

# 响应曲面法优化气体淬火过程中的工艺参数 \*

李辉平 赵国群 牛山廷 栾贻国

(山东大学模具工程技术研究中心, 济南 250061)

**摘要** 以轴对称问题气体淬火过程为研究对象, 提出了阶段换热系数模型, 进行了五因子三水平 Box-Behnken 实验设计。根据实验设计结果, 将设计的变量水平代入本文开发的淬火过程有限元分析软件进行计算, 用逐步回归法和响应曲面方法对实验结果进行拟合, 建立了拟合变形程度、表面单元平均等效残余应力、等效残余应力标准差、平均表面硬度和表面硬度标准差的响应曲面公式。以变形程度为目标, 建立了相应的优化目标函数, 用 Lagrange 乘子法对优化目标函数进行了带上下限及约束函数的非线性优化。优化后, 五项目标中的四项得到了有利的结果, 使用优化后工艺参数进行气体淬火, 可以提高零件的淬火质量。

**关键词** 气体淬火, 响应曲面法, 工艺参数, 优化

中图法分类号 TG156.3, TP39 文献标识码 A 文章编号 0412-1961(2005)10-1095-06

## OPTIMIZATION OF PARAMETER IN GAS QUENCHING PROCESS USING RESPONSE SURFACE METHOD

LI Huiping, ZHAO Guoqun, NIU Shanting, LUAN Yiguo

Mould & Die Engineering Technology Research Center, Shandong University, Jinan 250061

Correspondent: ZHAO Guoqun, lecturer, Tel: (0531)8395811, Fax: (0531)8395811,

E-mail: lihuiping@sdu.edu.cn

Supported by Foundation for Trans-century Talents of the Education Ministry of China (No.01030329)  
Manuscript received 2005-04-06, in revised form 2005-06-22

**ABSTRACT** A step function model with time is presented, and an axisymmetric component is regarded as the study objective in this model. Heat transfer coefficient during the gas quenching process is described as a function of time, and five design variables are selected to do the design of Box-Behnken experiment with five factors and three levels. The levels of design variables attained from the result of Box-Behnken experiment design are regard as the technical parameters of gas quenching to simulate the gas quenching process using the FEM software developed in the paper. Some mathematical models of response surface are attained using the stepwise regression method and the response surface method. These mathematical models show the relationship between the quenching results and the design variables. An optimization model is presented in the paper, the distortion is regarded as the optimization objective in the model. An optimization process is done using the non-linear method and the Lagrange multiplier method. After optimization, four items of evaluation objectives are improved. The quenching quality using technical parameters after optimization is much better than that using technical parameters before optimization.

**KEY WORDS** gas quenching, response surface method, technological parameter, optimization

国内外许多学者针对相应目标对热处理工艺参数进行了优化, 文献 [1—6] 均采用相应的方法对相应零件的淬火工艺参数进行了优化选择, 并得到了较合理的工艺参数。在气体淬火过程中, 有多个工艺参数会对零件变形、硬度、残余应力等淬火结果造成影响, 但是国内外对于气体淬火工艺参数优化的研究并不多见。为了得到理想的淬

火结果并提高零件的淬火质量, 为气体淬火过程选择最佳的工艺参数是一项非常有意义的研究工作。目前, 试错法被广泛地用来选择气体淬火工艺参数, 但是, 试错法要做大量的尝试实验, 花费较高, 另外试错法也无法保证为淬火零件找到最佳的淬火工艺参数。

曲面响应法是由 Box 和 Wilson<sup>[7]</sup> 在 20 世纪 50 年代首次提出, 现在这种方法已被广泛应用于化学、农业、建筑业、制造业等领域<sup>[8,9]</sup>。本文选择轴对称类型零件的气体淬火过程为研究对象, 提出了阶段换热系数模型, 并根据此模型进行了 Box-Behnken 实验设计, 用逐步回归法和响应曲面方法对实验结果进行拟合, 建立了拟合变形程

\* 教育部跨世纪优秀人才基金资助项目 01030329

收到初稿日期: 2005-04-06, 收到修改稿日期: 2005-06-22

作者简介: 李辉平, 男, 1972 年生, 讲师, 博士生

度、表面单元平均等效残余应力、等效残余应力标准差、平均表面硬度和表面硬度标准差的响应曲面公式。以变形程度为目标，建立了优化目标函数，用 Lagrange 乘子法对优化目标函数进行了带上下限及约束函数的非线性优化。

### 1 曲面响应模型

分析一个包含响应  $Y$  的过程或系统，该响应依赖于输入因子  $x_1, x_2, \dots, x_k$ 。它们的关系可用下列模型表示

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon$$

其中真实的响应函数  $f$  的形式是未知的， $\varepsilon$  是误差项，它表示不能由  $f$  涵盖的变异部分。因为响应  $Y$  和  $x_1, x_2, \dots, x_k$  之间的关系可以用图形的方式描述为  $x_1, x_2, \dots, x_k$  的区域上的一个曲面，所以对这种关系的研究称为响应曲面研究 (response surface study)。考虑交互效应和二次效应的响应曲面二阶模型可表示为

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \varepsilon$$

其中， $\beta_i$  为编码变量  $x_i$  的斜率或线性效应， $\beta_{ij}$  为  $x_i$  与  $x_j$  之间的线性交互效应， $\beta_{ii}$  为  $x_i$  二次效应， $\beta_0$  为常数项。

### 2 气体淬火工艺参数评估

在气体淬火过程中，工艺参数可以分为不确定性参数和确定性参数。确定性参数中包括零件淬火前的预热温度及循环气体的温度；在不确定性参数中，最重要的是淬火零件与循环气体之间的换热系数，可以通过炉内气体的压力、气流的速度及喷嘴的排列直接控制换热系数的大小。Midea 等 [10] 的研究结果表明：气体淬火过程中淬火介质的冷却能力（零件与淬火介质之间的换热系数）是影响淬火结果的主要因素；Pritchard 等 [11] 研究后指出气体淬火介质的温度对于零件淬火后的性能影响很小。因而在本文的研究工作中，不将零件的预热温度和淬火介质的温度作为优化的目标变量，选择 800 °C 作为零件的预热温度，选择的淬火介质温度为 20 °C。

#### 2.1 有限元模型

对于如图 1a 所示的轴对称物体，根据工程力学对轴对称问题的定义 [12] 及有限元理论 [13]，其有限元模型如图 1b 所示，有限元模型中包括 599 个单元和 678 个节点。计算时，轴对称物体的边界条件如图 1 中的有限元网格所示，其中箭头表示位移约束，没有箭头指示的其余边界表示换热边界。材料为 40Cr 钢，淬火介质为氮气。淬火材料组织转变的数学模型和相变量计算方法参照文献 [14]。

#### 2.2 评估目标函数的建立

为了了解各种参数对淬火结果的影响程度，对淬火后的表面平均硬度、表面硬度标准差、表面残余应力的平均值、表面残余应力的标准差以及零件的变形程度等五项指标建立了评估目标函数，建立的目标函数如式 (1) — (5)

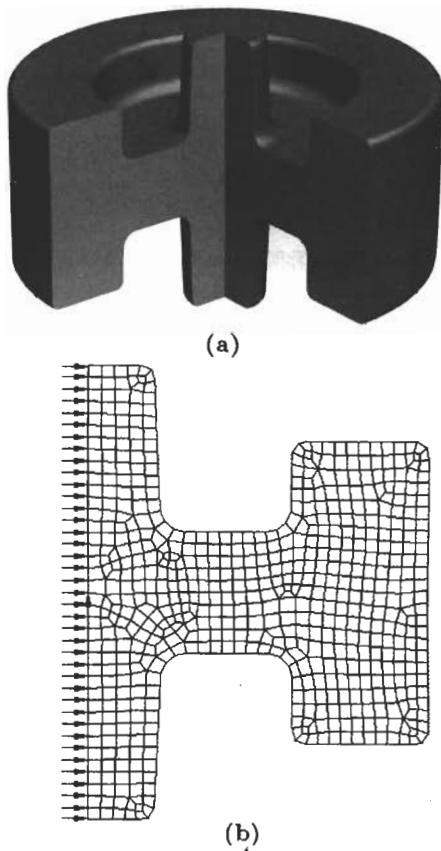


图 1 轴对称物体的三维形状及有限元模型

Fig.1 3D geometric shape (a) and FEM mesh model (b) of axis-symmetric object, in Fig.1b the arrows indicating the displacement constraint boundary and the others without arrows to be heat transfer boundaries

所示，用此五式作为判断工艺参数对淬火结果影响的目标函数。

$$\bar{H} = \sum_{i=1}^k (H_i A_i) / \sum_{i=1}^k A_i \quad (1)$$

$$H_d = \sqrt{\sum_{i=1}^k [A_i (\bar{H} - H_i)^2] / \sum_{i=1}^k A_i} \quad (2)$$

$$\bar{\sigma} = \sum_{i=1}^m (\bar{\sigma}_i A_i) / \sum_{i=1}^m A_i \quad (3)$$

$$\bar{\sigma}_d = \sqrt{\sum_{i=1}^m [A_i (\bar{\sigma}_i - \bar{\sigma})^2] / \sum_{i=1}^m A_i} \quad (4)$$

$$D = \sum_{i=1}^m A'_i \quad (5)$$

式 (1) — (5) 中， $\bar{H}, H_d, \bar{\sigma}, \bar{\sigma}_d, D$  分别为零件表面平均硬度、表面硬度标准差、平均表面等效残余应力、表面残余应力的标准差、零件的变形程度； $A_i, H_i, \bar{\sigma}_i$  分别为第  $i$  个表面单元的面积、Rockwell 硬度和等效残余应力；

$m$  为表面单元的个数;  $A'_i$  表示第  $i$  个表面单元原表面节点与变形后的表面节点所围成的四边形面积或两个三角形的面积之和.

### 3 换热系数模型及实验设计

#### 3.1 换热系数模型

对于换热系数的描述可以用 B 样条曲线、三次曲线或其他方式. 在对换热系数进行优化时, 如何在优化过程中有效地描述换热系数也是一个重要的研究内容. 在本文中, 将换热系数定义成与淬火时间相关的阶段性函数, 如图 2 所示.

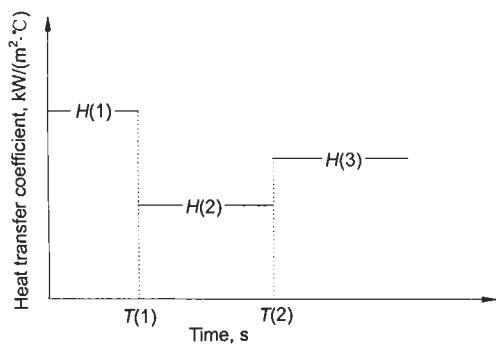


图 2 阶段性换热系数模型

Fig.2 Step function model of heat transfer coefficient

通过图 2 中的五个设计变量控制淬火系数的大小及相应淬火系数所对应的时间, 其中  $H(1)$ ,  $H(2)$ ,  $H(3)$  分别对应换热系数的三个数值,  $T(1)$ ,  $T(2)$  是用相应换热系数持续淬火的时间.  $H(1)$  对应的淬火时间段为  $[0, T(1)]$ ;  $H(2)$  对应的淬火时间段为  $[T(1), T(1)+T(2)]$ ;  $H(3)$  对应的淬火时间段从  $T(1)+T(2)$  时刻开始, 一直到淬火结束.

#### 3.2 Box-Behnken 实验设计

Box 和 Behnken 通过一种特殊的方式将二水平因

析设计与平衡的或部分平衡的不完全区组设计结合在一起, 从而发展了一类三水平的二阶设计. Box-Behnken 设计的一个优点是它只要求每个因子有三个水平<sup>[15]</sup>. 对于  $H(1)$ ,  $H(2)$ ,  $H(3)$ ,  $T(1)$ ,  $T(2)$  这五个变量进行三水平 Box-Behnken 设计, 由于变量数目为 5, 可以安排在两个正交区组中, 每个区组至少包含一个中心点, 这样可以较好地保护实验设计的正交性. 设计后总共需要 46 次实验, 其中包括 4 个中心点的实验, 设计结果如表 1 中的前 6 列所示 (由于表格较大, 只列出其中的前 5 行和后 5 行). 表 1 中的变量水平是代码化后的表示方式, 对于  $H(1)$ ,  $H(2)$ ,  $H(3)$ , 表 1 中的 -1, 0, +1 分别对应 1.0, 1.5, 2.0  $\text{kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$ ; 对于  $T(1)$ ,  $T(2)$ , 表 1 中的 -1, 0, +1 分别对应淬火时间为 40, 60, 80 s.

根据实验设计结果, 将设计的变量水平代入本文开发的淬火过程有限元分析软件<sup>[16]</sup>进行计算, 利用有限元分析结果和式 (1)–(5) 得到平均硬度 ( $ah$ )、硬度标准差 ( $ahd$ )、平均等效残余应力 ( $ast$ )、残余应力标准差 ( $astd$ ) 和变形程度 ( $dist$ ) 的计算结果如表 1 所示.

### 4 优化目标及优化结果

#### 4.1 响应曲面的拟合

响应曲面的拟合精度对于优化过程是非常重要的, 当回归模型中的设计变量过多时, 考虑设计变量之间的交互作用可以有效地提高响应曲面的拟合精度; 但是如果考虑所有的设计变量及其交互作用将致使计算量过大并影响回归的精度. 因而应该对各个设计变量及其交互作用进行检验, 将影响不显著的设计变量及影响不显著的交互作用从拟合模型中去除, 将影响显著的设计变量和影响显著的交互作用加入到拟合模型中.

设计变量的选择方法有向前选择、向后删除、最优子集选择和逐步回归法, 本文采用逐步回归法选择设计变量. 其基本原理是将设计变量逐个引入, 引入设计变量的条件是设计变量偏回归平方和经检验是显著的, 同时, 每引入

表 1 Box-Behnken 实验设计表及计算结果  
Table 1 Box-Behnken experiment design list and computing results

No.	Heat transfer coef.			Quenching time		$ah$ (HRC) (Average hard.)	$ahd$ (HRC) (Standard diff. of $ah$ )	$ast$ (Average equiv. resid. stress, MPa)	$astd$ (Standard diff. of $ast$ , MPa)	$dist$ (Deformation degree, mm <sup>2</sup> )
	$H(1)$	$H(2)$	$H(3)$	$T(1)$	$T(2)$					
1	0	0	-1	0	-1	56.68	0.97	257.42	144.11	69.58
2	+1	0	0	+1	0	57.49	0.65	261.45	171.57	80.98
3	-1	-1	0	0	0	55.40	1.11	407.69	218.19	92.23
4	0	-1	0	0	-1	56.61	0.99	349.63	206.13	82.19
5	0	-1	-1	0	0	56.48	1.15	218.56	151.97	61.70
...										
42	0	+1	0	-1	0	56.95	0.70	401.6	211.51	94.48
43	0	+1	0	0	-1	56.87	0.73	430.76	228.14	103.56
44	0	0	0	+1	-1	56.75	0.86	391.26	221.08	86.29
45	0	-1	0	0	+1	56.53	1.10	257.88	162.85	65.18
46	0	0	0	0	0	56.75	0.86	391.26	221.08	86.29

Note: -1, 0, +1 in item  $H$  corresponding to 1.0, 1.5 and 2.0  $\text{kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$ , respectively; -1, 0, +1 in item  $T$  to 40, 60 and 80 s, respectively

一个新变量，都要对已选入方程的老变量逐个进行检验，将影响不显著的变量剔除，以保证所得设计变量子集中的每个变量都是显著的。此过程经若干步直到不能再引入新变量为止。这样可以保证回归方程中所有设计变量对因变量都显著的，而在回归方程中的变量对因变量都是经检验不显著的。

在实验设计中，总共要进行 46 次实验，总的自由度数目为 45。用响应曲面对实验结果进行拟合，并用逐步回归法去除二次回归模型中一些不重要的响应项。在二次回归模型中，总共包括 20 项未知的响应项，对于变形程度进行响应曲面拟合时，去除了一些不重要的响应项后，最后剩余 11 项未知响应项；对于平均表面硬度进行响应曲面拟合时，去除了一些不重要的响应项后，最后剩余 11 项未知响应项；对于表面单元平均等效残余应力进行响应曲面拟合时，去除了一些不重要的响应项后，最后剩余 13 项未知响应项；对于表面单元等效残余应力标准差进行响应曲面拟合时，去除了一些不重要的响应项后，最后剩余 12 项未知响应项；对于表面硬度标准差进行响应曲面拟合时，去除了一些不重要的响应项后，最后剩余 6 项未知响应项。拟合变形程度、平均等效残余应力、残余应力标准差、平均硬度和硬度标准差的响应曲面如式 (6)–(10) 所示。

$$\begin{aligned} dist = & 43.26 + 35.49 \times h_1 - 124.18 \times h_2 + \\ & 92.64 \times h_3 + 0.51 \times t_1 + 0.15 \times t_2 + 17.35 \times \\ & h_2^2 - 0.79 \times h_1 \times t_1 + 1.11 \times h_2 \times t_1 + 0.56 \times \\ & h_2 \times t_2 - 0.67 \times h_3 \times t_1 - 0.67 \times h_3 \times t_2 \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ast = & -25.764 + 116.384 \times h_1 - 404.086 \times \\ & h_2 + 814.252 \times h_3 - 1.354 \times t_1 + 0.857 \times t_2 \\ & -167.059 \times h_1^2 - 47.593 \times h_2^2 - 87.559 \times h_3^2 + \\ & 4.799 \times h_2 \times t_1 + 132.11 \times h_1 \times h_2 + 3.186 \times \\ & h_2 \times t_2 - 3.721 \times h_3 \times t_1 - 3.721 \times h_3 \times t_2 \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} astd = & 106.939 + 93.557 \times h_1 - 423.879 \times h_2 + \\ & 452.802 \times h_3 - 1.827 \times t_1 + 0.986 \times t_2 - \\ & 99.771 \times h_1^2 - 40.811 \times h_3^2 + \\ & 107.92 \times h_1 \times h_2 \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ah = & 51.0674 + 3.5984 \times h_1 + 1.8409 \times h_2 + \\ & 0.2415 \times h_3 - 0.0050 \times t_1 - 0.0001 \times \\ & t_2 - 0.6245 \times h_1^2 - 0.1091 \times h_2^2 - \\ & 0.3984 \times h_1 \times h_2 + 0.0096 \times h_1 \times t_1 - \\ & 0.1221 \times h_2 \times h_3 - 0.0065 \times h_2 \times t_1 \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ahd = & 1.63065 + 0.05456 \times h_1 - 0.31616 \times h_2 - \\ & 0.08286 \times h_3 - 0.00025 \times t_1 - \\ & 0.00005 \times t_2 - 0.10182 \times h_1^2 \quad (10) \end{aligned}$$

式中， $h_1, h_2, h_3, t_1, t_2$  分别对应于图 2 及表 1 中的  $H(1), H(2), H(3), T(1), T(2)$  五个设计变量。设计变量的平方项和设计变量的乘积项分别表示设计变量的二次效应和交互效应。

#### 4.2 优化目标函数的建立

以变形程度为目标，对其进行有约束最小化优化。优化工艺参数后，要求零件的变形程度不大于  $80 \text{ mm}^2$ ，表面单元的平均等效残余应力不大于  $300 \text{ MPa}$ ，表面单元等效应力的标准差不超过  $200 \text{ MPa}$ ，对于平均表面硬度和表面硬度标准差不做要求。建立以下优化目标函数和约束函数：

$$\begin{aligned} \text{objfun} = & \min(dist - 80.0) \\ \text{s.t. } & \left\{ \begin{array}{l} ast - 300.0 \leq 0 \\ astd - 200.0 \leq 0 \end{array} \right. \quad (11) \end{aligned}$$

式中， $\text{objfun}$  是目标函数； $\text{s.t.}$  是约束函数，表示“受约束于”。

#### 4.3 工艺参数的优化结果

以式 (11) 作为优化目标函数和约束函数，用 Lagrange 乘子法<sup>[17]</sup> 对优化目标函数进行带上下限及约束函数的非线性优化。优化后所得的工艺参数结果如表 2 所示。用优化所得的工艺参数，代入本文中编写的淬火过程有限元模拟程序，对淬火变形程度、零件表面平均硬度、表面硬度标准差、平均表面等效残余应力、表面残余应力的标准差进行计算，计算所得的结果如表 3 所示。

从表 3 中可以看出，优化后五项目标中的四项得到了有利的结果，只是硬度标准差稍有降低。优化后，表面平

**表 2** 优化前和优化后的淬火工艺参数  
**Table 2** Quenching parameters before and after optimization

Optimization	Coefficient, kW/(m <sup>2</sup> · °C)					Time, s
	$H(1)$	$H(2)$	$H(3)$	$T(1)$	$T(2)$	
Before	1.50	1.50	1.50	60	60	
After	0.60	2.25	0.90	55	48	

**表 3** 优化前和优化后的淬火结果  
**Table 3** Quenching results before and after optimization

Optimization	$ah$	$ahd$	$ast$	$astd$	$dist$
	HRC	HRC	MPa	MPa	mm <sup>2</sup>
Before	56.748	0.863	391.26	221.08	86.285
After	59.013	0.865	199.17	101.54	72.664
Improving degree	3.99%	-0.23%	49.09%	54.07%	15.79%

Note: if the improving degree is a positive, the improvement is favorable; if the improving degree is a negative, the improvement is unfavorable

均硬度和变形程度比优化前有了一定程度的改善, 表面硬度提高 3.99%, 变形程度减小 15.79%; 表面平均残余应力和表面残余应力标准差比优化前有了较大程度的改善, 其中表面平均残余应力减小 49.09%, 表面残余应力标准差减小 54.07% 左右。

工艺参数优化前、后各向应力值结果对比如图 3a—c 中的等效云图所示。从图 3a 中可以看出, 等效残余应力的最大值由优化前的 744.72 MPa 降低到优化后的 527.80 MPa, 且最小值也稍有提高, 使零件等效残余应力的整体均匀性得到了较大的提高。

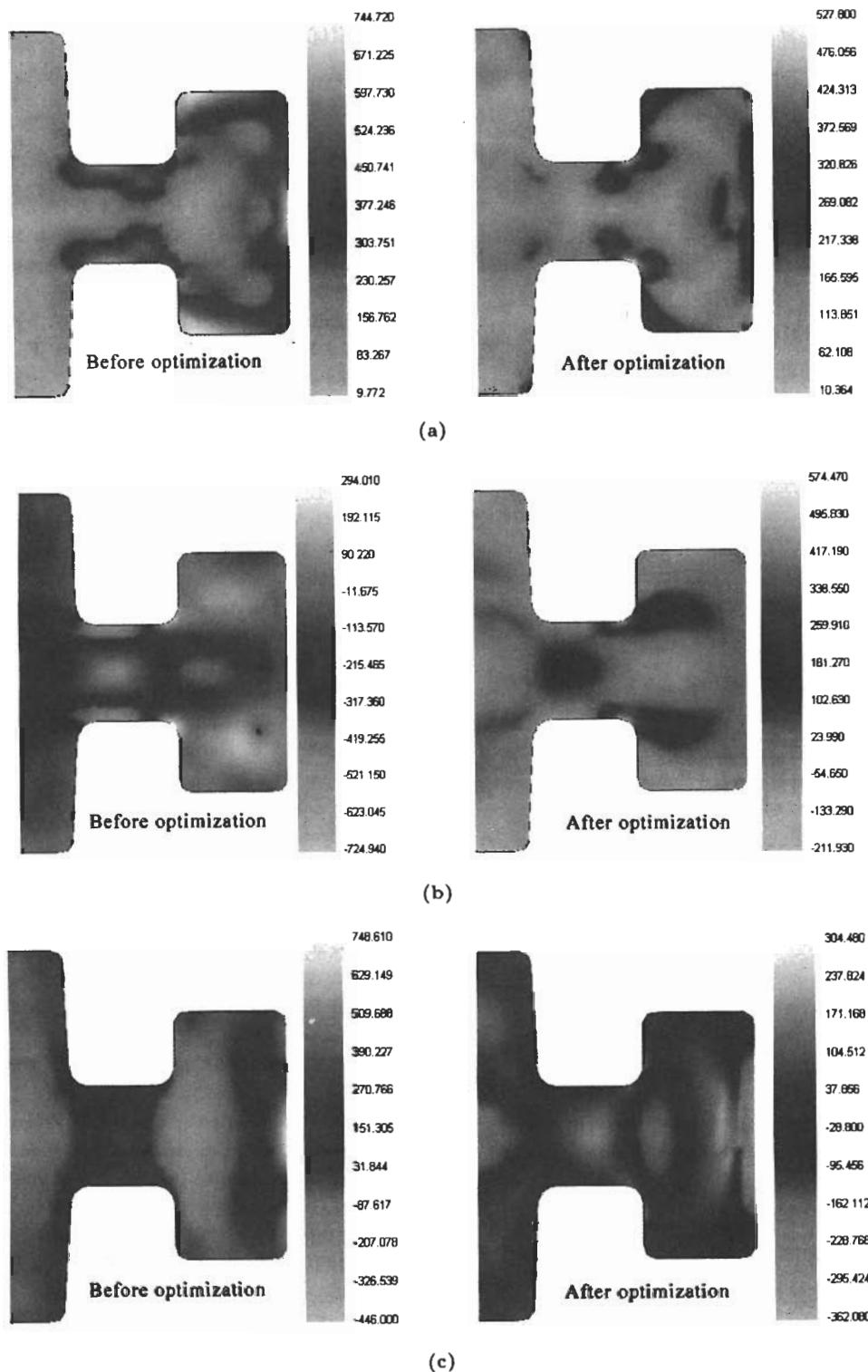


图 3 工艺参数优化前和优化后各向应力值结果对比

Fig.3 Comparisons of residual stresses (MPa) in different directions

(a) equivalent residual stress (b) radial residual stress (c) axial residual stress

从图 3b 中可以看出, 径向应力  $\sigma_r$  的拉应力和压应力均有较大程度的增大, 虽然图 3b 中径向应力  $\sigma_r$  的拉应力有一定程度的增大, 但是其压力减少的程度比拉应力增大的程度大。另外, 优化前零件径向应力  $\sigma_r$  使多数区域受拉应力, 优化后零件径向应力  $\sigma_r$  使多数区域受压应力, 改善了淬火零件的残余应力状态, 减小了零件在以后使用过程中变形的可能性。从图 3c 中可以看出, 轴向应力  $\sigma_z$  的拉应力和压应力均有较大程度的减小, 最大拉应力从 748.61 MPa 减小至 304.48 MPa, 最大压应力从 -446.00 MPa 减小至 -362.08 MPa。从图 3 中应力等云图数值可以看出, 优化后各向的应力均匀性均得到了一定程度的改善。

从计算结果中可知, 优化后变形程度的函数值比优化前减小 15.79%, 提高了零件的淬火质量。图 4 是工艺参数优化前、后的零件变形程度对比, 从图 4 中可以看出, 优化后零件边界的变形更加均匀, 零件的扭曲变形程度得到改善。

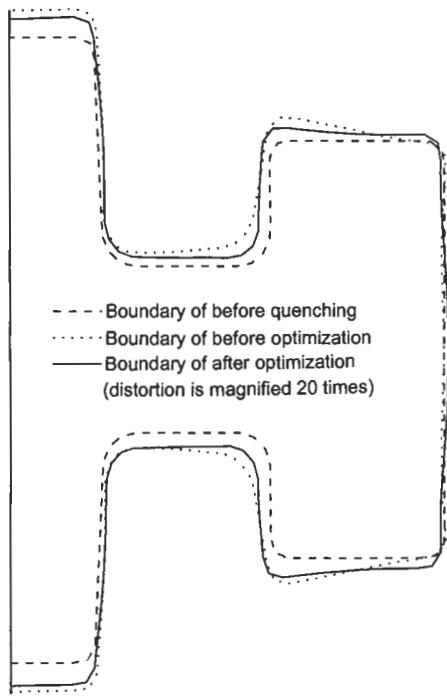


图 4 优化前和优化后的零件变形程度对比

Fig.4 Comparison of distortion before and after optimization

## 5 结论

以轴对称零件气体淬火过程为研究对象, 提出了阶段换热系数模型, 根据此模型选择了五个设计量进行了五因子三水平 Box-Behnken 实验设计。根据 Box-Behnken 实验设计结果, 将设计的变量水平代入本工作开发的淬火过程有限元分析软件进行计算, 利用建立的淬火结果评估模型, 得到相应的响应结果。用逐步回归法和响应曲面方

法对实验结果进行拟合, 建立了拟合变形程度、表面单元平均等效残余应力、等效残余应力标准差、平均表面硬度和表面硬度标准差的响应曲面公式。以变形程度为目标, 建立了相应的优化目标函数, 用 Lagrange 乘子法对优化目标函数进行带上下限及约束函数的非线性优化, 并将优化结果代入本文的淬火过程有限元模拟软件进行计算, 结果表明: 用优化后工艺参数进行气体淬火, 可以提高零件的淬火质量, 优化后五项目标中的四项得到了有利的结果, 只有硬度标准差稍有降低。

## 参考文献

- [1] Röhl P J, Srivatsa S K. *AIAA J*, 1997; 4: 1250
- [2] Batista M, Kosel F. *AIAA J*, 1996; 4: 1452
- [3] Karthikeyan R, Narayanan P R L, Naagarazan R S. *Proc Fabric Adv Mater*, 1998; 5: 703
- [4] Saigal A, Leisk G. *Comp Eng*, 1995; 5: 129
- [5] Gu J F, Pan J S, Hu M J, Shen P F. *Acta Metall Sin*, 1999; 35: 1266  
(顾剑锋, 潘健生, 胡明娟, 沈甫法. 金属学报, 1999; 35: 1266)
- [6] Guan Y H, Chen T L, Chen J R, Wang H G. *Chin Laser*, 1999; 26: 263  
(管一弘, 陈铁力, 陈君若, 王洪纲. 中国激光, 1999; 26: 263)
- [7] Box G, Wilson K. *J R Statis Soc*, 1951; 13: 1
- [8] Do B, Robinet S, Pradeau D, Guyon F. *Analyst*, 2001; 126: 594
- [9] Li G, Wang H, Aryasomayajula S, Grandhi R. *Struct Multi Optim*, 2000; 20: 116
- [10] Midea S J, Holm T, Bodin S S. In: Tamura I ed, *Proc 2nd Int Conf on Quenching and the Control of Distortion*. Cleveland: Cleveland Marriott Society Center, 1996: 157
- [11] Pritchard J E, Nurnberg G, Shoukri M. *Heat Treat Met*, 1996; 4: 79
- [12] He F Z. *Elastic Engineer Mechanics*. Beijing: China Communications Press, 1990: 385  
(何福照. 弹性工程力学. 北京: 人民交通出版社, 1990: 385)
- [13] Zhang R Q, Zhan X Y. *Non-linear Finite Element Analysis*. Chongqing: Chongqing University Press, 1990: 117  
(张汝清, 詹先义. 非线性有限元分析. 重庆: 重庆大学出版社, 1990: 117)
- [14] Li H P, Zhao G Q, Wang G C, Luan Y G. *J Shandong University*, 2004; 34(1): 5  
(李辉平, 赵国群, 王广春, 栾贻国. 山东大学学报, 2004; 34(1): 5)
- [15] Jeff C F. Translated by Zhang R C, Zheng H T, Lan Y. *Experiment Design & Analyses and Parameters Optimization*. Beijing: China Statistic Press, 2003: 366  
(Jeff C F 著. 张润楚, 郑海涛, 兰 燕译. 试验设计与分析及参数优化. 北京: 中国统计出版社, 2003: 366)
- [16] Li H P. *PhD Dissertation*, Shandong University, Jinan, 2005  
(李辉平. 山东大学博士学位论文, 济南, 2005)
- [17] Chen B L. *Optimization Theory and Arithmetic*. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 122  
(陈宝林. 最优化理论和算法. 北京: 清华大学出版社, 2002: 122)