

# 多级并联电流反馈型DC-DC升压变换器中的分岔与混沌

陈明亮, 马伟明

(海军工程大学, 湖北省 武汉市 430033)

## BIFURCATION AND CHAOS IN MULTI-PARALLEL-CONNECTED CURRENT MODE CONTROLLED BOOST DC-DC CONVERTERS

CHEN Ming-liang, MA Wei-ming

(The Navy Engineering University, Wuhan 430033, Hubei Province, China)

**ABSTRACT:** This paper studied the bifurcation and chaos phenomenon in the Multi-Parallel- Connected Current Mode Controlled Boost DC-DC Converters with the use of nonlinear mapping bifurcation theory of two dimensions, and the changes were analyzed with the increase of parallels. The method of discrete mapping modeling was used to construct the difference equations of the system operating in continual conduction mode, and analyses and computer smulation were made.

**KEY WORDS:** Power electronics; Bifurcation; Chaos; Boost converter

**摘要:** 该文利用二维非线性映射的分岔理论分析了多级并联电流反馈型 DC-DC 升压变换器中的分岔与混沌现象, 并得出其在相同参数配置下随着级联数增加的变化规律。该文采用离散时间模型法建立了系统在连续电流工作状态下的离散时间映射关系式, 并在此基础上进行了分析和计算机仿真。

**关键词:** 电力电子; 分岔; 混沌; 升压变换器

### 1 引言

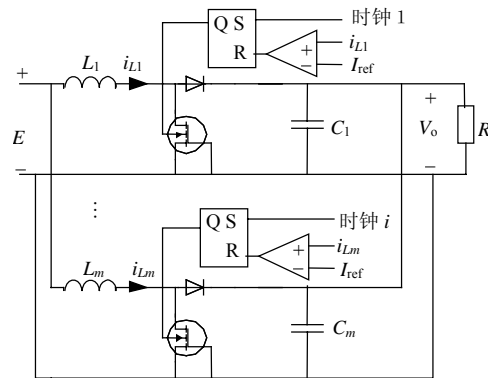
现代电源技术是建立在DC-DC开关变换器基础之上的, 但由于其强非线性, 在一定条件下DC-DC变换器会出现次谐波、分岔及混沌等现象, 从而将导致系统的状态无法预测和控制。在设计一种新型DC-DC变换器控制方案时, 以往的习惯做法就是利用小信号建模法来分析评估反馈环的设计性能。而在此过程中忽略了系统的非线性动力学特征和一些潜在的不稳定工作模式。因此, 近年来一些学者开始将研究注意力转向该方面。Deane 和

Hamill 等人阐述了电流反馈控制Boost变换器工作在连续导通模式下出现混沌现象的原理<sup>[1]</sup>。Banerjee 等人也研究了在连续导通模式下的PWM Buck 变换器的混沌现象<sup>[2]</sup>。另外, 也有不少文献对电力系统中的混沌现象进行了深入分析并提出了多种建模方法<sup>[3-10]</sup>。所采用的建模分析方法大致有: 平均或近似平均模型、抽样数据模型和利用非线性映射的离散模型。其中离散模型能在时域内同时预测系统的快速和慢速动力学特征, 因此最适合于对开关变换器的非线性动态过程做细致的观察和分析<sup>[11]</sup>。

### 2 利用离散时间模型法建立多级并联电流反馈DC-DC升压变换器映射关系式

#### 2.1 系统连接及工作电流波形

在实现 DC-DC 变换过程中, 为减少半导体开关器件本身承受的电压或电流压力, 通常需要几个DC-DC 变换器模块的并联工作。其中最典型的系统连接及电流  $i_{L_i}$  波形如图 1 所示。由图可知每一个变



(a) 系统连接

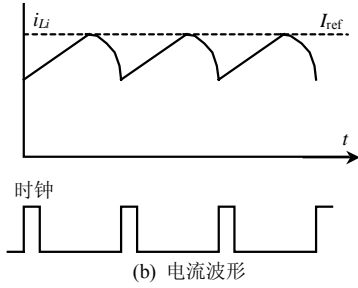


图1 并联DC-DC变换器

Fig. 1 The block diagram and current waveforms of parallel connected DC-DC converter

换器模块为一简单的电流反馈控制 Boost 变换器，每一个开关由比较器的输出信号来控制。假设系统工作在连续导通模式下，即电感电流不会变为零，并且模块间实行同步控制。

## 2.2 系统连续电流工作模式下的离散时间映射关系式

对于单个变换器模块，可以得到如下形式的差分方程<sup>[12]</sup>：

$$\mathbf{x}_{n+1} = f(\mathbf{x}_n, I_{ref}) \quad (1)$$

式中  $\mathbf{x}_n = (v_n, i_n)'$ ，下标  $n$  代表第  $n$  变换周期的初始状态。

该方程将某一时刻的电压电流状态向量  $(v_{n+1}, i_{n+1})'$  和前一时刻的状态向量  $(v_n, i_n)'$  联系起来。从而，后面的分析都是建立在这个差分方程基础上的。对于  $m$  级并联 DC-DC 变换器，由于模块间共输入输出电压，可设： $\mathbf{x}_n = (v_n, i_{nL1}, \dots, v_n, i_{nLm})'$ 。

设状态 1 为开关闭合，状态 2 为开关断开，开关状态的周期占空比为  $d$ ，且系统工作在连续电流模式下，即电感电流不为零。根据开关状态下的不同电路状态，系统的状态方程可表示为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 E, \quad nT \leq t < (n+d)T$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{B}_2 E, \quad (n+d)T \leq t < (n+1)T$$

式中  $\mathbf{A}_1 = [\mathbf{A}_{11} \ \dots \ \mathbf{A}_{1j} \ \dots \ \mathbf{A}_{1m}]'$ ；

$$\mathbf{B}_1 = [\mathbf{B}_{11} \ \dots \ \mathbf{B}_{1j} \ \dots \ \mathbf{B}_{1m}]'$$
；

$$\mathbf{A}_{1j} = \frac{1}{RC_j} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{1j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_j \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{2j} = \frac{1}{RC_j} \begin{bmatrix} -1 & R \\ -RC_j/L_j & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_j \end{bmatrix};$$

利用连续替代法，可以得到  $\mathbf{x}_{n+1}$  以  $\mathbf{x}_n$  和  $d_n$  为变量的表达式

$$\dot{\mathbf{x}}_{n+1} = \Phi_2(T - d_n T) \Phi_1(d_n T) \cdot$$

$$\left[ \dot{\mathbf{x}}_n + \int_{nT}^{nT+d_n T} \Phi_1(nT - \tau) \mathbf{B}_1 E d\tau \right] +$$

$$\Phi_2(T - d_n T) \int_{nT+d_n T}^{(n+1)T} \Phi_2(nT + d_n T - \tau) \mathbf{B}_2 E d\tau \quad (2)$$

式中  $\Phi_i(\xi) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \mathbf{A}_i^k \xi^k$  ( $i=1,2$ )。

得到时间离散关系式以后，首先利用数值仿真的方法以分岔图展现多级并联DC-DC变换器混沌的存在性并总览变换器随参数  $I_{ref}$  变化的动态特性，然后采用Jacobian 矩阵方法得到系统分岔点的解析判别式，采用Lyapunov指数方法判别系统的混沌运动<sup>[13]</sup>。

## 3 指定参数下的分岔与混沌

### 3.1 以参考电流为变化参数的分岔图

首先，通过具体的计算并给出形象的分岔图来分析  $m$  级并联 DC-DC 变换器的分岔现象，并以此得出一些规律。为保证系统工作在连续导通模式下，其具体参数选择为时钟周期  $T=100\mu\text{s}$ ；输入电压  $E=10\text{V}$ ；负载电阻  $R=20\Omega$ ； $L_j = 1\text{mH}$ ， $C_i = 10\mu\text{F}$  ( $i=1 \dots m$ )。

采用 MATLAB 软件的数学工具箱来进行数值计算并画出分岔图。首先为式(2)指定一个初始状态，然后经过多次迭代运算并忽略前面的部分迭代结果，可以得到 1, 2, 3, 4 级并联 DC-DC 变换器分岔图分别如图 2(a)~(d)所示，左上角为部分放大。

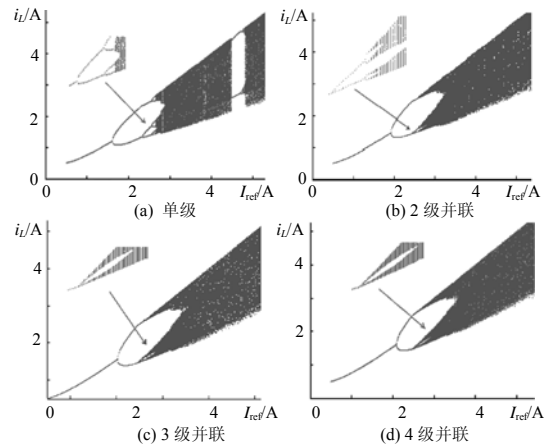


图2 并联DC-DC变换器以参考电流为参数时的电流分岔图形

Fig. 2 Bifurcation diagram of the current with the reference current as the control parameter in parallel connected DC-DC converter

由图 2 可见, 随着参数  $I_{\text{ref}}$  的增加, 并联 DC-DC 变换器经历了从稳态到混沌的过程。但在相同参数配置下, 对于不同的并联级数, 这个过程又各不相同。下面采用二维离散映射分岔理论来对系统进行具体分析。

### 3.2 二维离散映射分岔理论分析

对于相同参数的并联模块, 根据对称性, 设  $i_{nL1} = \dots = i_{nLm} = i_n$ , 则可以截取式(2)  $\Phi_j(\xi)$  的前 3 项并利用关系式  $d_n = (I_{\text{ref}} - i_n)/(ET/L)$  就可以得到式(1)表达式。进一步展开, 则可得到二维离散映射

$$\begin{cases} v_{n+1} = f(v_n, i_n, I_{\text{ref}}) \\ i_{n+1} = g(v_n, i_n, I_{\text{ref}}) \end{cases} \quad (3)$$

基于式(3)就可以利用二维离散映射分岔理论来分析  $m$  级并联 DC-DC 变换器分岔及混沌现象。

分岔理论是研究非线性方程解的定性行为的数学理论, 最早是用来描述动力系统质变过程的, 即系统在多个控制参数下状态解的数量及性质的变化。分岔以后, 系统的不同状态间便产生了不连续的过渡, 然后经过不断的分岔, 达到的终态就是混沌。状态变量和控制参数组成了状态空间, 系统在这个状态空间中的位置变化点就称为分岔点。对于具有式(1)形式涉及差分方程的离散系统, 存在一个不动点(平衡点), 通过计算其乘子  $\lambda = f'(x, I_{\text{ref}})$  的绝对值可以判别不动点的稳定性<sup>[14]</sup>。

根据二维非线性映射的分岔理论<sup>[14]</sup>, 要判断系统平衡点  $P$  的稳定性, 需要求取雅可比矩阵

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial v_n} & \frac{\partial f}{\partial i_n} \\ \frac{\partial g}{\partial v_n} & \frac{\partial g}{\partial i_n} \end{bmatrix}_P$$

的特征值(乘子)  $\lambda$  来决定。特征值  $\lambda$  的值为以下方程的解。

$$\det(\lambda I - J) = 0$$

其中  $I$  为单位矩阵, 不动点附近的轨道有如下形式:

$$P_n = c_1 \lambda_1^n + c_2 \lambda_2^n$$

$\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为两个特征值。当  $|\lambda_1| < 1$  和  $|\lambda_2| < 1$  都满足时, 不动点是稳定的。任一  $\lambda$  绝对值大于 1 时, 不动点是不稳定的。 $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的数值大小相当于各自特征方向上伸缩的倍数。且有如下规律: 当

$0 < \lambda_1 < 1$  且  $0 < \lambda_2 < 1$  时, 不动点为稳定节点; 当  $\lambda_1 > 1$  且  $\lambda_2 > 1$  时, 不动点为不稳定节点; 当  $0 < \lambda_1 < 1$  且  $\lambda_2 > 1$  时, 不动点为鞍点。若  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  共轭, 即  $\lambda_1 = ae^{i\alpha}$ ,  $\lambda_2 = ae^{-i\alpha}$  ( $0 < \alpha < \pi$ ), 则不动点在  $a < 1$  时为稳定焦点,  $a > 1$  时为不稳定焦点。 $a = 1$  时为中心点。且当  $\alpha/\pi$  为有理数时是周期轨道, 为无理数时为拟周期轨道。

对于上述给定参数的单级 DC-DC 变换器,  $I_{\text{ref}} < 1.60$  时,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  绝对值均小于 1, 系统处于稳定状态。当  $I_{\text{ref}} = 1.60$  时,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为实数且分别约为  $-1.000$ ,  $0.437$ 。可见, 此时乘子穿过夫洛开(Floquet)圆, 发生叉形分岔。此后随着  $I_{\text{ref}}$  的增大, 系统将不断发生倍周期分岔并最终进入混沌状态。但乘子的计算变得越来越困难。文[4]通过对整个分岔过程的 Lyapunov 指数的计算指出系统在进入混沌状态之前存在拟周期轨道。对于相同参数的多级并联 DC-DC 变换器随着级数  $m$  的变大, 分岔存在下面两个规律:

(1) 在以  $I_{\text{ref}}$  为参数的分岔图中, 2 倍周期分岔点位置往后推移。如 2 级并联 DC-DC 变换器, 发生 2 倍周期分岔时,  $i_{\text{ref}} \approx 1.91$  (此时  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  分别约为  $-1.000$ ,  $0.571$ ); 3 级并联时,  $i_{\text{ref}} \approx 2.02$  时发生 2 倍周期分岔; 4 级并联时,  $i_{\text{ref}} \approx 2.08$  时发生 2 倍周期分岔。

(2) 随着级数的增多, 倍周分岔的次数不断减少。单级 DC-DC 变换器经历了 2 倍、4 倍、8 倍周期分岔, 最后经历拟 16 倍周期轨道进入混沌状态; 2 级并联时, 经历了 2 倍、4 倍、拟 8 倍周期分岔进入混沌状态; 3 级以上并联时, 直接经历 2 倍、拟 4 倍周期分岔进入混沌状态。

### 3.3 以输入电压为变化参数的分岔图

为得出输入电压对多级并联 DC-DC 变换器的影响, 我们以输入电压  $E$  作为参数来观察系统的运行状态。取  $I_{\text{ref}} = 3.0$ ,  $E$  从 10 增加到 22V, 其余参数与以上设定的相同。可以得到 1, 2, 3, 4 级并联 DC-DC 变换器以输入电压  $E$  作为参数的分岔图分别如图 3(a)~(d)所示。

由图可见, 以输入电压  $E$  作为参数时, 如果将横坐标反向, 即以输入电压  $E$  减小作为正方向, 系统将不断发生倍周期分岔并最终进入混沌状态, 其变化规律与前述规律相同。即在多级并联时, 2 倍周期分岔点的电压降低。

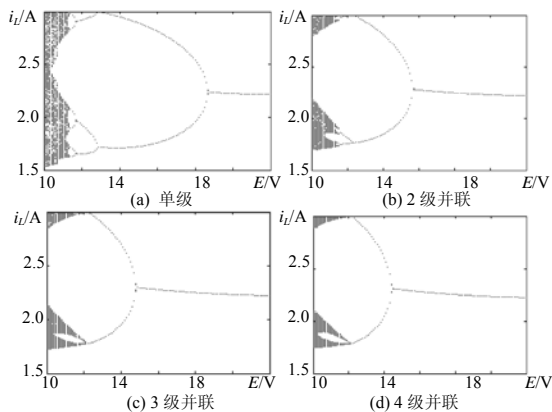


图3 并联DC-DC变换器以输入电压为参数时的电流分岔图形

Fig. 3 Bifurcation diagram of the current with the input voltage as the control parameter in parallel connected DC-DC converter

#### 4 结论

本文首先采用离散时间模型法建立了多级并联电流反馈型DC-DC升压变换器在连续电流工作状态下的离散时间映射关系式,在此基础上利用仿真得到分别以参考电流和输入电压为参数的分岔图。然后通过二维非线性映射的分岔理论分析了系统在设定参数下的分岔与混沌现象,并得出在相同参数配置下其随着级联数增加的变化规律。

尽管小信号建模分析法仍然是设计DC-DC变换器控制方案的主要方法,但其非线性特征却成了不可回避的问题。可以说从DC-DC变换器出现时就伴随着混沌现象频繁发生的危险<sup>[15]</sup>。利用本文提供的方法和揭示的规律可以方便快捷的实现多级并联电流反馈型DC-DC升压变换器的分岔及混沌现象进行分析和预测。

#### 参考文献

- [1] Deane J. H. B, Hamill D. C. Chaotic behavior in current mode controlled DC-DC converter[J]. Electronics Letters, 1991, 27(13): 1172-1173.
- [2] Banerjee S. Bifurcations in two-dimensional piecewise smooth maps-theory and applications in switching circuits[J]. IEEE Transactions on Circuits and systems-1: Fundamental Theory and Applications, 2000, 47(5): 3100-3113.
- [3] 贾宏杰, 余贻鑫, 王成山. 电力系统混沌现象及相关研究[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(7): 26-30.

- Jia Hong Jie, Yu Yi Xin, Wang Cheng Shan. Chaotic phenomena in power systems and its studies[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(7): 26-30.
- [4] 姚建刚, 陈亮, 戴习军. 混沌神经网络负荷建模的理论研究[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(3): 99-102.
- Yao Jian Gang, Chen Liang, Dai Xi Jun. Academic research of load modeling with network chaotic neural[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(3): 99-102.
- [5] 邓集祥, 张芳. 不稳定极限环——一类暂态稳定边界的研究[J]. 中国电机工程学报, 2002, 23(7): 46-50.
- Deng Ji Xiang, Zhang Fang. Study of transient stability boundary using unstable limit cycle[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 23(7): 46-50.
- [6] Kennedy M P. Three Steps to chaos-Part I: Evolution[J]. IEEE Transaction on Circuits and Systems, 1993, 40(10): 640-656.
- [7] Rabinowitz, M. Power Systems of the Future (Part 2)[J]. IEEE Power Engineering Review, 2000, 20(3): 10-15.
- [8] Tan F D, Middlebrook R D. Unified modeling and measurement of current-programmed converters[J]. IEEE PESC Record, 1993, 380-387.
- [9] 刘健, 王媛彬. PWM开关DC-DC变换器的低频波动[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(4): 174-178.
- Liu Jian, Wang Yuan Bin. Low frequency ripple behavior of PWM switching DC-DC converters[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(4): 174-178.
- [10] Banerjee S. Bifurcations in two-dimensional piecewise smooth maps-theory and applications in switching circuits[J]. IEEE Transactions on Circuits and systems-1: Fundamental Theory and Applications, 2000, 47(5): 3100-3113.
- [11] Hamill D C, Deane J H B, Jefferies D J. Modeling of chaotic DC-DC converters by iterated nonlinear mapping[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1992, 7(1): 25-36.
- [12] Chan W C Y, Tse C K. Study of bifurcations in current-programmed DC-DC boost converters: from quasi-periodicity to period-doubling[J]. IEEE Transactions on Circuits and systems-1: Fundamental Theory and Applications, 1997, 44(12): 1129-1142.
- [13] 张波, 李萍, 齐群. DC-DC变换器分岔和混沌现象的建模和分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(11): 81-85.
- Zhang Bo, Li Ping, Qi Qun. Methods for analyzing and modeling bifurcations and chaos in DC-DC Converter in different operation modes[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(11): 81-85.
- [14] 黄润生. 混沌及其应用[M]. 武汉大学出版社, 2000.
- [15] Yuan G. H, Ott E York, Banerjee S. Anomalous bifurcations in DC-DC converters: borderline collisions in piecewise smooth maps[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1997, 7(3): 635-647.

收稿日期: 2004-10-08。

作者简介:

陈明亮(1978-), 男, 博士研究生, 研究方向为电力电子;  
马伟明(1960-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 工程院院士, 从事独立电源系统、电力电子及电力民系统电磁兼容等方面的研究。