

# 互相关测速的误差综合分析\*

陈敏<sup>1,2</sup>, 何俊华<sup>1</sup>, 陈良益<sup>1</sup>

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710119)

(2 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘 要:** 为了提高互相关技术在实验中测量结果的准确性和可信度, 本文对产生误差的各种原因进行了分析, 并对误差进行了估算. 通过探讨相应的解决方法, 提出了一种针对互相关测速误差的综合分析及其相应处理手段.

**关键词:** 速度测量; 互相关; 系统误差; 随机误差; 尾流; 气泡幕

**中图分类号:** O436

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2007)10-1914-6

## 0 引言

尾流气泡幕的物理特性可用来推测舰船的运动特征<sup>[1]</sup>, 气泡幕的速度信息是判断尾流强弱信息中最为重要的特性之一. 互相关测速的原理是根据沿气泡运动路径的两个空间位置上得到的气泡信息中反应出的相似性, 即相关度来间接获取气泡的运动速度. 互相关技术在许多领域中已经得到成功应用<sup>[2-3]</sup>, 其应用中一个难题就是确定误差. 互相关方法的测量结果很大程度上取决于所用硬件的质量和特征参量以及环境噪音的影响. 从总体上划分, 主要包括系统误差和随机误差两部分. 其中系统误差主要来源于方法本身的近似假设和实际存在的离面位移的影响, 随机误差主要来源于 CCD 本身的噪音和实验环境的噪音影响. 这些误差对图像相关测量系统的测量准确度和可靠性有很大的影响. 因此, 本文分析测量系统的测量误差并研究减少这种测量误差的实验技术, 对于更进一步提高测量系统的可靠性和测量精确度, 推动其在舰船尾流实验测试领域中的广泛应用具有重要意义.

## 1 误差分析

### 1.1 随机误差分析

1) 光源的不稳定会给图像引入背景噪音, 噪音一般都会出现于图像中, 它通常是因为成像 (CCD 的暗噪音), 视频拍摄, 图像数字化 (如, 数字化误差) 等原因引起. 图 1 是对实验拍摄的图像提取背景后, 对背景进行分析得到的结果. 从图 1 可知, 图像的背景存在明显的光照不均现象.

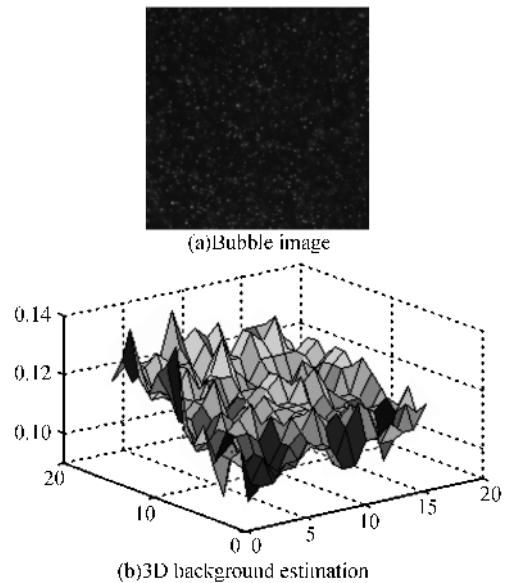


图 1 3D 气泡幕图像和 3D 背景噪音估计  
Fig. 1 The bubble curtains images and its background estimation

为了使背景噪音不影响后期的图像处理结果, 有必要在图像计算前消除背景噪音. 图 2(a) 和 (b) 是相邻两帧气泡图像消除背景前后得到的运动矢量图, 虽然图 2(b) 中仍然存在错误的矢量, 但从图中明显可看出消除背景的必要性.

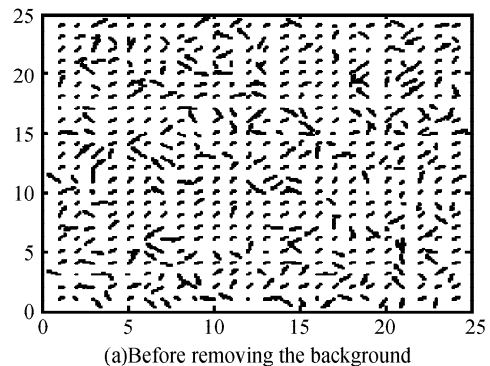


图 2 消除背景前后位移矢量图  
Fig. 2 The bubble vectorgraph before and after removing the background

\* 中国科学院创新基金(40413187)资助

Tel: 029-88887548 Email: chenmin@opt.ac.cn

收稿日期: 2006-06-22

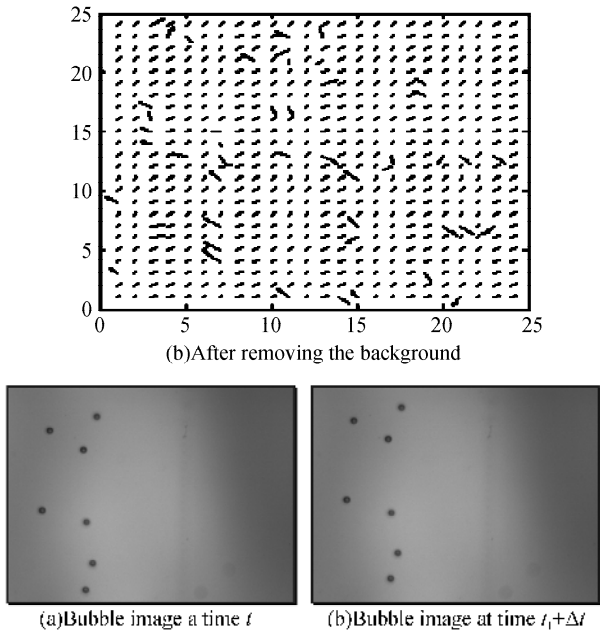


图 3 相邻两帧气泡幕图像

Fig. 3 Bubble curtains images at time series

2) CCD 记录的噪音所带来的误差. 其中一部分为环境噪音,如地面振动、电磁干扰、热对流、光强波动;另一部分为 CCD 本身的噪音,是属于 CCD 系统内部噪音,主要有前置放大器噪音、黑体流和光子噪音,另外,CCD 记录的离散特性在空间采集和信号量化方面都会对测试结果带来误差.

### 1.2 系统误差分析

#### 1.2.1 子区位移近似假设引起的误差

给定曝光时间的相邻两帧图像子区中任一点  $P(x_i, y_i)$  的光强分别为

$$\text{前一帧 } F(x_i, y_i); \text{ 后一帧 } G(x'_i, y'_i) \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} x'_i &= x_i + u + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y_i + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x_i \\ y'_i &= y_i + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x_i + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y_i \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $u, v$  分别为子区中心点的位移.

实际上,式(2)表明子区中任意点  $(x_i, y_i)$  的位移只取了位移泰勒级数展开式的 1 次项,而位移的泰勒级数展开式有

$$\begin{aligned} u_Q &= u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (\Delta x)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} (\Delta y)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} (\Delta x)(\Delta y) + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \\ &\left( \Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right)^n u + Rn_u \\ v_Q &= v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} (\Delta x)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} (\Delta y)^2 + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} (\Delta x)(\Delta y) + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \end{aligned}$$

$$\left( \Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right)^n v + Rn_v \quad (3)$$

式中  $Rn_u, Rn_v$  是泰勒级数展开式多项式余项,其中

$$\begin{aligned} Rn_u &= \frac{1}{(n+1)!} \left( \Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right)^{n+1} \cdot \\ &u(x_0 + \theta \Delta x, y_0 + \theta \Delta y) \\ Rn_v &= \frac{1}{(n+1)!} \left( \Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right)^{n+1} \cdot \\ &v(x_0 + \theta \Delta x, y_0 + \theta \Delta y) \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $0 < \theta < 1$ .

通常在使用泰勒级数时,用  $n$  次泰勒多项式来近似代替泰勒级数展开式,即截断了泰勒公式中的余项. 这样产生的绝对误差为  $|Rn|$ ,若级数收敛,  $|Rn|$  随着  $n$  的不断增大可以变得任意小.

在传统的互相关方法中,假设子区中的变形为常应变,如式(2)  $x'_i, y'_i$  的表达式,即子区位移模式中只取 1 次泰勒多项式来近似代替泰勒级数,这样势必会带来较大的截断误差. 但子区位移模式中如取太高次的泰勒多项式,又会使相关迭代的速度减慢,耗费大量的机时.

#### 1.2.2 亚像素重建引起的系统误差

由于光电探测器件空间分辨率的限制,精确于亚像素级的互相关技术必须依靠散斑图像的恢复才能完成. 覆盖整个谱平面的空间散斑场,经过光学系统和光探测器件的两级带限,决定了不可能完全恢复该空间散斑场. 亚像素重建通过采用双线性插值,多项式插值和样条插值等方法来近似地恢复散斑图像. 这一定会引起相关计算中的系统误差,从而给最后的测量结果带来误差.

#### 1.2.3 互相关计算引起的误差

##### 1) 互相关函数计算

气泡的位移通常由单曝光图像对的互相关计算得到. 离散互相关函数定义为<sup>[4]</sup>

$$C(m, n) = \sum_i \sum_j \text{PIP}_1(i, j) \text{PIP}_2(i-m, j-n) \quad (5)$$

式中  $\text{PIP}_1$  和  $\text{PIP}_2$  是相邻两帧图像取相同位置的子区,最大峰值的位移  $C(m, n)$  代表气泡位移.

互相关函数对于方程(5)其原理简单,但是,它的不足之处在于它对光强变化敏感<sup>[4]</sup>. 克服这个缺点的常用方法是采用对方程(5)归一化<sup>[4]</sup>

$$R(m, n) = \frac{\sum_i \sum_j [\text{PIP}_1(i, j) - \overline{\text{PIP}_1}]}{[\sum_i \sum_j (\text{PIP}_1(i, j) - \overline{\text{PIP}_1})^2]^{1/2}} \cdot \frac{\sum_i \sum_j [\text{PIP}_2(i, j) - \overline{\text{PIP}_2}]}{[\sum_i \sum_j (\text{PIP}_2(i, j) - \overline{\text{PIP}_2})^2]^{1/2}} \quad (6)$$

$\overline{\text{PIP}_1}$  和  $\overline{\text{PIP}_2}$  分别是  $\text{PIP}_1$  和  $\text{PIP}_2$  的平均值. 方程(6)难于用 FFT 实现,因此直接在空间域中实现.

##### 2) 定位亚像素峰值

互相关峰值的位置直接与气泡位移有关. 显然,由方程(5)和(6)中的离散相关函数的峰值位置是存在 $\pm 0.5$ 像素的误差. 离散相关中最大值点是一个整数峰值. 为确保互相关方法的正确性,应把峰值位移定位于亚像素准确度. 质心法、曲线拟合法、高斯曲线拟合法等均可使峰值位于亚像素准确度范围内. 所有这些方法中,相关峰值的位置是相关峰值形状的函数. 其中高斯曲线拟合方法较为常用.

假设相关函数  $R(m, n)$  的整数峰值在  $(x_0, y_0)$  处,假定相关峰是高斯分布形状,计算峰值正确的位置的  $x$  坐标公式为<sup>[4]</sup>

$$x = x_0 + \frac{\log R(x_0 - 1, y_0) - \log R(x_0 + 1, y_0)}{2[\log R(x_0 - 1, y_0) + \log R(x_0 + 1, y_0) - 2\log R(x_0, y_0)]} \quad (7)$$

#### 1.2.4 离面位移引入的误差

气泡在实际情况中是做螺旋上升运动,因此气泡是在三维空间中运动. 而互相关方法测量的是二维平面内的气泡位移,那么数据采集过程中会出现拍摄间隔中气泡会脱离拍摄平面而使相邻图像中会存在孤立的气泡,这可能导致互相关计算中气泡的误匹配<sup>[5]</sup>.

此外 CCD 记录不具有足够的线性以及系统的像差造成图像失真也会给测试结果带来误差.

## 2 互相关测速的实验方法研究

### 2.1 抑制环境干扰

互相关方法尽管不像干涉方法那样对环境要求严格,但对环境的稳定性也有一定的要求. 利用光学平台保证实验器件的稳靠,选用照明稳定的钨丝光源可以提高系统的稳定性. 这些只是从外部环境因素上考虑的. 除外部环境因素外,还应考虑尽可能的减少外部杂光对实验的干扰.

### 2.2 选择合理的子区大小和平移量

CCD 原理表明,每一个像素是一个独立的光电传感器单元,同时它具有大量独立的噪音源,其中包括系统噪音和环境干扰引起的噪音. 根据中心极限统计原理,多种来源的噪音大致呈高斯分布. 根据以上分析可知:当子区像素数量增加时,在每一个互相关函数中的随机误差就会减少<sup>[6]</sup>,因为,在每一个互相关函数计算中包含了所有像素的随机误差之和. 然而,大的子区尺寸在测量中会因存在变形梯度而引起的误差增大的可能性. 对于平移量也有同样考虑,平移量太大时会产生较多的计算误差<sup>[7]</sup>,而平移量较小时会使计算结果存在过多的冗余信息.

因此,选择子区尺寸和平移量采用折衷方案是必要的.

因为子区大小的限制,在相邻两帧图像子区中气泡也可能只出现一次. 图 3 是相邻两帧气泡图像,图 4 是计算结果,图中明显有两个错误矢量.

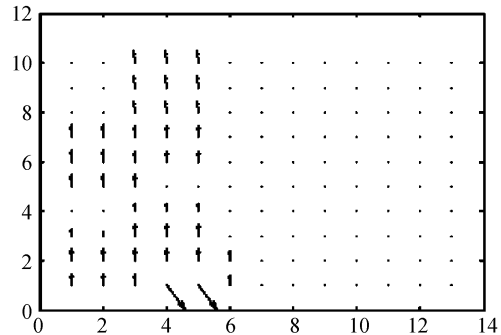


图 4 气泡位移计算结果

Fig. 4 The bubble vectorgraph

经分析,出现错误矢量的子区如图 5 中方框所示,因此说明计算误差的出现是子区划分时引入无法匹配的气泡所致. 根据这一特点,在计算中可以通过选取较大的子区来消除这种误差. 需要说明的是 MATLAB 中是以图像的左上角作为坐标原点,因此图 4 与图 5 中出现错误矢量的子区位置会有所不同. 消除误差后的矢量图见图 6.

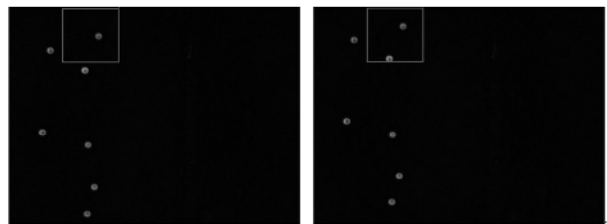


图 5 在图像对中出现计算错误的子区示意图

Fig. 5 The grids of the errors in the image pairs

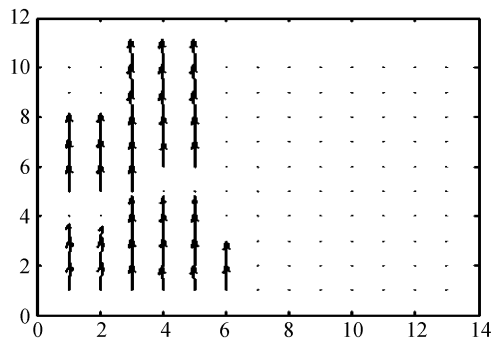


图 6 修正误差后的气泡幕位移矢量图

Fig. 6 Bubble vectorgraph after modified

### 2.3 统计数据处理

在采用互相关处理的不同技术中,一种通常用于抵消噪音影响的做法是处理时间平均图像,即用于最后处理的每一幅图像都是一个有同一变形状态下连续采集的一系列图像的平均. 这种处理前平均的手段被普遍采用,因为它既具有线性统计理论又

具有实验证明作参考. 然而,这种手段虽然能够抑制随机误差,但却不能消除随机误差. 因为处理过程对于最后的测量结果没有统计效果,所以这种处理方法使最后的测量结果仍保留有随机误差的影响. 采用一种变换方式,即“处理后平均”,这种方法需要采集并存储每一变形状态下的几幅图像,然后,按照组合规则对两组图像进行交叉处理. 例如,变形前后各采集 10 帧散斑图,按组合规则,把变形前的 10 帧图像与变形后的 10 帧图像分别做交叉的数字相关计算,结果得出 100 组计算结果. 然后利用统计学方法,对这多组计算结果做进一步的分析,分别算出各个分量(如位移和位移梯度)的平均值和标准偏差,这些平均值是真实解的最好统计值,标准偏差可以作为最大可能误差的一半(95 可信度),最后的解可表示成平均值加上最大可能误差.

### 2.4 选择适当的气泡图像

光源的光强需要相对稳定,并且分布均匀. 如果测量系统的像面照度分布不均匀,最大和最小照度之差远远超过 CCD 器件的响应范围,那么将造成 CCD 传感器饱和或曝光不足,从而使图像失真产生测量误差. 通过调节成像镜头的光圈,合理地布置光源来改变照度,使之适应 CCD 器件的响应范围,达到精确测量的目的.

实验上可以通过图像灰度的直方图来确定照度是否合理. 由于灰度直方图表达了图像灰度分布的统计情况,如果灰度值大的像素数量大,则整幅图像就比较亮;反之,则偏暗,同时也能反映饱和和曝光不足的情况. 图 7 给出了正常、曝光不足和饱和三种情况的图像灰度直方图.

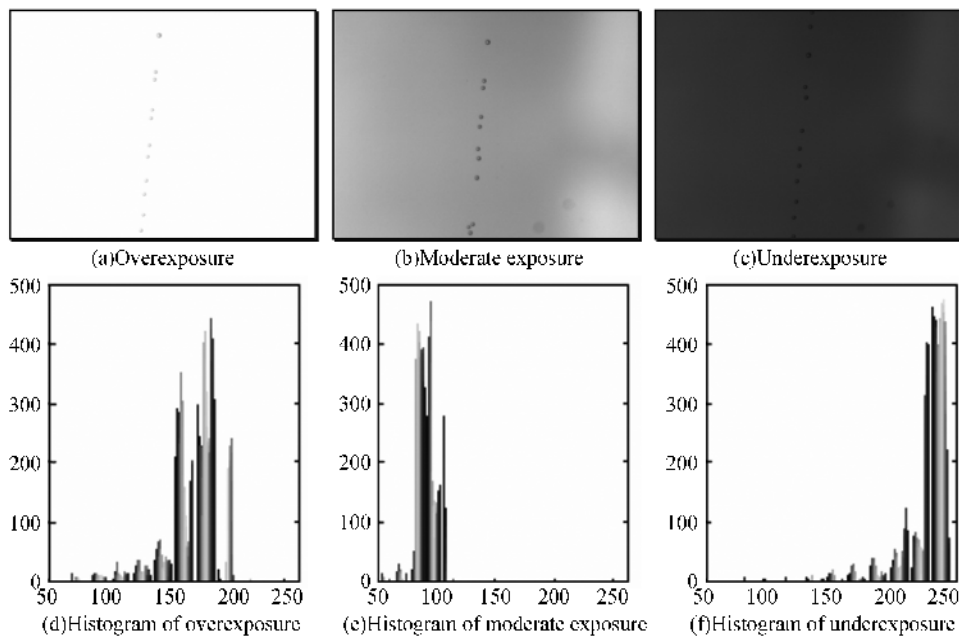
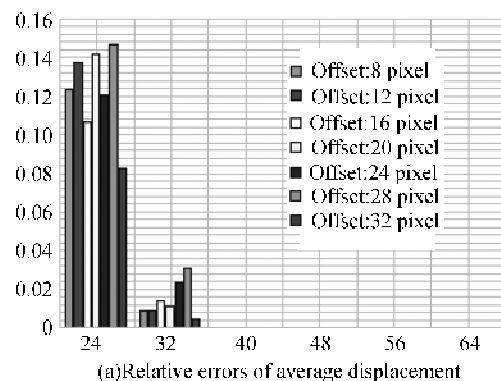


图 7 三种曝光情况图像及其直方图  
Fig. 7 The bubble images of 3 different exposure time and its histograms

### 3 实验系统准确度分析

对图 1 所示气泡图像,经图像预处理消除背景噪音后,编程实现图像的位移,给定的位移为(7,-9),那么图像中每一个气泡的位移是已知的. 用文中介绍的互相关方法对这两幅图像进行测量计算. 由于系统误差和随机误差的存在,使得计算结果与已知位移会有一些的误差. 图 8(a)和(b)分别是在互相关计算中选取不同的子区大小及平移量时得到的平均位移相对误差和绝对误差,图中横坐标为子



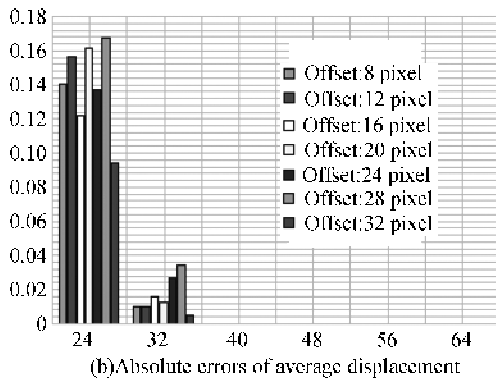


图 8 不同的子区大小及平移量的互相关计算误差结果  
Fig. 8 The computing results of the errors at different subplots and offsets

区大小 (pixel), 纵坐标为误差. 从图中可看出, 当子区越来越大时, 误差就逐渐减小为零.

图 9 只选取了子区大小分别为 24, 32, 40, 48, 56 和 64, 平移量分别为 8 和 12 像素时的部分气泡位移计算结果. 由图中可看出, 当子区越来越大时, 误差也相应越来越少. 原因在于, 子区越大互相关计算中匹配的气泡数越大, 因此误差也就相应地减少了. 但应该注意的是, 并非子区越大越好. 从图 9 可看出, 子区越大时计算得到的信息量也越小, 也就减少了速度信息的细节. 因此, 子区的大小应适中选择, 一般应选择子区大小为大于等于 4 倍于气泡最大位移为佳.

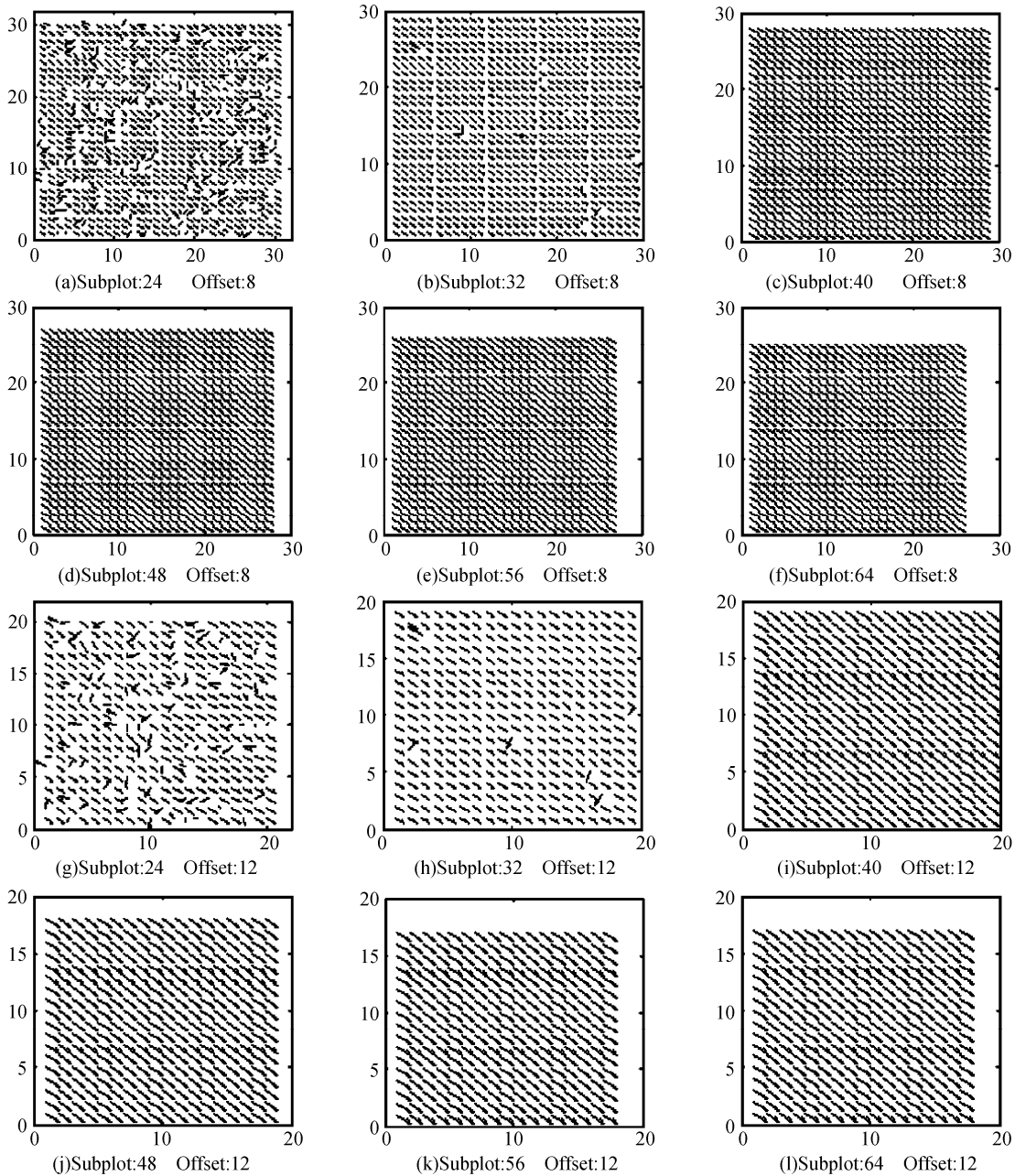


图 9 不同子区大小和偏移量时的气泡位移计算结果 (单位: pixel)  
Fig. 9 The bubble vectorgraph at different subplots and offsets (unit: pixel)

## 4 结论

对互相关方法的测量误差进行了详细的理论说明,并分析了各项测量误差的产生原因及其实验现象,对实验技术进行了研究,并提出了相应的消除和抑制误差的有效措施.分析和实验研究了气泡图像噪音的特点,在此基础上提出用多幅图像平均值和统计数据处理方法来抑制图像互相关测量方法的随机误差.通过选取合适的子区大小以及子区位移来降低计算方法引入的误差.通过以上分析和研究,使互相关测量方法的可靠性有了明显的提高.该方法有望对尾流气泡幕测速提供有力的计算依据.

### 参考文献

- [1] CHEN Min, HE Jun-hua, CHEN Liang-yi. Research on the measurement of bubble velocity based on the cross-correlation algorithm[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(8): 1253-1256.  
陈敏,何俊华,陈良益.基于互相关的气泡速度的测量方法研究[J]. *光子学报*, 2005, **34**(8): 1253-1256.
- [2] AMODIO D, BROGGIATO G B. Digital speckle correlation for strain measurement by image analysis [J]. *Society for Experimental Mechanics*, 2003, **43**(12): 396-402.
- [3] LORENZO Sorgi, KOSTAS Daniilidis. Normalized cross-correlation for spherical images [J]. *Berlin Springer-Verlag*, 2004: 542-553.
- [4] HUANG H, DABIRI D, GHARIB M. On errors of digital particle image velocimetry[J]. *Meas Sci Technol*, 1997, **24**(8): 1427-1440.
- [5] HUANG H, FIEDLER H, WANG J. Limitation and improvement of PIV, part I: limitation of PIV conventional techniques due to deformation of particle image patterns[J]. *Exp Fluids*, 1993, **15**(3): 168-174.
- [6] HUANG H, FIEDLER H, WANG J. Limitation and improvement of PIV, part II: Particle image distortion, a novel technique[J]. *Exp Fluids*, 1993, **15**(3): 263-273.
- [7] WILLERT C E, GHARIB M. Digital particle image velocimetry [J]. *Exp Fluids*, 1991, **10**(4): 181-193.

## Comprehensive Error Analysis of the Velocimetry Based on Cross-correlation

CHEN Min<sup>1,2</sup>, HE Jun-hua<sup>1</sup>, CHEN Liang-yi<sup>1</sup>

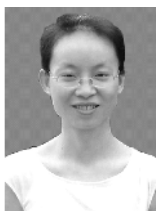
(1 Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, Xi'an 710119, China)

(2 Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Received date: 2006-06-22

**Abstract:** To improve the accuracy and confidence of cross-correlation method in experiments, various factors, which caused measuring errors are analyzed, and the errors are calculated. Through discussing corresponding methods, a synthesis method is presented.

**Key words:** Velocity measurement; Cross-correlation; System error; Random error; Ship wake; Bubble curtains



**CHEN Min** was born in 1975. She received the B. S. degree from Chengdu University of Technology in 2003. She received her Ph. D. degree from Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of Chinese Academy of Sciences in 2006. Her main research focuses on image processing.