

## 混凝土骨料二维分布的模拟和应用

郑建军<sup>1</sup>, 周欣竹<sup>1</sup>, 刘彦青<sup>2</sup>

(1. 浙江工业大学 建筑工程学院, 浙江 杭州 310014; 2. 北方交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 通过在一个矩形截面上模拟混凝土骨料的实际分布, 获得了该截面上任一点的骨料分布密度和骨料分布的统计特性。模拟结果表明, 当模拟次数趋向于无穷大时, 截面上任一点的骨料分布密度趋向于定值, 对于不同的骨料面积百分数, 骨料分布密度曲线的形状十分相似, 均由上升段和水平段两部分组成。基于这些模拟结果, 利用数学拟合获得了骨料分布密度的解析表达式, 并被混凝土实验所初步证实。作为一个应用, 本文计算了混凝土截面上各点的氯离子扩散系数。

**关键词:** 混凝土; 骨料分布密度; 边界效应; 氯离子扩散系数

**中图分类号:** TU528.1 **文献标识码:** A

在细观水平上, 混凝土可以看成是一种由骨料和砂浆基体所组成的二相复合材料。因而, 混凝土的许多物理和力学性质除了与骨料、砂浆基体和它们之间的界面性质有关外, 还与混凝土中各点的骨料分布密度有关<sup>[1-6]</sup>。模板是混凝土构件加工成型过程中所必不可少的, 由于模板的存在会引起骨料分布的边界效应<sup>[7]</sup>。由于骨料分布密度在决定混凝土物理和力学性能中的重要性, 各国学者在研究混凝土边界效应方面曾作过种种努力<sup>[8-10]</sup>。为了能更有效地模拟混凝土中的骨料分布, Zheng 和 Li 提出了一种简单的骨料分布静力模拟算法<sup>[1]</sup>。由于该法原理简单、计算省时, 可用于研究骨料分布的统计特性。作者基于文献<sup>[1]</sup>的算法, 通过在一个矩形混凝土截面上模拟粗骨料和细骨料的分布来研究骨料分布密度的边界效应。根据模拟结果, 讨论骨料分布的基本特性和边界层形成机理。利用数学拟合获得了骨料分布密度的解析表达式, 其有效性为混凝土实验所初步证实。最后, 作为一种工程应用, 计算了混凝土截面上各点的氯离子扩散系数。

## 1 骨料二维分布模拟和基本特性

在研究混凝土骨料的分布特性时, 通常假设它们是球形的<sup>[2]</sup>。因此, 当用一个随机平面去截一个混凝土构件时, 截面上的骨料呈圆形。从原理上说, 根据文献<sup>[1]</sup>所提出的模拟方法可以在任意形状的混凝土截面上模拟任意级配的骨料分布。为方便起见, 本文设混凝土截面为矩形, 两个方向的边长分别为  $a=50\text{mm}$  和  $b=100\text{mm}$ , 选择这种截面尺寸的目的是要尽量减小两个短边边界对骨料分布的影响(次边界效应)。至于骨料, 主要讨论富勒级配骨料, 因为它能够导致较密实的混凝土<sup>[2]</sup>。对于二维圆形骨料分布, 骨料面积百分比  $A_a$  定义为该截面上所有圆形骨料面积总和与该截面面积之比, 对于一般的混凝土而言,  $60\% \leq A_a \leq 75\%$ 。这样, 一旦知道最小骨料直径  $D_0$  和最大骨料直径  $D_m$ , 就可以应用文献<sup>[1]</sup>的方法在该矩形混凝土截面上模拟骨料分布。此模拟过程分为骨料的产生和骨料的分布两部分, 对于  $[0, 1]$  区间上均匀分布的每个随机

收稿日期: 2002-06-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50178003)

作者简介: 郑建军(1963-), 男, 浙江黄岩人, 工学博士和哲学博士, 教授, 主要研究方向: 混凝土理论和应用。

数,求解截面圆个数累积分布函数而获得相应的截面圆,直到总截面圆的面积百分比等于 $A_a$ 为止。然后将所产生的截面圆从大到小排列,最后将这些截面圆逐一随机分布到混凝土截面上,其分布原则是第 $i$ (2)个截面圆不能与前面已经分布的 $i-1$ 个截面圆重叠,否则,重新生成第 $i$ 个截面圆的圆心坐标。作为一个例子,令 $D_0=0.5\text{mm}$ , $D_m=16\text{mm}$ ,则 $A_a$ 分别为60%、65%、70%和75%时的骨料分布如图1所示。

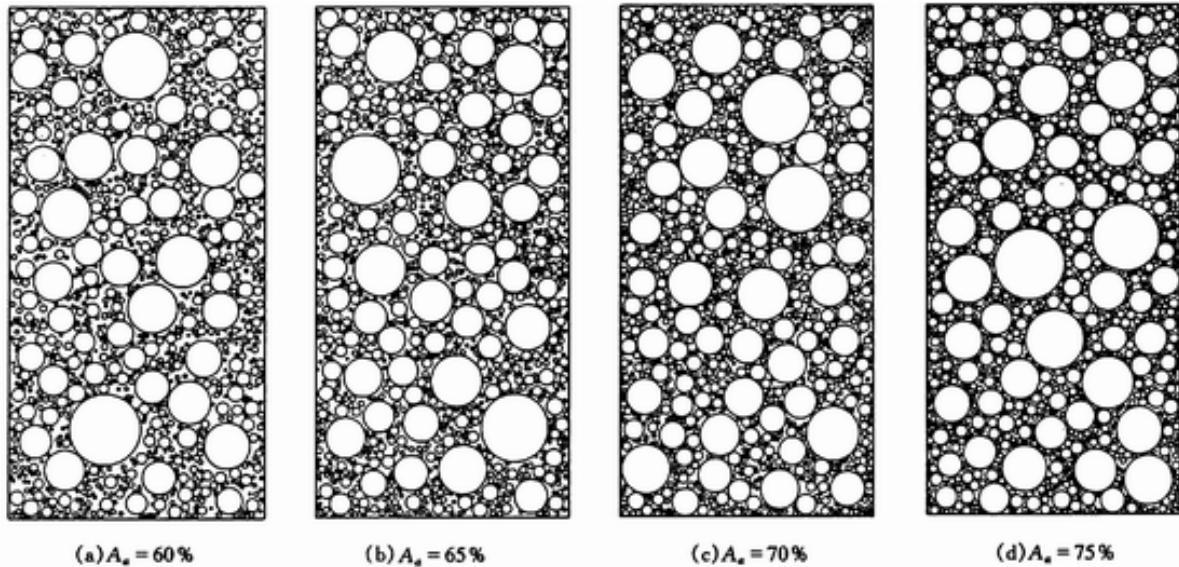


图 混凝土骨料分布

正如前面所述,模板的存在使得骨料在靠近模板的边界层中的分布极不均匀,这样导致混凝土截面上各点的骨料分布密度随着离边界距离的不同而不同。因此,骨料分布密度函数 $D(x)$ 是离长边边界距离 $x$ 的函数(图2)。为此,在距长边 $x$ 处画一条与长边相平行的直线,则骨料分布密度函数 $D(x)$ 定义为被圆形骨料所截各线段(图2中的粗线)长度之和与长边边长之比。根据这一定义,每一次骨料分布模拟都可获得相应的骨料分布密度函数 $D(x)$ ,那么对于给定的骨料面积百分数 $A_a$ ,独立模拟 $N$ 次骨料分布就可获得这 $N$ 次骨料分布密度均值 $D(x)$ ,再次令 $D_0=0.5\text{mm}$ , $D_m=16\text{mm}$ , $A_a=60\%$ ,则 $N$ 次骨料分布密度的均值 $D(x)$ 与 $N$ 的关系如图3所示,注意均值 $D(x)$ 相对于 $x=25\text{mm}$ 的直线对称。这个图表明,当 $N=1$ 时,无论是边界层还是中心区的 $D(x)$ 均呈上下波动。但是随着模拟次数 $N$ 的增加, $D(x)$ 曲线趋于平稳。当 $N=5000$ 时, $D(x)$ 几乎是一条光滑曲线,而且中心区的骨料分布密度值近似等于 $A_a$ ,这与文献<sup>[1]</sup>的结论一致,同时,这也说明 $N=5000$ 可以作为获得合理模拟精度的模拟次数。

在骨料分布模拟中,模拟用的最大骨料直径等于实际的最大骨料直径,对于一般的混凝土来说, $D_m=16\text{mm}$ 。而最小直径 $D_0$ 的选取需要考虑如下两方面的因素:(1)对于给定的骨料面积百分数 $A_a$ ,当 $D_0$ 趋近于零时,所要模拟的骨料总数将趋向于无穷大。因此,如果 $D_0$ 取得过小,由于计算机内存和速度的限制而无法实现骨料分布的模拟。(2)如果 $D_0$ 取得过大,相当于在模拟中忽略了一部分细骨料,这样也无法获得真实的骨料分布。由于着重讨论骨料分布密度的边界效应及工程应用,因而应该在保证混凝土截面上各点骨料分布密度具有一定工程精度的前提下,尽可能增大 $D_0$ 值。这样,既可以获得真实的骨料分布,又可节省计算时间而使得骨料分布的计算机模拟成为可能。为此,令 $D_m=16\text{mm}$ , $A_a=60\%$ ,则当 $D_0$ 分别等于 $5\text{mm}$ 、 $2\text{mm}$ 、 $1\text{mm}$ 、 $0.5\text{mm}$ 和 $0.25\text{mm}$ 时骨料分布密度均值 $D(x)$ 如图4所示。从这个图可以看出,对所有的 $D_0$ 值,骨料分布密度曲线 $D(x)$ 大体上由一段曲线和一段水平线两部分组成,如果水平段代表中心区的骨料分布,则可将这一矩形截面划分成3个区:两个边界层和一个中心区。对于不同的 $D_0$ 值,中心区的骨料分布密度 $D(x)$ 基本上是一个常量,但其数值略大于骨料面积百分数 $A_a$ 以补偿边界层上骨料分布密度的减小,因为骨料总面积应保持不变。但在边界层上,骨料分布密度 $D(x)$ 的形状随着 $D_0$ 的变化而变化。当 $D_0=5\text{mm}$ 时, $D(x)$ 先

随着  $x$  的增大而增大，达到峰值后随着  $x$  的增大而减小，直至等于中心区的骨料密度。形成骨料分布密度峰值的主要原因是骨料在边界上趋于直线排列<sup>[9]</sup>。设想等直径骨料按最理想方式分布，靠近边界的骨料完全紧挨着边界直线排列，显然，当  $x$  等于半径时，骨料分布密度将达到最大值。对于随机分布的不等直径骨料，由于边界上的骨料既不能完全贴近边界、也不能完全按直线方式排列，因此，与最大骨料密度相对应的  $x$  值应大于平均骨料半径。对于图 5 中  $D_0=5\text{mm}$  的情形，当  $x=5.5\text{mm}$  时，骨料分布密度达到最大值，而平均骨料半径为  $3.84\text{mm}$ ，这与上面的定性分析相一致。但是随着  $D_0$  的不断减小，边界层中骨料分布密度的峰值慢慢消失，当  $D_0$  小于  $1\text{mm}$  时，边界层上  $D(x)$  完全是一个单调递增函数，即骨料分布密度随着  $x$  的增大而增大，直至等于中心区的骨料密度。另外，值得注意的是， $D_0=0.25\text{mm}$  和  $D_0=0.5\text{mm}$  时的骨料分布密度曲线几乎重合，这表明当  $D_0=0.5\text{mm}$  时，再降低  $D_0$  值几乎不影响骨料分布密度曲线。因而，可以把  $D_0=0.5\text{mm}$  作为获得骨料真实模拟的最小骨料直径。

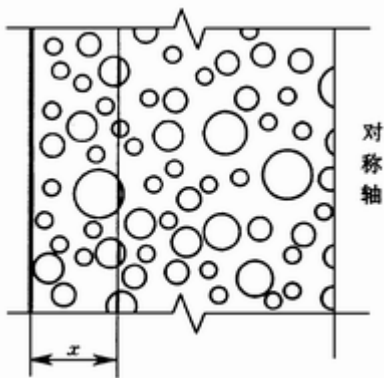


图 2  $D(x)$  的定义

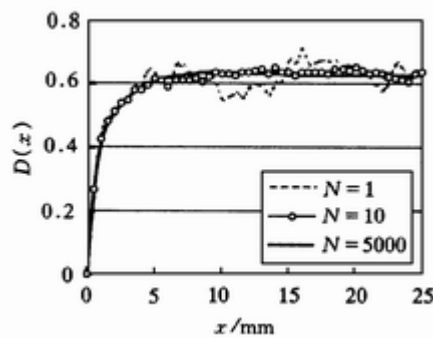


图 3 骨料分布密度  $D(x)$  与  $N$  关系

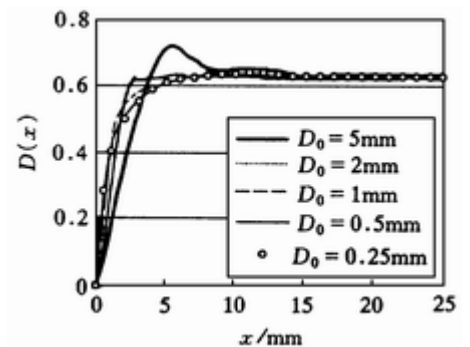


图 4 骨料分布密度与最小骨料直径之间的关系

取  $D_0=0.5\text{mm}$ ， $D_m=16\text{mm}$ ， $N=5000$ ，就可以获得不同骨料面积百分比时的骨料分布密度曲线(图 5)。从该图可以看出，对于不同的  $A_a$  值，骨料分布密度曲线的形状十分相似，均由上升段(边界层)和水平段(中心区)两部分组成。中心区的  $D(x)$  值略大于  $A_a$  以补偿边界层上骨料密度的减小。在边界层上， $D(x)$  随着  $x$  的减小而单调减小，这是由于越靠近边界层，骨料堆放效率越低。

## 2 数学拟合和实验验证

根据图 5 所示的模拟结果，可以将骨料分布密度函数  $D(x)$  简化为由单调递增曲线和水平线两部分组成(如图 6)，即

$$D(x) = \begin{cases} D_c (x/x_b)^{[1-(x/x_b)^a]}, & 0 \leq x \leq x_b \\ D_c, & x \geq x_b \end{cases} \quad (1)$$

式中： $x_b$  是边界层的厚度； $a$  是边界层上骨料分布密度曲线的形状系数； $D_c$  是中心区的骨料分布密度。

根据模拟数据，应用数学拟合， $x_b$  和  $a$  可表示成

$$x_b/D_m = 0.7029 - 0.3975A_a; \quad a = 0.2832 - 0.2740A_a \quad (2)$$

值得指出的是，上式中的  $x_b$  和  $a$  是根据宽度为  $50\text{mm}$  混凝土构件中骨料分布模拟结果而求得的，而实

际混凝土构件的宽度要大于 50mm。但是,考虑到边界层中的骨料分布密度曲线的形状主要取决于骨料级配、最大骨料直径和骨料面积百分比,而与构件宽度  $a$  关系不大。这样,可以假设由式(2)所给定的  $x_b$  和  $D_c$  值适用于任意宽度的混凝土构件。但是,  $D_c$  与混凝土构件的宽度  $a$  密切相关,由于分布前与分布后的骨料总面积应保持相等,所以有

$$aA_a / 2 = (a/2 - x_b)D_c + \int_0^{x_b} D_c (x/x_b)^{[1-(x/x_b)^a]} dx \quad (3)$$

求解上式可得

$$D_c / A_a = \frac{a}{a - 2x_b + 2 \int_0^{x_b} (x/x_b)^{[1-(x/x_b)^a]} dx} \quad (4)$$

上式分母中的积分可用数值法实现。这样,再将  $x_b$ 、 $D_c$  和  $A_a$  代入式(1)就可获得骨料分布密度的解析表达式。令  $A_a$  分别等于 60%、65%、70%和 75%,式(1)与模拟结果之间的比较如图 5 所示,从这个图可以看出,拟合式(1)与模拟结果良好吻合。因此,式(1)具有相当高的精度,可用于计算混凝土截面上各点的骨料分布密度。

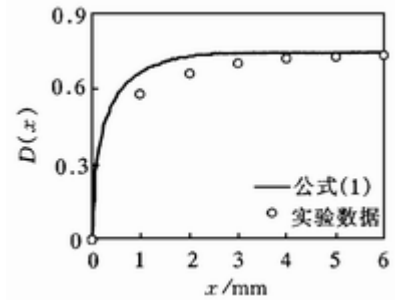
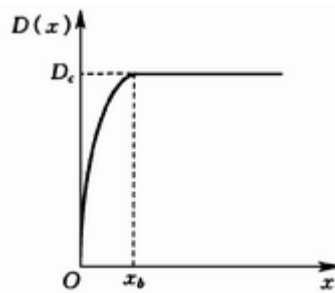
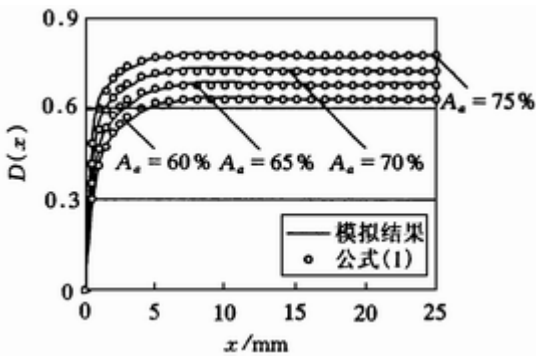


图 5 不同骨料面积百分比时的骨料分布密度

图 6 骨料分布密度函数示意

图 7 实验数据与拟合公式之间的比较

为了进一步验证拟合式(1)的有效性,选取 Kreijger 所得的实验<sup>[8]</sup>数据进行比较。在这一实验中,他选用富勒级配骨料,  $D_m=8\text{mm}$ ,  $a=100\text{mm}$ ,  $A_a=0.735$ 。将这些参数依此分别代入式(2)式(4)和式(1)就可得到式(1)与 Kreijger 实验数据之间的比较(如图 7)。从这个图可以看出,平均相对误差为 6.73%,而且模拟结果与实验结果整体良好吻合。因此,式(1)的有效性已经得到了初步证实。

### 3 工程应用

如前言所述,混凝土材料的许多物理和力学性能,如弹性模量、断裂面的分形维数和氯离子扩散系数等,均与骨料分布密度有直接关系。作为应用之一,着重讨论骨料分布密度的边界效应对氯离子扩散系数的影响。钢筋锈蚀引发混凝土破坏是近年来混凝土耐久性研究的一个热门方向,对于沿海地区的混凝土结构而言,钢筋锈蚀主要是由于海水中的氯离子通过混凝土介质扩散而积聚在钢筋表面,并与钢筋发生化学反应所致。因而,如何计算混凝土介质的氯离子扩散系数,是解决该问题的关键之一。如果设混凝土、骨料和水泥浆基体的氯离子扩散系数分别为  $C_{con}$ 、 $C_a$  和  $C_m$ ,根据细观力学理论<sup>[6]</sup>,混凝土截面上任一点的  $C_{con}$  可以表示成  $C_a$ 、 $C_m$  和  $D(x)$  的函数,即

$$C_{con} = C_m \left\{ 1 + \frac{D(x)}{[1 - D(x)]/3 + C_m / (C_a - C_m)} \right\} \quad (5)$$

因而， $C_{con}$  是坐标  $x$  的函数。为方面起见，令  $p=C_{con}/C_m$ ， $q=C_a/C_m$ ，则式(5)改写为

$$p = 1 + \frac{D(x)}{[1 - D(x)]/3 + 1/(q - 1)} \quad (6)$$

将式(1)代入上式就可得到  $p$  的解析表达式。对于一般的混凝土， $C_a$  通常小于  $C_m$ ，即  $q < 1$ 。令  $a=100\text{mm}$ ， $A_a$  分别等于 0.60 和 0.75， $q$  分别等于 0.5 和 0.1，计算结果如图 8 所示。从这个图可以看出，由于边界层的骨料分布密度低于中心区的骨料分布密度，边界层的氯离子扩散系数大于中心区的氯离子扩散系数，这对混凝土结构的耐久性不利，因为这将导致混凝土构件中位于边界层附近的受力钢筋更易于生锈。另外，这个图也表明，当  $q$  一定时，截面上各点的氯离子扩散系数随着  $A_a$  的增大而减小；而当  $A_a$  一定时，截面上各点的氯离子扩散系数随着  $q$  减小而减小。

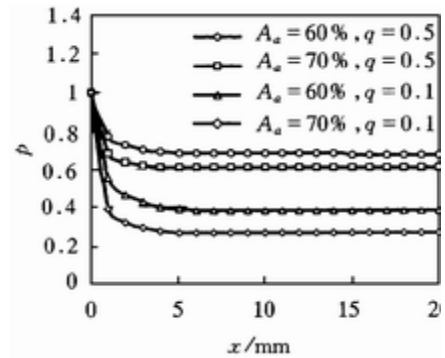


图 8  $p$  与  $A_a$ 、 $q$  和  $x$  之间的关系

#### 4 结 论

通过在一个矩形的混凝土截面上模拟骨料的实际分布，讨论了骨料分布的一些统计特性和边界层形成机理。利用数学拟合获得了骨料分布密度的解析表达式，并被混凝土实验所初步证实。最后，作为一个应用，计算了混凝土截面上各点的氯离子扩散系数。

#### 参 考 文 献：

- [ 1 ] Zheng J J, Li C Q. Three dimensional aggregate density in concrete with wall effect [ J ] .ACI Materials Journal , 2002 , 99(6) : 568-575.
- [ 2 ] Mura T. Micromechanics of Defects in Solids [ M ] .Martinus Nijhoff Publications, Dordrecht, 1987.
- [ 3 ] Stroeven P. Stereological estimation of fractal number of fracture planes in concrete[ A ]. Disordered Materials and Interfaces [ C ] .Materials Research Society, Pittsburgh, 1995 , 343-348.
- [ 4 ] Carpinteri A, Chiaia B. Multifractal nature of concrete fracture surfaces and size effects on nominal fracture energy [ J ] .Materials and Structures, 1995, 28(82):435-442.
- [ 5 ] 郑建军，周欣竹. 考虑边界效应时混凝土断裂能尺寸效应的细观结构方法 [ J ] .水利学报，2001，(10)：54-57.
- [ 6 ] Xi Y P, Bazant Z P. Modeling chloride penetration in saturated concrete [ J ] .Journal of Materials in Civil Engineering, 1999, 11(1):58-65.
- [ 7 ] Bazant Z P, Planas J. Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials[ M ].CRC Press, Boca Raton, 1998.
- [ 8 ] Kreiger P C. The skin of concrete composition and properties [ J ] .Materials and Structures, 1984, 17(100):275-283.

---

[ 9 ] Stroeven M. Discrete Numerical Modelling of Composites Materials [ M ] . Delft University Press, Delft, 1999.

[ 10 ] Zeng J J. Mesostucture of Concrete-Stereological Analysis and Some Mechanical Implications[ M ]. Delft University Press, Delft, 2000.