

悬挂式防渗墙控制管涌发展的理论分析

毛昶熙¹, 段祥宝¹, 蔡金榜¹, 羽海英²

(1. 南京水利科学研究院 水工水力学研究所, 江苏 南京 210029; 2. 广东省水利厅, 广东 广州 510150)

摘要: 根据渗流理论, 导出了大堤采用悬挂式防渗墙时渗流场的水头和坡降分布、管涌突发时的局部涌砂范围以及继续向上游冲蚀发展的距离等计算公式, 其中渗流场的计算公式还用三维有限元计算作了验证, 并与试验进行了对比。

关键词: 堤防; 管涌; 悬挂式墙; 涌砂范围; 管涌冲蚀; 有限元法

中图分类号: TV139.1 **文献标识码:** A

1 渗流场分析

沿用文献[1]堤基渗流管涌附近渗流场的理论推导方法, 即借用源汇的镜像映射原理, 以河边为镜面映射管涌孔和悬挂式墙, 再按照Laplace线性微分方程的特点迭加各单独流场的势函数和流函数, 就可求出渗流场的水头分布及其坡降, 然后引进河边管涌孔口的出流量公式, 消去流量因子, 演算后可得出便于计算的公式。

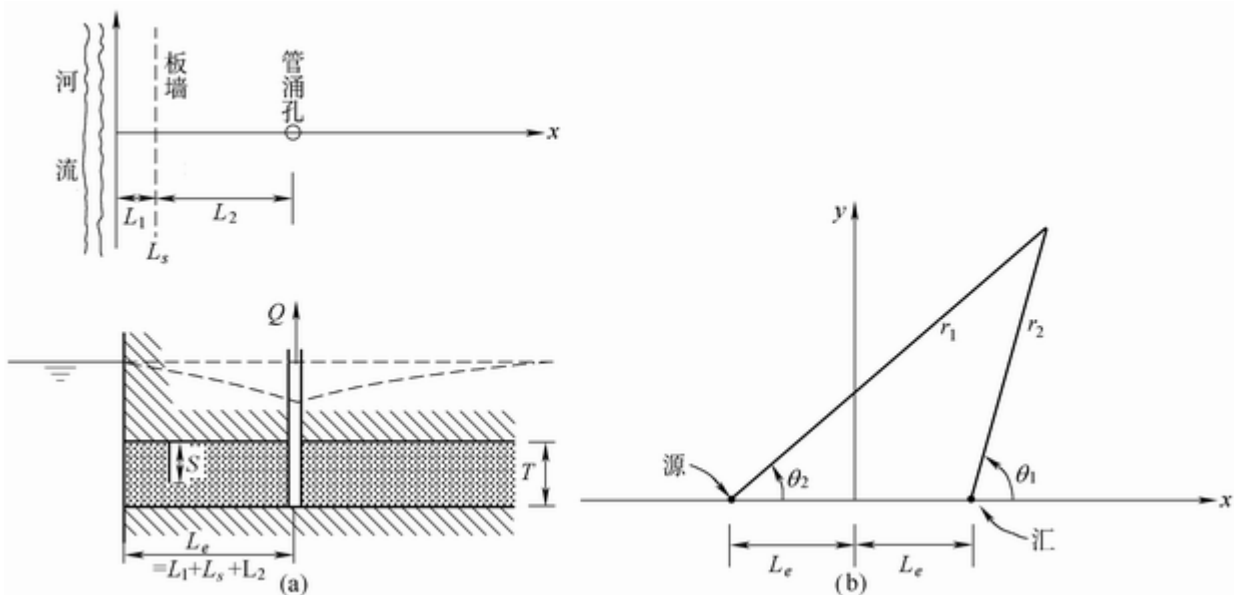


图1 悬挂式防渗墙的河边管涌渗流场理论推导示意

如图1(a)所示研究问题的平面图及剖面图, 板墙防渗必须展开为水平长度 L_s 再累加于管涌孔到河边水平距离之中, 才能引用源汇映像原理。现引用源汇单独流场的势函数及流函数如下^[2](图1(b)): 线汇,

收稿日期: 2004-09-05

作者简介: 毛昶熙, 河南安阳人, 教授级高级工程师, 主要从事水工及渗流方面的研究。

$\phi = \frac{Q}{2\pi T} \ln r_1$, $\psi = \frac{Q}{2\pi T} \ln \theta_1$, 线源 , $\phi = \frac{Q}{2\pi T} \ln r_2$, $\psi = \frac{Q}{2\pi T} \ln \theta_2$ 。上二式迭加可求得

$$\phi = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{(x_e - L_e)^2 + y^2}{(x_e + L_e)^2 + y^2} \quad (1)$$

$$\psi = \frac{Q}{2\pi T} \left(\tan^{-1} \frac{y}{x_e - L_e} - \tan^{-1} \frac{y}{x_e + L_e} \right) \quad (2)$$

结合研究问题, 只分析势函数 $\phi = kh$, 求其水头分布(以管涌孔口地面为基面计算的承压水头)为

$$h = \frac{Q}{2\pi kT} \ln \frac{(x_e - L_e)^2 + y^2}{(x_e + L_e)^2 + y^2} + H \quad (3)$$

沿渗径最短的轴线x的渗流坡降为

$$J_x = -\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{Q}{\pi kT} \frac{L_e}{(x_e + L_e)(x_e - L_e)} \quad (4)$$

引用完整井公式 $Q = \frac{2\pi kTH}{\ln \frac{2L}{r_o}}$ 作为基础, 再以不完整井或孔口流的附加阻力补加在分母项中, 这里取孔口

流附加阻力近似公式^[3]时可得

$$Q = \frac{2\pi kTH}{\ln \frac{2L}{r_o} + \frac{T}{r_o} - \left[1 + \ln \frac{T}{r_o} \right]} = \frac{2\pi kTH}{\ln \frac{2L_e}{r_o} + \frac{T}{r_o} - 1} \quad (5)$$

代入式(3)和式(4)可得流场内的水头分布及x轴线上的坡降为

$$h = H \left[1 + \frac{1}{2 \left(\ln \frac{2L_e}{r_o} + \frac{T}{r_o} - 1 \right)} \ln \frac{(x_e - L_e)^2 + y^2}{(x_e + L_e)^2 + y^2} \right] \quad (6)$$

$$J_x = \mp \frac{\partial h}{\partial x} = \mp \frac{2H}{\ln \frac{2L_e}{r_o} + \frac{T}{r_o} - 1} \frac{L_e}{(x_e + L_e)(x_e - L_e)} \quad (7)$$

式中: 负号是 $x_e < L_e$ 时流向管涌孔的, 正号是 $x_e > L_e$ 时回流向管涌孔的。

同样，可求得通过管涌孔沿着y方向的渗流坡降公式，当 $x_e=L_e$ 时为

$$J_y = \pm \frac{\partial h}{\partial y} = \pm \frac{H}{2 \left(\ln \frac{2L_e^2}{T} + \frac{T}{r_o} - 1 \right)} \frac{8L_e^2}{(4L_e^2 + y^2)y} \quad (8)$$

式中：正负号代表沿着y方向流到管涌孔的两侧对称点。

这里应当注意，以上式中的管涌孔至河边的等效水平距离 L_e 是包括板墙阻力在内的总渗径长度，同样， x_e 也是其相应的等效距离。板墙的阻力可以按照阻力系数法换算为水平段渗径长度，即板墙前、后垂直面的

的阻力系数^[4,5]， $\zeta_z = \frac{2 \times 2}{\pi} \ln \left[\cot \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{S}{T} \right) \right]$ ，令它与水平段阻力系数 $\zeta_x = \frac{l}{T}$ 相等，则得等效阻力的

水平段长度 L_s ，可表示为

$$L_s = \frac{4T}{\pi} \ln \left[\cot \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{S}{T} \right) \right] \quad (9)$$

因此，以上各式中的 L_e 应为展开后的等效水平距离，即

$$L_e = L_1 + L_s + L_2 \quad (10)$$

同样， x_e 区别 x 值也应是展开后的等效水平距离。

现举例计算并验证公式的正确性。悬挂式板墙贯入度 $S/T=0.4$ ，砂层厚 $T=8.0\text{m}$ ，墙深 $S=3.2\text{m}$ ，墙距上游河边 $L_1=16\text{m}$ ，距下游管涌孔 $L_2=64\text{m}$ ，管涌孔半径 $r_o=0.6\text{m}$ ，江河水位高出堤内地面水头 $H=8\text{m}$ 。则由式(9)

算得， $L_s = \frac{4 \times 8}{\pi} \ln \left[\cot \frac{\pi}{4} (1 - 0.4) \right] = 6.87\text{m}$ ，由式(10)得 $L_e = 86.87\text{m}$ ，代入式(6)可算出墙前、后关键点 $x_e=16\text{m}$ ，

$16+6.87=22.87\text{m}$ 及孔口急变区等，前、后沿程各点的水头 h 和渗透坡降 J_x ，列入表1。同样，计算了贯入度 $S/T=0.8$ 的悬墙，并用三维有限元剖分模型图2的计算结果互相比对，一并列入表1和图3，由计算结果可知，本文所推导的公式比较可靠。

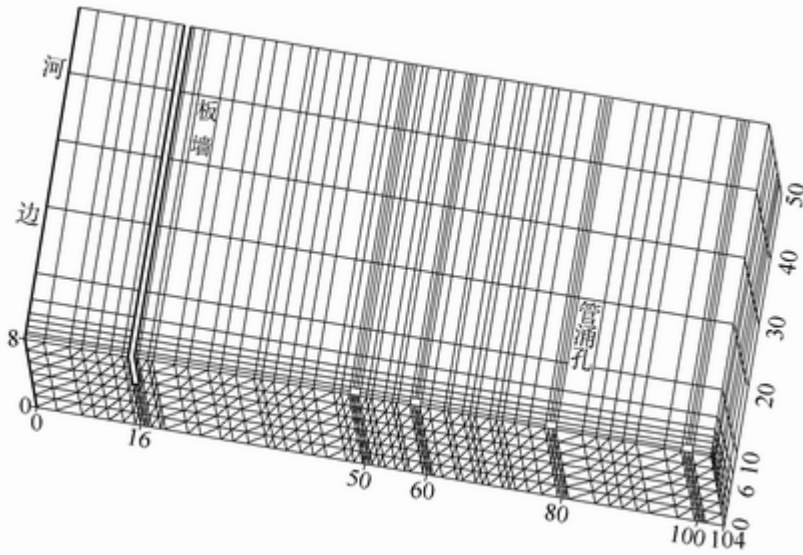


图2 三维有限元计算网格剖分(半模型)

表1 管涌孔到江边沿x轴线上的水头、坡降计算比较

悬挂式墙贯入度 $S/T=0.4$, 墙的等效水平长度 $L_e=6.87m$															
距江边 x/m	0	16(墙前)	17(墙后)	30	42	50	60	67	75	80	85	93	100	150	200
等效距 x_e/m	0	16	23.87	36.87	48.87	56.87	66.87	73.87	81.87	86.87	91.87	99.87	106.87	156.87	206.87
式(6)计算 h/m	8	7.81	7.71	7.53	7.34	7.19	6.94	6.69	6.17	0	6.14	6.62	6.82	7.35	7.54
有限元计算 h/m	8	7.79	7.67	7.50	7.28	7.09	6.79	6.47	5.58	0	5.56	6.45	6.75	7.44	7.67
式(7)计算 J	0.012	0.012	0.013	0.014	0.017	0.021	0.029	0.043	0.107	∞	-0.101	-0.037	0.023	-0.005	-0.003
有限元计算 J	0.010	0.008	0.008	0.014	0.028	0.025	0.036	0.056	0.060	∞	-0.195	-0.05	-0.02	-0.005	-0.002
$S/T=0.8, L_e=18.77m$															
距江边 x/m	0	16(墙前)	17(墙后)	30	42	50	60	67	75	80	85	93	100	150	200
等效距 x_e/m	0	16	35.87	48.77	60.77	68.77	78.77	85.77	93.77	98.87	103.77	111.77	118.77	168.77	218.77
式(6)计算 h/m	8	7.83	7.59	7.42	7.23	7.07	6.82	6.57	6.03	0	6.01	6.50	6.71	7.28	7.48
有限元计算 h/m	8	7.83	7.56	7.42	7.22	7.04	6.75	6.45	5.58	0	5.56	6.44	6.74	7.43	7.67
式(7)计算 J	0.011	0.011	0.012	0.014	0.017	0.021	0.030	0.044	0.110	∞	-0.105	-0.039	0.024	-0.005	-0.003
有限元计算 J	0.01	0.01	0.01	0.014	0.018	0.025	0.037	0.053	0.057	∞	-0.190	-0.052	-0.020	-0.005	-0.002

表1计算比较中存在着误差，经过分析主要原因是公式引导源于河边为界的半无限域，而有限元数值计算是取域宽(沿堤线长)1000m的有限元域，经过再取域宽为堤线长100m及6m等的计算结果比较，列出几个关键点水头值于表2。由表2可知，计算域愈宽，水头值就愈大，特别是靠近管涌孔附近急变区，相差更大。其次是由于有限元法划分的单元体在急变区不够密，孔口附近集中渗流阻力不够大所致，已在文献[1]中讨论。所以表1及图3中的水头 h 应用式(6)的计算结果有稍偏大的趋势还是合理的。同时也可发现，渗流绕过板墙的水头损失 h 随着域宽增大而减小，即垂直效率减小，相差数倍；但总的来说此垂效与砂模型试验相比小很多，原因是砂模型经过管涌冲刷后，形成 x 轴线上—道强透水性松散体冲沟，它控制着流场的水头分布，有待进一步研究。

2 管涌突发时的涌砂范围

由上所述的渗流场分析式(7)、式(8)可以算出堤内地面发生管涌时的孔前 x 距离及左右对称 y 距离的砂

层渗流坡降，再以砂层的冲蚀临界坡降代入，就可确定x轴线及y方面的涌砂影响范围，大致为x轴稍长的椭圆。例如上面的举例：砂层厚 $T=8\text{m}$ ，水头 $H=8\text{m}$ ，管涌孔半径 $r_0=0.6\text{m}$ ，孔距河边 $L=80\text{m}$ ，其展开后的等效水平距离 $L_e=80+6.87=86.87\text{m}$ 。按照此次板墙的砂模型试验结果，墙后水平段砂层破坏的平均临界坡降取 $J_x=J_y=0.09$ ，代入式(7)可求得， $x_e=80.90\text{m}$ 和 85.59m ， $x=x_e-6.87=74.03\text{m}$ 和 85.59m ；再代入式(8)求得， $y=\pm 5.76\text{m}$ 。即开始涌砂范围，以管涌孔中心计算为孔前距离 5.97m 、孔后距离 5.59m 和两侧对称距离 5.76m 的椭圆。若需要

计算各点的坡降，还可由 $J_{(x,y)} = \sqrt{J_x^2 + J_y^2}$ 求得。

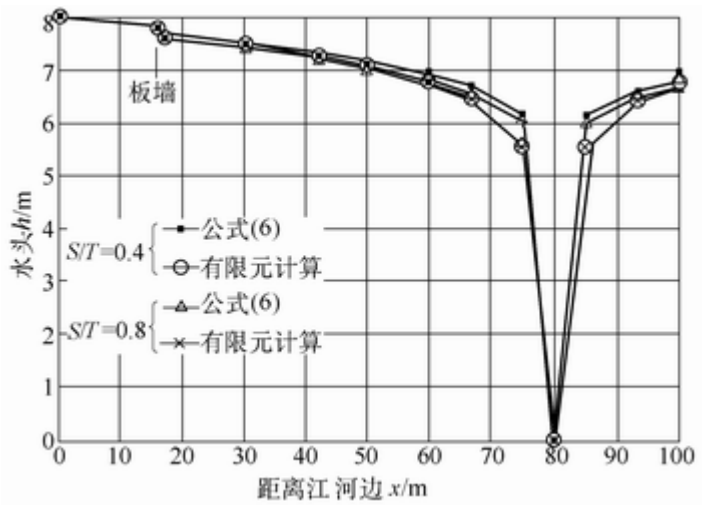


图3 沿X轴线水头分布计算公式与有限元计算的比较

表2 计算域宽不同时的x轴线上水头值比较

距江河边x/m		16(墙前)	17(墙后)	30	50	75(急变区)
S/T=0.4	6m域宽有限元计算h/m	6.64	5.91	4.98	3.24	1.02
	100m域宽有限元计算h/m	7.46	7.12	6.79	6.03	4.38
	1000m域宽有限元计算h/m	7.79	7.67	7.50	7.09	5.58
	无限域宽式(6)计算h/m	7.81	7.71	7.53	7.19	6.17
S/T=0.8	6m域宽有限元计算h/m	6.87	5.18	4.43	2.88	0.92
	100m域宽有限元计算h/m	7.52	6.80	6.48	5.77	4.21
	1000m域宽有限元计算h/m	7.83	7.56	7.42	7.04	5.58
	无限域宽式(6)计算h/m	7.83	7.59	7.42	7.07	6.03

3 涌砂冲蚀的继续发展

管涌孔涌出大量水砂后，细颗粒不断冲蚀将使其透水性局部增大，水力坡降减缓，同时其上游的坡降随之变陡，如此逐步调整水头分布，缓慢向上游发展，形成小冲沟，直到无影响的距离为止。计算方法原则上仍沿用文献[1]，即算得涌砂范围的上游边界后，再次计算就以此边界为假想的新管涌孔心，并认为涌砂冲蚀段已调整为临界坡降的稳定状态，扣除此段的水头损失，以剩余的总水头代入式(7)计算下一次的冲蚀发展距离 x_e ，如此逐段逼近，直到进展距离小于管涌孔半径为止。

今举例说明如下。仍引用上面渗涌砂范围的算例，已知 $T=8\text{m}$ ， $H=8\text{m}$ ， $L_e=86.87\text{m}$ ， $r_0=0.6\text{m}$ ，并已由式(7)算得 $J_x=0.09$ 时的向上游影响距离 $x_e=80.9\text{m}$ ，因此再以此距离作为新的假想管涌孔位，以 $L_e=80.9\text{m}$ 计算，并扣除孔位移动段的水头损失， $J_x \cdot L=0.09 \times (86.87-80.9)=0.54\text{m}$ ，即以水头 $H=8-0.54=7.46\text{m}$ 代入式(7)

$$\text{计算: } J_x = 0.09 = \frac{2 \times 7.46}{\ln \frac{2 \times 80.9}{8} + \frac{8}{0.6} - 1} \times \frac{80.9}{(x_e + 80.9)(x_e - 80.9)}, x_e^2 = (80.9)^2 - 870.31, x_e = 75.33\text{m}.$$

说明向上游冲蚀又发展 $80.9-75.33=5.57\text{m}$ ；如此逐步迭代逼近可求得向上游冲蚀发展的距离，或者开始就在估

计此逼近距离再迭代计算减少迭代过程,例如估计已发展到板墙的下游边 $x_e=22.87\text{m}$,即新孔位 $L_e=22.87\text{m}$,再以扣除孔位移动段水头损失后的剩余总水头 $H=8-0.09 \times (86.87-22.87)=2.24\text{m}$,代入式(7)计算下次发展距离;不过此时的临界坡降应取沿板墙的试验平均值 $J_z=0.6$,但此值原是绕板墙实际渗径长度 $2S=2 \times 3.2=6.4\text{m}$ 的临界坡降,故还必须转换为等效的水平渗径长度 $L_s=6.87\text{m}$,再算出此墙等效水平临界坡降 $J_x=0.6$

$$\times \left(\frac{6.4}{6.87} \right) = 0.559, \text{ 代入式(7), 则有: } 0.559 = \frac{2 \times 2.24}{\ln \frac{2 \times 22.87}{8} + \frac{8}{0.6} - 1} \times \frac{22.87}{(x_e + 22.87)(x_e - 22.87)},$$

$x_e^2 = (22.87)^2 - 13.02$, $x_e = 22.58\text{m}$ 。因为向上游冲蚀发展距离为 $(22.87-22.58)=0.29 < r_0=0.6$,故知冲蚀向上游发展到板墙的下游面即停止。

若设上例发生管涌孔地点距离河边80m改为50m,且水头由8m升高为10m时,则板墙展开后管涌孔到河边的等效距离 $L_e=16+6.87+34=56.87\text{m}$ 。估计向上游冲蚀发展距离较远,设发展到墙前的水平段交点,即开始就假想管涌孔位至该点, $x_e=x=16\text{m}$,即新孔位 $L_e=16\text{m}$,扣除移孔位的水平段和绕板墙段水头损失的剩余总水头 $H=10-0.09 \times 34-0.6 \times 6.4=3.1\text{m}$,并按照新孔位向上游发展的墙前水平段临界坡降的试验平均值 $J_x=0.3$,代入式(7)计算求得 $x_e=15.23\text{m}$,说明向上游发展 $16-15.23=0.77\text{m}$ 。再以此新孔位 $L_e=15.23\text{m}$ 及新水头 $H=3.1-0.3 \times 0.77=2.87\text{m}$ 代入式(7)计算求得, $x_e=14.51\text{m}$,又发展 0.72m 。如此迭代至最后两次 $x_e=12.56\text{m}$ 及 11.99m ,其差值为 $0.57\text{m} < r_0=0.6\text{m}$ 为止,说明管涌冲蚀发展停止在距离河边只有 12.56m 的距离。若江河水位再升高 $H=12\text{m}$,就可算得管涌向上游冲蚀发展串通到河边,完全与砂模型试验一致。

如果不需要计算管涌向上游发展的具体位置,而只了解是否危及大堤安全时,则可直接将各段临界坡降所损失的水头累加后 h 大于总水头 H 即属安全,估算安全式如下:

$$h = J_{x1}L_1 + J_z(2S) + J_{x2}L_2 > H \quad (11)$$

式中: L_1 、 L_2 为板墙前、后水平段长度; J_{x1} 、 J_{x2} 为其相应临界坡降; S 为板墙深度; J_z 为其垂直临界坡降。

由试验的平均值如下^[6]: $J_{x1}=0.3$, $J_z=0.6$, $J_{x2}=0.09$ 。例如墙后水平段水头损失 $h=0.09 \times 34=3.06\text{m}$,板墙段 $h=0.6 \times 6.4=3.84\text{m}$,墙前水平段 $h=0.3 \times 16=4.8\text{m}$, $h=11.7\text{m} < H=12\text{m}$,说明管涌必将贯通河水而溃堤。若取安全系数1.5时,临界坡降可采用下列值去鉴别管涌是否危害大堤安全: $J_{x1}=0.2$, $J_z=0.5$, $J_{x2}=0.07$ 。

4 结论

结合渗流场理论分析,推导出的管涌场内的水头分布和临界坡降的计算公式,并以三维有限元计算进行了验证,可以用来估算管涌突发时的局部涌砂范围和继续向上游冲蚀发展的距离和具体位置,以权衡局部危害的范围和危害大堤的程度。

参考文献:

- [1] 毛昶熙,段祥宝,蔡金榜,茹建辉.堤基渗流管涌发展的理论分析[J].水利学报,2004,(12):46-50.
- [2] Li W H. Differential equations of Hydraulic transients, dispersion and groundwater flow [M].Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1972.
- [3] 安徽省水利科学研究所.多层地基和减压井的渗流计算理论[M].北京:水利出版社,1980.

- [4] 毛昶熙, 周名德, 柴恭纯. 闸坝工程水力学与设计管理[M]. 北京: 水利电力出版社, 1995.
- [5] 毛昶熙, 周保中. 闸坝地基渗流计算的改进阻力系数法[J]. 水利学报, 1980, (5): 51~59.
- [6] 毛昶熙, 段祥宝, 蔡金榜, 茹建辉. 悬挂式防渗墙控制管涌发展的试验研究[J]. 水利学报, 2005, (1): 42-50.

Theoretical analysis on piping development control by means of suspended cut-off wall

MAO Chang-xi¹, DUAN Xian-bao¹, CAI Jin-bang¹, YU Hai-ying²

(1.Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029,China;

2.Water Resources Bureau of Guangdong Province, Guangzhou 510150, China)

Abstract: On the basis of seepage theory the water head and seepage gradient distributions of the flow field in levee adopting the suspended cut-off wall are deduced. The formulas for determining the extent of sand boiling and the possible distance for piping erosion developing towards upstream are proposed. The validity of the formula for calculating the seepage flow field is verified by 3-D FEM calculation result.

Key words: levee; piping; suspended cut-off wall; extent of sand boiling; piping erosion; FEM