

摩擦桩承载稳定性的概率分析方法

苏永华, 刘晓明, 赵明华

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 海相沉积土层深厚地区的桩基承载力主要是侧摩阻力, 侧摩阻力直接决定于桩土间的相对位移。据此提出了按桩顶沉降准则分析摩擦桩承载稳定性的可靠度方法。首先引进接触面单元模拟桩-土的相互作用, 采用数值模拟随机响应方法拟合桩顶位移的状态方程, 并给出了在确定近似解析解时, 近似函数形式的选取原则, 函数中待定系数及数值模拟采样点的确定方法及步骤, 可靠度指标及失效概率的计算方法。最后, 作为工程实例, 分析了某建筑物桩基的稳定性。

关键词: 摩擦桩; 沉降; 接触面; 响应面; 可靠度

中图分类号: TU473.1 **文献标识码:** A

按承载机理可将桩分为摩擦桩和端承桩两大类。端承桩的承载能力大部分来自桩端阻力, 桩周摩阻力所占比例较小, 其承载能力决定于桩本身和桩周岩土。摩擦桩承载能力则基本来自有效桩长部分桩周的侧摩阻力, 承载能力很大程度上决定于桩周岩土。岩土的物理学性质很复杂, 存在各方面的不确定性, 由于施工、材料等原因, 桩的承载性质也存在变异性。20世纪80年代以来国内外学者开展了大量的桩基可靠度研究^[1~3], 总体上体现在两个方面, 一是承载力可靠度^[4~6], 二是桩的沉降可靠度^[7~9], 但这些研究的重点基本集中在桩的承载力以及桩自身的压缩沉降, 可靠度计算主要是基于相关规范提供的承载力计算公式或采用随机有限元方法。但是在许多情况下, 特别是在土层深厚的海相沉积地层地区的高层建筑或桥梁超长桩, 据试桩结果和测试发现, 桩端承载通常没有超过10%, 有时不到桩顶荷载的5%, 甚至不出现沉降, 即没有端阻力^[10,11]。桩的P-S曲线为缓变型, 第二拐点向下推移的现象特别明显, 甚至没有第二拐点, 桩顶沉降较大, 极限荷载应根据桩顶沉降确定。可见, 对这类在承载机理上属于摩擦桩的超长桩, 传统的单桩承载力设计计算方法并不适用^[10,11]。在许多情况下桩的稳定性不取决于承载能力, 而是决定于桩在荷载方向的位移, 即在上部荷载作用下, 桩顶的沉降量, 包括两个方面, 首先是桩顶的容许位移, 由上部建筑物的要求给定, 另一方面是桩顶的实际位移, 由桩身压缩和桩在其周围岩土中的下沉两部分组成。本文研究考虑位移条件下的摩擦桩承载稳定可靠度分析方法。

1 桩土接触面及桩顶位移

1.1 接触面单元及其特性 对于摩擦桩, 其承载能力主要来自于桩侧摩阻力, 桩土接触面是影响侧摩阻力的重要因素之一。桩土接触面问题的研究方法目前主要有荷载传递法、弹性理论法和剪切位移法, 这三种方法均基于传统单桩承载能力计算。本文中引进接触面单元模拟桩-土的相互作用面。

接触面单元最先由Goodman在岩土工程的数值模拟分析中提出, 用于模拟岩体结构中的软弱面以及混

收稿日期: 2004-08-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50378036)

作者简介: 苏永华(1965-), 男, 湖南涟源人, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程、地下结构工程等研究。Email: syh5327@hun.cn

混凝土与岩体或土体之间的接触面，一般分为无厚度接触面单元和有限等厚度接触面单元^[12, 13]，其力学特征通过接触面法向系数和切向系数进行描述。参照文献[12]，借用工程材料力学中的概念，把接触面的法向系数和切向系数分别叫做法向刚度 k_n 和切向刚度 k_s ，但其定义与工程材料力学中的刚度概念有所区别，在工程材料力学中刚度为力和变形的比例系数，在接触面理论中，法向刚度 k_n 为接触面的法向应力 σ_n 与法向位移 v 关系曲线的斜率，切向刚度 k_s 为接触面剪应力 τ_s 与切向位移 u 关系曲线的斜率。即

$$k_n = \partial \sigma_n / \partial v, \quad k_s = \partial \tau_s / \partial u \quad (1)$$

式(1)中应力单位为MPa, 位移的单位为cm, k_n 和 k_s 的单位为MPa/cm。

文献[12]通过大量的实验得出， k_n 值随法向应力的增加而增加，但通常 σ_n-v 曲线可近似简化为直线；对于 τ_s-u 曲线，如果接触面的粗糙度大，则 k_s 不是常数， τ_s-u 可简化为分段直线。在桩土接触中，由于桩、土接触面的粗糙度对其力学性能不是主要影响因素，因此， τ_s-u 曲线可简化为一条直线。

接触面单元如图1所示，把接触面两侧的一一对应点的相对位移的法向分量和切向分量表示为 v 、 u ，则接触面单元上的力学与变形关系为

$$\begin{Bmatrix} \tau_s \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中： τ_s 为接触面切向应力； σ_n 为接触面法向应力； k_s 为接触面切向刚度系数； k_n 为接触面法向刚度系数； u 为接触面切向位移； v 为接触面法向位移。

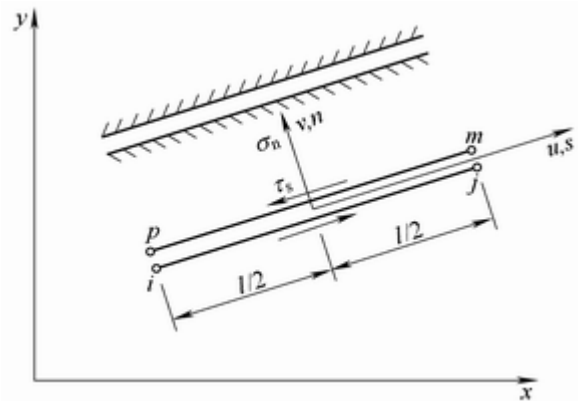


图1 接触面单元

接触面强度准则采用通用的摩尔-库仑准则，表达式如下

$$f_s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi} \quad (3)$$

式中： $N = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$ ； σ_1 为最大主应力(压应力为负)； σ_3 为最小主应力； ϕ 为土摩擦角； c 为土的粘结力。

如果 $f_s < 0$ ，就意味着剪切破坏。

张拉强度最大值由下式确定

$$t_{max} = c / \tan \phi \quad (4)$$

当法向应力变为张力，则最小主应力不能超过土体的抗拉强度，即

$$f_t = \sigma_3 - t \quad (5)$$

式中： t 为土体抗拉强度。

1.2 桩顶位移 海相沉积地层的土层较厚，这类地区的大型建筑或桥梁桩基通常深入地层很深，桩的长度大，长径比很大。桩顶荷载绝大部分通过桩身与桩周土接触面所产生的摩擦阻力传递给土层，桩端阻力

可以忽略不计。桩的荷载与位移曲线P-S通常不存在明显的拐点,属缓变型曲线。由于土性本身的复杂性,目前在理论上没有完整的桩顶沉降解析计算方法。土力学中土层压缩计算使用比较广泛的分层总和法和规范法,只适用于浅基础中的地基土的压缩计算,因此,本文采用数值方法进行计算。在计算中假定桩土接触面是一无厚度单元。对于桩埋于土层中的部分,桩土接触面的垂直位移即为桩的沉降变形。对于伸出土层的桩基部分,桩的变形即为桩的压缩变形。不失一般性,桩及土的本构关系设为弹性关系。

在基于沉降的桩基可靠度分析中,数值方法目前通常采用随机有限元,但随机有限元法的计算工作量大。文献[9]关于一个简单的单桩沉降可靠度分析,仅考虑1个不确定性变量,利用随机有限元就进行了2 000次数值模拟计算。另一个方面是通过大量的计算,无法得出结构的解析状态方程。而且在目前也缺乏权威有效的岩土工程领域的随机有限元商业化数值模拟软件。而确定性有限元计算的商业化软件则很多,软件的效率和分析结论具有权威性,如FLAC^{3D}、FINAL、ANASIS等等。本文利用确定性的有限元程序,结合响应面方法拟合桩顶位移的状态方程。

2 基于桩顶沉降的摩擦桩稳定可靠度计算

2.1 基于沉降的桩基状态函数 就摩擦桩而言,对沉降有影响的主要参数有上部结构荷载P,桩身混凝土弹性模量 E_p ,桩身混凝土泊松比 μ_p ,桩长L,桩径d,土体压缩模量 E_s ,土体泊松比 μ_s ,土粘结力c,土内摩擦系数 $\tan \varphi$ (φ 为土的内摩擦角),接触面刚度系数 k_n , k_s 等。所以桩顶沉降S的一般函数形式可表示为

$$S=S(P, E_p, L, d, \mu_p, E_s, \mu_s, c, \tan \varphi, k_n, k_s) \quad (6)$$

但是由于桩土本身及其相互关系的复杂性,不可能得出式(6)的精确具体表达式。在一般函数中的自变量,根据工程的具体实际情况,有些参数由于变异性小,可以不考虑其随机性,作为确定性参数处理,简化计算和减少工作量。

状态函数中的自变量为随机参数,剔除式(6)中的确定性参数,将随机参数按出现的先后秩序设为随机向量X,随机向量X的表达形式为

$$X=(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (7)$$

桩基沉降位移状态函数为

$$S=g(X)=g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (8)$$

对于具体的工程,设上部结构给定的容许沉降为[S],按照下面将介绍的响应面拟合方法,每一次有限元模拟得到的桩顶沉降为S',则基于沉降的桩顶稳定状态方程普遍形式可设为

$$\bar{S} = [S] - S' = \bar{g}(X) = \bar{g}(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (9)$$

2.2 解析表达式的响应面拟合方法 本文将结构可靠性分析中的响应面方法引入,结合确定性有限元分析程序,通过有限次数的有限元分析,拟合基于桩顶沉降稳定状态极限方程。

响应面方法用于可靠度分析首先是针对复杂结构,复杂结构涉及的因素多,结构可靠状态与影响可靠状态的各因素之间是一种高度非线性关系,甚至不存在精确的解析表达式,对该类结构进行可靠度分析时,除了随机有限元方法,采用常规方法就无法进行下去。响应面方法就是为解决这种困难条件而提出来的。该方法是一种在试验(物理实验和数值实验)基础上改进的半试验、半解析方法。通过模拟试验采集数据,

拟合出近似可靠度计算方程(一般采用多项式函数形式),然后采用解析方法求解。

对于n个随机变量 x_1, x_2, \dots, x_n 的复杂结构(对象),兼顾简单性和灵活性,响应面函数方程 $Z=g(X)$ 的解析表达式,通常取不含交叉项的二次多项式形式^[10],式(9)的近似表达式可设为

$$\bar{Z} = \bar{g}(x) = \bar{g}(X_1, X_2, \dots, X_n) = a + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n c_i x_i^2 \quad (10)$$

式中: $a, b_i, c_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为待定系数,总计 $2n+1$ 个待定系数。

采用式(10)近似代替所研究对象的真实状态方程 $Z=g(X)$ 。响应面函数式(10)按下述步骤获得^[14, 15]。

(1)假定迭代点 $X^{(1)}=(x^{(1)}_1, \dots, x^{(1)}_i, \dots, x^{(1)}_n)$,初次计算一般取平均值点。

(2)利用确定性有限元数值模拟试验计算功能函数 $Z=g(x^{(1)}_1, \dots, x^{(1)}_i, \dots, x^{(1)}_n)$ 以及 $Z=g(x^{(1)}_1, \dots, x^{(1)}_i+f_i, \dots, x^{(1)}_n)$,得到 $2n+1$ 个点估计值,其中系数 f 在第一轮估计中取2或3,在以后的迭代计算中取1, f_i 为 x_i 的均方差。

(3)由于表达式(10)只有 $2n+1$ 个待定系数,利用步骤(2)求得的 $2n+1$ 函数值解出待定系数 $a, b_i, c_i (i=1, 2, \dots, n)$,得到二次多项式近似的功能函数,从而确定结构的极限状态方程。

(4)利用JC法求验算点 $x^{*(k)}$ 和可靠度指标 $\beta^{(k)}$,其中上标 K 表示第 K 步迭代。

(5)判断收敛条件:

$$|\beta^{(k)} - \beta^{(k+1)}| < \varepsilon \quad (11)$$

是否满足,如果不满足,则按下式用插值法得到新的展开点 x_M^k

$$x_M^{(k)} = x^{(k)} + (x^{*(k)} - x^{(k)}) \frac{g(x^{(k)})}{g(x^{(k)}) - g(x^{*(k)})} \quad (12)$$

此插值可使 $x_M^{(k)}$ 较接近极限状态曲面,然后返回步骤(2)进行下一步迭代,直至收敛条件满足。

2.3 可靠度计算 上述的解析表达式的响应面拟合方法和基于沉降的桩基状态函数是一个相互交叉和嵌套过程。对于具体的工程分析过程来说,首先在基于沉降的桩基状态函数中确定随机变量,然后通过解析表达式的响应面拟合方法里面的大循环确定状态函数的具体形式,在每一大循环里面的第4步利用JC法求验算点 $x^{*(k)}$ 和可靠度指标 $\beta^{(k)}$ 中的小循环,通过迭代计算桩的可靠度。

JC法基本计算过程如下:设 $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为相互独立的正态随机变量,极限状态方程式(10)为坐标系 $OX_1X_2\dots X_n$ 中的一个曲面,把 n 维空间划分为安全和失效两个区域。引入标准化正态随机变量,令

$$\bar{X}_i = \frac{X_i - \mu x_i}{\sigma x_i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

可靠度指标 是标准正态坐标系 $\bar{O}\bar{X}_1\bar{X}_2\cdots\bar{X}_n$ 中原点 \bar{O} 到极限状态曲面的最短距离 $\bar{O}P^*$ ，即 P^* 点沿其极限状态曲面的切平面的法线方向至原点 \bar{O} 长度，法线的垂足 P^* 成为验算点，图2为3个正态随机变量的情况。极限状态曲面 P^* 的法线 $\bar{O}P^*$ 对坐标向量的方向余弦为：

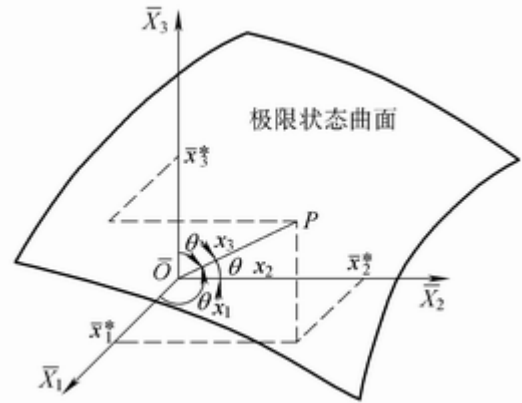


图2 三维正态空间及验算点

$$\cos \theta_{\bar{X}_i} = \cos \theta_{x_i} = - \frac{\partial \bar{g}}{\partial X_i} \Big|_{P^*} \sigma_{X_i} / \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \bar{g}}{\partial X_i} \Big|_{P^*} \sigma_{X_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

由方向余弦有：

$$\bar{x}_i^* = \bar{O}P^* \cos \theta_{x_i} = \beta \cos \theta_{x_i}; x_i^* = \mu_{x_i} + \beta \sigma_{X_i} \cos \theta_{x_i} \quad (15)$$

因为 P^* 是极限状态曲面上的一点，故

$$\bar{g}(X^*) = \bar{g}(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0 \quad (16)$$

式中： μ_{x_i} 、 σ_{x_i} 为随机变量 X_i 的均值和方差。

由式(14) ~ 式(16)联立可求解 β 和 x_i^* 。

在计算得到了可靠度指标 β 后，可靠概率 P_s 和失效概率 P_f 则可根据JC法的基本原理和标准正态分布理论，即

$$P_s = \Phi(\beta) \text{ 或 } P_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (17)$$

通过查正态分布函数表，求出桩基的可靠度或失效概率。

3 计算实例

3.1 实例概况 某建筑物地基土在勘探深度内分为9个工程地质层：人工填土；粉质黏土；淤泥；淤泥质黏土；粉质黏土；砂混黏性土；碎石混黏性土；砂卵石；强风化凝灰岩。地基软土层总厚达60多米，属深厚软土地基。桩长为65m，直径为1000mm。桩的荷载均值为 $\mu_p = 7500\text{kN}$ ，方差 $\sigma_p = 800\text{kN}$ ，为极值I型分布。由上部结构的性质，桩顶容许沉降为 $[S] = 150\text{mm}$ 。

在计算中将 ~ 土性相近的地基土归为一类,统计参数为:压缩模量均值为 $\mu_{E_{S1}}=1.95\text{MPa}$, 方差为 $\sigma_{E_{S1}}=0.39\text{MPa}$;泊松比均值为 $\mu_{\nu_1}=0.47$, 方差为 $\sigma_{\nu_1}=0.0235$;内摩擦角均值为 $\mu_{\phi_1}=17^\circ$, 方差为 $\sigma_{\phi_1}=2.5^\circ$;内聚力均值 $\mu_{c_1}=12.5\text{kPa}$, 方差为 $\sigma_{c_1}=0.26\text{kPa}$;容重均值为 $\mu_{\gamma_1}=17.4\text{kN/m}^3$, 方差为 $\sigma_{\gamma_1}=1.6\text{kN/m}^3$ 。经统计分析上述随机变量均不拒绝正态分布。由试验得知接触面刚度系数均值 $k_s=0.52\text{MPa/cm}$, $k_n=0.34\text{MPa/cm}$ 。

~ 层土性相近,力学统计参数为:压缩模量均值为 $\mu_{E_{S2}}=5.05\text{MPa}$, 方差为 $\sigma_{E_{S2}}=1.06\text{MPa}$;泊松比均值为 $\mu_{\nu_2}=0.42$, 方差为 $\sigma_{\nu_2}=0.025$;内摩擦角均值为 $\mu_{\phi_2}=23^\circ$, 方差为 $\sigma_{\phi_2}=5.2^\circ$;内聚力均值为 $\mu_{c_2}=1.75\text{kPa}$, 方差为 $\sigma_{c_2}=0.08\text{kPa}$;容重均值为 $\mu_{\gamma_2}=19.8\text{kN/m}^3$, 方差为 $\sigma_{\gamma_2}=1.2\text{kN/m}^3$ 。混凝土桩的弹性模量 $\mu_{E_o}=2.5 \times 10^4\text{MPa}$, 方差为 $\sigma_{E_o}=3 \times 10^3\text{MPa}$;泊松比 $\mu_0=0.2$ 。经统计分析上述随机变量均不拒绝正态分布。由试验得知接触面刚度系数均值 $k_s=0.22\text{MPa/cm}$, $k_n=0.41\text{MPa/cm}$ 。

为了简化计算,在不确定性分析中只考虑变异系数大于0.1的变量。将所有变异系数大于0.1的变量表示成一个向量为

$$X=(P, E_{S1}, \nu_1, E_{S2}, \nu_2, E_0)=(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)。(18)$$

3.2 极限状态方程与稳定概率计算 桩顶沉降函数 $S=g(X)=g(X_1, X_2, \dots, X_6)$ 响应面表达式可以表示为

$$S(X) = a + \sum_{i=1}^6 b_i x_i + \sum_{i=1}^6 c_i x_i^2 (19)$$

状态方程为

$$g(X) = 150 - \left(a + \sum_{i=1}^6 b_i x_i + \sum_{i=1}^6 c_i x_i^2 \right) (20)$$

极限状态函数为

$$g(X) = 150 - \left(a + \sum_{i=1}^6 b_i x_i + \sum_{i=1}^6 c_i x_i^2 \right) = 0 (21)$$

式中: $a, b_i, c_i (i=1, 2, \dots, 6)$ 为待定系数,总计13个待定系数。

本文中采用数值模拟计算拟合极限状态方程的解析表达式,设收敛条件为 0.05。

- [8] 李镜培, 楼晓明, 贾付波. 复合桩基的承载力安全度与可靠度分析[J]. 建筑结构学报, 2003, 24(2): 86-90.
- [9] 傅旭东, 茜平一, 刘祖德. 单桩沉降可靠度的随机有限元分析[J]. 铁道学报, 2002, 24(1): 70-76.
- [10] 朱向荣, 方鹏飞, 黄洪勉. 深厚软基超长桩工程性状试验研究[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(1): 76-79.
- [11] 阳吉宝, 钟正雄. 超长桩的荷载传递机理[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(6): 108-112.
- [12] 王志宏. 岩土工程有限元分析法[M]. 北京: 北京钢铁学院出版社, 1993.
- [13] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社(第二版), 2000.
- [14] Liu Y W, Moses F. A sequential response surface methods and its application in the reliability analysis of aircraft structural system[J]. Structural Safety, 1994, 16(1/2): 39-46.
- [15] 赵国藩. 工程结构可靠性理论及其应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1996.

Probability analysis on bearing stability of friction piles

SU Yong-hua, LIU Xiao-ming, ZHAO Ming-hua

(Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: The friction resistance between surface and soil is the major component of bearing force for deep pile in sea facies sediment foundation and determined by the relative displacement between the pile and soil. An analysis method for stability reliability of friction pile based on the subsidence of pile head is proposed. The concept of pile-soil interface element is introduced and its mechanical parameters, method for determining these parameters and its constitutive model are studied. The response surface method and numerical simulation are adopted to establish the approximate analytical equation for describing the relationship between the subsidence of pile head and stability reliability. The principle for selecting the form of the approximate analytical equation, the method for determining the coefficient of the equation and the determination of the sampling for numerical calculation as well as the methods for calculating the reliability degree and failure probability are further investigated. An example is given for demonstration of the proposed method.

Key words: friction pile; subsidence; interface; response surface method; reliability