Heat Treatment of Steel*. Xi'an: North-West Polytechnical University Press, 1993: 202  
(胡光立, 谢希文. 钢的热处理. 西安: 西北工业大学出版社, 1993: 202)
- [3] Tsuyoshi I. *Heat Treat*, 1982; 22: 25  
(井上毅. 热处理, 1982; 22: 25)
- [4] Guo C S. *J Shanxi Tech Inst*, 1996; 3: 6  
(郭从盛. 陕西工学院学报, 1996; 3: 6)
- [5] Mao S G, Ding Y, Zhou J X. *Regression Analysis and Experiment Design*. Shanghai: East Chain Normal University Press, 1981: 27  
(茆诗刚, 丁元, 周纪芳. 回归分析及其实验设计. 上海: 华东师范大学出版社, 1981: 27)
- [6] The ASM Handbook Committee. *Metals Handbook*. 9th ed. Vol.4, Ohio: American Society for Metals, 1981: 73
- [7] Nagakura S, Hirotsu Y, Kusunoki M, Suzuki T. *Met Trans*, 1983; A14: 1025
- [8] Taylor K A, Olson G B, Cohen M, Vanper T B. *Met Trans*, 1989; A20: 2749
- [9] Heat Treatment Handbook Committee. *Heat Treatment Handbook*. 2nd ed, Vol 1, Beijing: Mechanical Industry Press, 1991: 141  
(《热处理手册》编委会. 热处理手册. 第二版, 第一卷, 北京: 机械工业出版社, 1991: 141)