

光学波段菲波纳契序列一维光子晶体纳米膜传输特性研究*

汤炳书^{1,2}

(1 连云港师范高等专科学校 物理系,江苏 连云港 222006)

(2 江苏大学 应用物理研究所,江苏 镇江 212003)

摘 要:为了研究光学波段菲波纳契序列一维光子晶体纳米膜的传输特性,应用传输矩阵方法数值模拟各种情况下的透射率即传输函数随频率的变化.数值结果表明在正入射时,菲波纳契序列一维光子晶体中的禁带宽度、中心位置、数目都与构成序列的项数、组元物理厚度、组成序列组元初始次序、组元折射率差值都对传输特性有较大影响,在可见光区组元折射率差值越大越易形成较宽禁带,进一步研究广义菲波纳契序列一维光子晶体纳米膜的传输特性,发现比典型情况更易在可见光区形成禁带.

关键词:一维光子晶体;菲波纳契序列;传输矩阵方法;传输特性

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2007)08-1426-5

0 引言

菲波纳契序列是 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,...,此数列的每一位是前两个数字之和,通项式可写成 $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, $F_0 = 0, F_1 = 1$. 由菲波纳契序列构成的准周期超晶格系统具有丰富的物理内容与相对简单的结构特征,在声学超晶格,光学超晶格、磁学超晶格等方面都有应用^[1-4]. 光子晶体^[5-6]是一种介质在另一种介质中周期排列所成的人造光电材料,根据周期维数不同可以分为一维、二维、三维光子晶体.光子在这类材料中的作用类似于电子在普通电子晶体中的作用,存在类似于电子半导体能带结构中的禁带,频率落在光子带隙内的电磁波不能在光子晶体中传播,人们称之为带隙或禁带,光子晶体的这种特性具有极大的理论价值和应用前景.一维光子晶体(1D PC)^[7]是介质只在一个方向上呈周期性排列的结构,从结构上看就是光学多层膜,但从本质上看则是两个完全不同的概念,传统的光学膜系主要来源于衍射光学基础上发展起来的薄膜光学,多层膜体系大多在 $\lambda/4$ 波片的基础上发展起来,而一维光子晶体,则是从能带结构的角度出发,在结构上没有 $\lambda/4$ 波片之说,只要存在周期性结构即可,传统的光学膜体系只是光子晶体的一个特例^[8]. 本文把转移矩阵方法^[9-10]用于光学波段一维光子晶体组成菲波纳契序列准晶体结构的传输特性研究,数值模拟多种情况下菲波纳契序列光学

准晶体结构的传输特性,为相关应用提供理论基础.

1 数值模型与基本理论

1.1 菲波纳契序列一维光子晶体 Kroning-Penney 模型

在数值计算研究中构造如图 1. Fibonacci 序列模型,空气中基本组元 A, B 的物理厚度分别为 d_A, d_B , 折射率为 n_A, n_B , 以此为基础组合成一个 Fibonacci 序列其排列方式为 $F_0 = B, F_1 = A, F_2 = AB, F_3 = ABA, \dots$ 通项可表示为 $F_n = F_{n-1}F_{n-2}$, 各项对应的层数是 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ..., 构成一维人工超晶格准周期结构材料,此即为类似固体能带理论中的 Kroning-Penney 模型^[11].

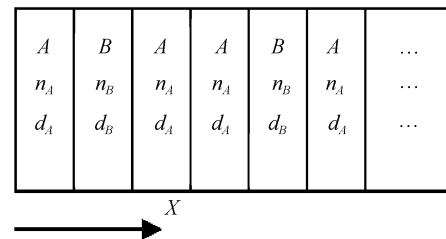


图 1 Fibonacci 序列光子晶体结构模型

Fig. 1 The structure mode of Fibonacci sequence photonic crystal

1.2 传输矩阵理论

如图 1 是由不同线性介质组成的一维光子晶体,其折射率为 n_i , 材料的厚度为 d_i , 对于一维线性介质中的电磁波,沿 X 轴正方向入射,此时不考虑偏振问题,电磁波包括两部分,进行波和反射波,故在介质中任意一点的电场可以写成如下形式

$$E_i(x) = E_i^+ e^{ikx} + E_i^- e^{-ikx} \quad (1)$$

考虑正入射的情况,在分界面上利用电磁波在边界

* 江苏省自然科学基金(BK2004059)资助

Tel: 0518-5831157 Email: tbs6363@163.com

收稿日期: 2006-04-20

上的连续性条件, 得到

$$E_i^+ + E_i^- = E_{i+1}^+ + E_{i+1}^- \quad (2)$$

$$n_i(E_i^+ - E_i^-) = n_{i+1}(E_{i+1}^+ - E_{i+1}^-) \quad (3)$$

式(2)、(3)用矩阵表示成

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n_i & -n_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i^+ \\ E_i^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n_{i+1} & -n_{i+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{i+1}^+ \\ E_{i+1}^- \end{bmatrix} \quad (4)$$

令

$$D_i = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_i & -n_i \end{pmatrix} \quad (5)$$

则有

$$\begin{bmatrix} E_i^+ \\ E_i^- \end{bmatrix} = D_i^{-1} D_{i+1} \begin{bmatrix} E_{i+1}^+ \\ E_{i+1}^- \end{bmatrix} \quad (6)$$

而在同一介质层中, 电场从左界面传输到右界面可以用式(7)矩阵相连接

$$\begin{bmatrix} E_i^+ \\ E_i^- \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\varphi_i} & 1 \\ 1 & e^{-i\varphi_i} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_{i+1}^+ \\ E_{i+1}^- \end{bmatrix} = P_i \begin{bmatrix} E_{i+1}^+ \\ E_{i+1}^- \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中

$$\varphi_i = k_i d_i \quad (8)$$

于是, 可以得到

$$\begin{bmatrix} E_i^+ \\ E_i^- \end{bmatrix} = D_i^{-1} D_{i+1} \begin{bmatrix} E_{i+1}^+ \\ E_{i+1}^- \end{bmatrix} = D_i^{-1} D_{i+1} P_{i+1} \begin{bmatrix} E_{i+1}^+ \\ E_{i+1}^- \end{bmatrix} =$$

$$D_i^{-1} D_{i+1} P_{i+1} D_{i+1}^{-1} D_{i+2} \begin{bmatrix} E_{i+2}^+ \\ E_{i+2}^- \end{bmatrix} =$$

$$D_i^{-1} D_{i+1} P_{i+1} D_{i+1}^{-1} \Lambda \quad (9)$$

$$\Lambda = D_{i+2} \begin{bmatrix} E_{i+2}^+ \\ E_{i+2}^- \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = D_i^{-1} D_{i+1} P_{i+1} D_{i+1}^{-1} \cdot$$

$$D_{i+2} P_{i+2} D_{i+2}^{-1} \Lambda \quad (11)$$

得到

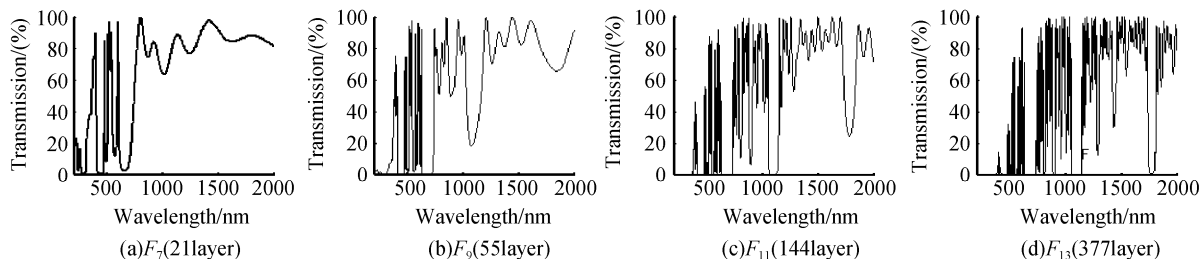


图2 不同序列项数时的传输特性

Fig. 2 The transmission property of different sequence terms

2.1.2 序列初始位置对传输特性的影响

一维光子晶体 Fibonacci 序列的传输特性还与组元的初始排列次序有关. 现保持各参量不变, 把 A、B 交换位置, 即序列变成: $F_0 = A, F_1 = B, F_2 = BA, F_3 = BAB, F_4 = BABBA \dots$. 通项式 $F_n = F_{n-1} \cdot F_{n-2}$ 不变. 取 F_{11} (144 层) 计算, 结果见图 3(a). 为

$$\begin{bmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} E_{i+1}^+ \\ E_{i+1}^- \end{bmatrix} \quad (12)$$

对于有限层系统 (设共有 N 层), 最后一层中只有出射波没有反射波, 因而

$$E_{N+1}^- = 0 \quad (13)$$

所以

$$\begin{bmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{bmatrix} = M \begin{pmatrix} E_{N+1}^+ \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

可以看到, 只要算出了 M , 可以算出反射波、透射波, 就可以了解介质任何一点的场强.

定义透射率

$$t = \left(\frac{E_{N+1}^+}{E_0^+} \right)^2 \quad (15)$$

2 数值结果与讨论

2.1 菲波纳契序列结构几何参量对传输特性的影响

一维光子晶体组成菲波纳契序的参量很多, 总的说来可以分为几何参量与电磁参量两大类, 先研究序列项数、序列初始位置、序列组元厚度三种几何参量下的传输特性.

2.1.1 序列项数对传输特性的影响

在图 1 的结构中 A、B 组元的物理厚度分别为 $d_A = d_B = 65 \text{ nm}$, 折射率为 $n_A = 2.31836 (\text{TiO}_2)$, $n_B = 1.45992 (\text{SiO}_2)^{[12]}$. 分别取 F_7 (21 层)、 F_9 (55 层)、 F_{11} (144 层)、 F_{13} (377 层), 数值结果如图 2. 比较各图发现随着层数增加, 禁带数增加, 禁带位置向长波段移动, F_7 一个禁带出现在可见光区, F_9 两个禁带第一个与 F_7 出现位置相同, 第二个出现在近红外区, F_{11} 、 F_{13} 前面的禁带都与 F_7 、 F_9 的相同, 后面依次向更远红外出现禁带, 明显的呈现出某种规律性.

了便于比较把原来序列排列 $F_0 = B, F_1 = A, F_2 = AB, F_3 = ABA, F_4 = ABAAB \dots$ 中 F_{11} 计算结果画与图 3(b), 从图中看出两者差别较大, 交换位置后在可见光区域更容易形成禁带, 出现了一个较原来宽得多的禁带, 原来处于红外的禁带中心位置向近红外移动, 由 1 100 nm 移到了 1 000 nm 处.

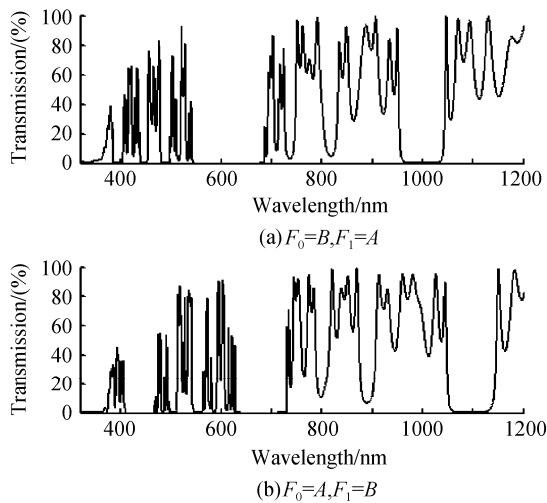


图3 序列初始位置不同时的传输特性

Fig. 3 The transmission property of different sequence initial positions

2.1.3 序列中组元厚度对传输特性的影响

现在研究组元物理厚度对一维光子晶体 Fibonacci 序列的传输特性的影响. 序列仍然取 $F_0 = B, F_1 = A, F_2 = AB, F_3 = ABA, F_4 = ABAAB \dots$ 折射率不变, 先使 A 组元的物理厚度由原来的 65 nm 变为 45 nm, B 组元的厚度由原来的 65 nm 变为 85 nm, A、B 厚度之和与原来一样都是 130 nm, 计算结果见图 4(a). 再使 A 组元的物理厚度由原来的 65 nm 变为 85 nm, B 组元由原来的 65 nm 变为 45 nm, 即是交换 A、B 组元的物理厚度, 计算结果见图 4(b). 为便于比较把 A、B 相同厚度即都是 65 nm 时计算结果画于图 4(c), 由图 4(a), (b), (c) 比较可见变化很明显, 禁带的位置、宽度都有较大变化, A 取 45 nm,

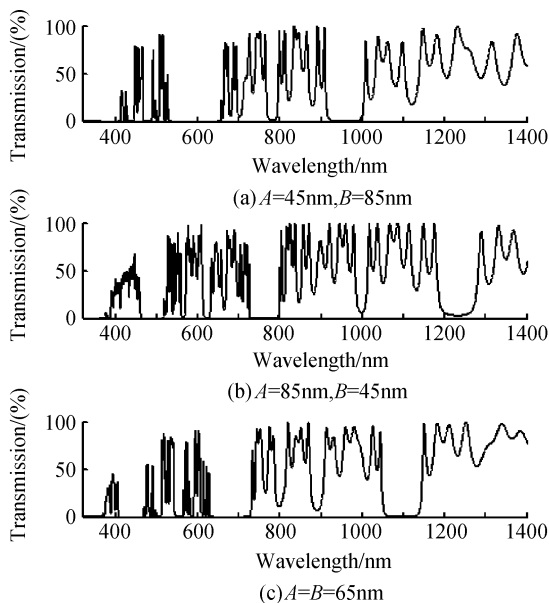


图4 序列中组元不同厚度时的传输特性

Fig. 4 The transmission property of different component thicknesses in sequence

B 取 85 nm 时更易在可见光区域的长波区形成较宽的禁带.

2.2 菲波纳契序列电磁参量对传输特性的影响

一维光子晶体组成菲波纳契序列的电磁参量主要是介质的磁导率 μ 与介电常量 ϵ , 最终表现在折射率是因为 $n = \sqrt{\mu\epsilon}$, 所以折射率的变化就是电磁参量在变, 仍然保持物理厚度 A、B 都是 65 nm, 序列是 $F_0 = B, F_1 = A, F_2 = AB, F_3 = ABA, F_4 = ABAAB \dots$ A 介质的折射率不变 $n_A = 2.31836$ (TiO_2), B 介质折射率分别变为 $n_B = 1.3812$ (MgF_2), $n_B = 1.9134$ (Bi_2O_3), 仍取 F_{11} (144 层) 计算, 结果见图 5(a), (b), 同样为了便于比较把原来的 $n_B = 1.45992$ (SiO_2), 取 F_{11} 计算结果画于图 5(c). 从图中看出两组元在其它参量不变, 两者折射率相差越大, 形成的禁带越宽, 与普通二维二元光子晶体交替排列得到的结论一致.

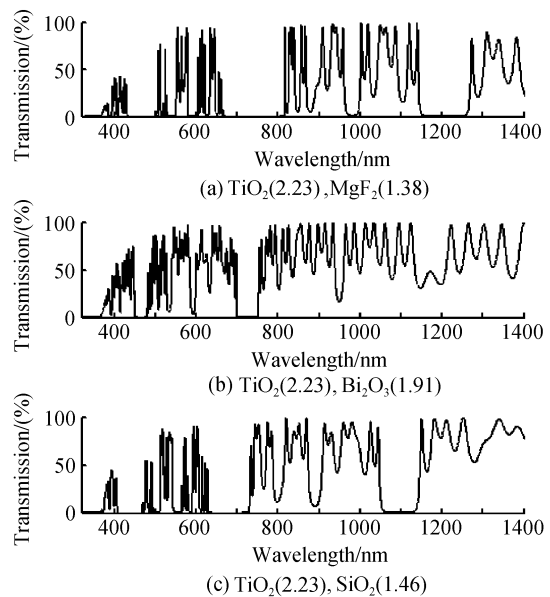


图5 序列中组元不同电磁参量的传输特性

Fig. 5 The transmission property of component with different electromagnetic parameters in sequence

2.3 广义菲波纳契序列传输特性研究

上述的一维光子晶体组成菲波纳契序列 F_0, F_1 是分别从一一个组元 B、A 开始的, 广义菲波纳契序列可以从任意多个组元开始, 如 $F_0 = B, F_1 = AC, F_2 = ACB, F_3 = ACBAC, F_4 = ACBACACB, \dots$, 在数学上称此序列为 Lucas 序列. A、B 组元保持几何参量、电磁参量与 2.1.1 相同, C 组元各参量取 $n_C = 1.3812$ (MgF_2), 物理厚度与 A、B 一样都为 65 nm, 取 F_{11} 计算结果见图 6(a). 图 6(b) 是广义菲波纳契序列: $F_0 = AB, F_1 = CD, F_2 = CDAB, F_3 = CDABCD, F_4 = CDABCDAB, \dots$, 各参量与上述 Lucas 序列相同时的 F_{11} 计算结果. 图 6(c) 是 2.1.1 两元一

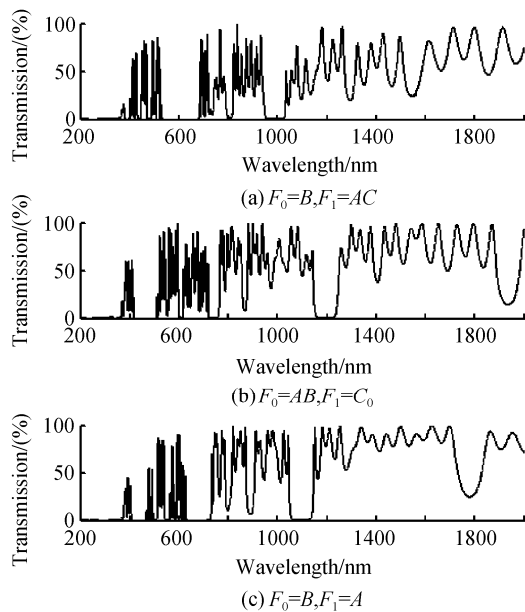
图6 广义菲波纳契序列传输特性(F_{11})

Fig. 6 The transmission property of generalized Fibonacci sequence

维光子晶体 Fibonacci 序列 F_{11} 计算结果。从图中比较可见广义一维光子晶体 Fibonacci 序列更易在可见光区形成较宽的禁带。

3 结论

用传输矩阵方法对光学区域 Fibonacci 序列一维光子晶体纳米膜的传输特性进行详细的数值分析与研究,具体数值分析了构成序列的几何参量如项数、初始位置、物理厚度,电磁参量折射率对传输特性的影响,得出如下结论:各参量都不同程度影响光学区域 Fibonacci 序列一维光子晶体的透射特性,项数越多向长波方向的禁带数目出现越多;组元折射率由低到高排列($F_0 = B, F_1 = A$)更易在可见光区域获得较宽禁带;在两组元物理厚度之和不变情况下,A、B 次序时 A 较小厚度更易在可见光区域获得较宽禁带;两组元折射率相差越大越易形成较宽禁带;广义一维光子晶体 Fibonacci 序列更易在可见光区形成较宽的禁带。总之对一维光子晶体 Fibonacci 序列纳米膜传输特性的影响因素很多,对其进行研究很有意义,特别是在光学区域,因为光波长范围内可以应用到激光微谐振腔,低损耗带宽波导,在热电设备中,平面薄膜可作为一个有效的辐射热栅或收集器,在微波波段,可以用作天线基底或高功率微波源。

参考文献

- [1] LI Wen-lin. A course in mathematics history [M]. Beijing: Higher Education Press, 2000:124-125.
李文林. 数学史教程[M]. 北京:高等教育出版社, 2000: 124-125.
- [2] DONG Jian-Wen, HAN Peng, WANG He-Zhou. Brod omnidirectional reflection band forming the combination of fibonacci quasi-periodic and periodic one-dimensional photonic crystals [J]. *Chin Phys Lett*, 2003, **20**(11):1963-1965.
- [3] HOLZER M. Three classes of one-dimensional, two-tile penrose tilings and the fibonacci kronig-penney model as a generic case [J]. *Phy Rev B*, **38**(3):1709-1710.
- [4] ZHANG Deng-guo, NI Na, AN He-nan, *et al.* Electromagnetic field analysis and numerical calculation of one-dimensional magneto-photonic crystal [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(8):1007-1010.
张登国, 倪娜, 安鹤南, 等. 一维磁性光子晶体的电磁场分析和数值计算 [J]. 光子学报, 2004, **33**(8):1007-1010.
- [5] YABLONOVITCH E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and election ics [J]. *Phys Dec Lett*, 1987, **58**(20):2059-2062.
- [6] JOHN S. Strong localization of photonics in certain disordered dielectric superlattices [J]. *Phy Rev Lett*, 1987, **58**(23):2486-2489.
- [7] FINK Y, WINN J N, FAN S, *et al.* *Science*, 1998, **286**:1679-1681.
- [8] CHEN Wei-zong, BO Tao, FU Ling-li, *et al.* Effective refractive index and dispersive properties of one-dimensional photonic crystals [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(9):1124-1127.
陈慰宗, 卜涛, 付灵利, 等. 一维光子晶体的有效折射率及色散特性 [J]. 光子学报, 2002, **31**(9):1124-1127.
- [9] TANG Liang, YUAN Chang-sheng, CHEN Yan-feng, *et al.* A new type of omnidirectional reflection; the one-dimensional photonic band gap structure with gradual periods [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(5):573-576.
汤亮, 袁长胜, 陈延峰, 等. 连续渐变周期的一维光子带隙结构全能反射器 [J]. 光子学报, 2004, **33**(5):573-576.
- [10] TANG Bing-shu. Study of disorder by numerical simulation method in the two-dimensional photonic crystal [J]. *Journal of Quantum Optica*, 2001, **7**(3):108-112.
汤炳书. 二维光子晶体中的无序数值模拟研究 [J]. 量子光学学报, 2001, **7**(3):108-112.
- [11] FANG Jun-xin, LU Dong. Solid physics (previous volume) [M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1980.
方俊鑫, 陆栋. 固体物理学(上册) [M]. 上海:上海科技出版社, 1980.
- [12] Handbook of optics editor committee. Handbook of optics [M]. Xi'an: Shaanxi Science and Technology Press, 1985.
《光学手册》编委会. 光学手册 [M]. 西安:陕西科学技术出版社, 1985.

Study on the Transmission Properties of Fibonacci One-Dimensional Photonic Crystal Nanometer Films in Visible Region

TANG Bing-shu^{1,2}

(1 *Department of Physics, Lianyungang Teacher's College, Lianyungang, Jiangsu 222006, China*)

(2 *Institute of Applied Physics, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China*)

Received date: 2006-04-20

Abstract: In order to study the transmission properties of one-dimensional photonic crystal nanometer films with Fibonacci sequence in visible region, the transfer matrix method (TMM) is used to analyze the transmission coefficients changing with frequencies in various cases. The numerical results show that in the normal incidence the transmission property is influenced by the Fibonacci sequence terms, physical thickness, initial order and the refractive index difference of the component, and the more the refractive index difference, the easier the wide forbidden band will exist in the visible light area. The further studies on the transmission properties of generalized Fibonacci sequence one-dimensional photonic crystal nanometer films are also done and the results show that they are easier to form band gap than the typical situation in the visible region.

Key words: One-dimensional photonic crystal; Fibonacci sequence; The transfer matrix method; Transmission property



TANG Bing-shu was born in Danyang, Jiangsu, China, in 1963. He graduated from Physics Department of Suzhou University in 1985. From 1985 to present, he works at Physics Department Lianyungang Teacher's College as an associate professor of physics. His current research focuses on computing physics and college physics teaching.