

# 基于傅里叶变换的高精度频率及相量算法

禹永植, 张忠民, 席志红

(哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院, 黑龙江省 哈尔滨市 150001)

## A High-Precision Algorithm for Frequency and Phasor Based on Fourier Transform

YU Yong-zhi, ZHANG Zhong-min, XI Zhi-hong

(School of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University,  
Harbin 150001, Heilongjiang Province, China)

**ABSTRACT:** Discrete Fourier transform (DFT) is the basic method for the measurement of frequency and phasor of power system. In this paper the authors firstly analyze the measuring error existing in traditional DFT algorithm; then based on conventional DFT propose a forward recursive DFT algorithm in which the frequency and phasor can be measured by use of three data derived from DFT, thus the operation amount can be effectively reduced. The correctness of the proposed algorithm is validated by simulation. Simulation results also prove that the measuring error caused by conventional DFT can be effectively reduced and the measuring accuracy of the proposed algorithm is high.

**KEY WORDS:** discrete Fourier transform (DFT); power system; frequency; phasor; forward recursive

**摘要:** 离散傅里叶变换(DFT)是电力系统中频率及相量测量的基本算法,作者首先从理论上分析了传统的离散傅里叶算法存在的测量误差,并在传统的离散傅里叶算法的基础上提出了一种前向递推的DFT算法,该算法利用3点DFT数据进行频率及相量的测量,有效减小了运算量,仿真试验验证了所提算法的正确性。仿真结果还表明,该算法能有效地减小由傅里叶算法引起的测量误差,具有测量精度高的优点。

**关键词:** 离散傅里叶变换; 电力系统; 频率; 相量; 前向递推

## 0 引言

频率及相量是反映电力系统运行特性的重要参数<sup>[1-2]</sup>。及时、准确地测量系统频率及相量可以预测系统是否将失去稳定,从而通过切机、切负荷控制等来保证系统的安全运行。

目前已有多种方法计算电力系统的频率和相量,如: 过零检测法<sup>[3]</sup>、基于滤波的算法<sup>[4]</sup>、基于小波变换的算法<sup>[5]</sup>、基于神经网络的算法<sup>[6]</sup>等。其

中过零检测法运算量小但精度低,而其它方法计算量偏大,在计算精度和计算速度之间不能较好地统一,影响了实际应用。目前电网测量装置采用最广泛的测量算法是离散傅里叶变换(discrete Fourier transform, DFT)法<sup>[7-8]</sup>。当电网处于工频50 Hz时, DFT算法具有良好的谐波滤波特性,测量结果十分精确。当电网产生波动,即频率偏离50 Hz时, DFT算法的测量结果将产生较大误差,不能准确地跟踪测量频率及相量。为提高传统DFT算法的测量精度,目前已有许多文献提出了一些改进方法<sup>[9-15]</sup>。本文在分析传统DFT算法的测量误差基础上,提出了一种基于前向递推的DFT算法,有效减小了DFT算法的运算量,并提高了测量精度。

## 1 传统DFT算法

假设原始电压输入信号仅含有基波分量,系统的额定基频为 $f_0$ ,采样频率为 $Nf_0$ ,频率偏移为 $\Delta f$ ,则系统的实际频率为 $f = f_0 + \Delta f$ ,信号为

$$x(t) = U_m \cos(2\pi ft + f) \quad (1)$$

式中: $U_m$ 为信号幅值; $f$ 为信号初相角。根据欧拉公式,信号 $x(t)$ 可以表示为

$$x(t) = \frac{1}{2} (\mathcal{X} e^{j2\pi ft} + \mathcal{X}^* e^{-j2\pi ft}) \quad (2)$$

其中 $\mathcal{X}$ 为 $x(t)$ 的复数形式, $\mathcal{X}^*$ 为 $\mathcal{X}$ 的共轭,则有

$$\mathcal{X} = U_m e^{jf} = U_m \cos f + j U_m \sin f \quad (3)$$

取 $f_0 = 50$  Hz,对输入信号 $x(t)$ 进行采样,代入式(4)进行离散傅里叶变换

$$y(k) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(k-n) e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad (4)$$

可以得到

式中

$$y(k) = a_k e^{jf_{k,1}} + b_k e^{jf_{k,2}} \quad (5)$$

$$a_k = \frac{\sin \frac{\pi \Delta f + 100 \pi}{50}}{\sin \frac{\pi \Delta f + 100 \pi}{50 N}} \quad (6)$$

$$b_k = \frac{\sin \frac{\pi \Delta f}{50}}{\sin \frac{\pi \Delta f}{50 N}} \quad (7)$$

$$f_{k,1} = \frac{\pi}{50 N} [\Delta f (2k - N + 1) + 100(k - N + 1)] \quad (8)$$

$$f_{k,2} = -\frac{\pi}{50 N} [\Delta f (2k - N + 1) + 100k] \quad (9)$$

传统的 DFT 算法假设  $y(k) = a_k e^{jf_{k,1}}$ , 因此频率及相量为

$$f = 50 + 50 N \cdot \frac{f_{k+1,1} - f_{k,1}}{2\pi} \quad (10)$$

$$U_m = a_k \quad (11)$$

$$f = f_{k,1} \quad (12)$$

由式(5)可以看出, 传统的 DFT 算法忽略了式(5)中的第 2 项。因此当频率偏离 50 Hz 时, DFT 算法存在误差。

## 2 前向递推 DFT

由于 DFT 算法需要一个周期的数据参与运算, 计算量随着采样频率的提高而递增, 所以在实际测量中实时性问题最为严重。本文采用前向递推的 DFT 算法可以减少计算量。

根据离散傅里叶变换公式, 把  $y(k)$  和  $y(k-1)$  展开得到

$$y(k) = \frac{2}{N} [x(k) + e^{-j\frac{2\pi}{N}} x(k-1) + e^{-2j\frac{2\pi}{N}} x(k-2) + \dots + e^{-(N-1)j\frac{2\pi}{N}} x(k-N+1)] \quad (13)$$

$$y(k-1) = \frac{2}{N} [x(k-1) + e^{-j\frac{2\pi}{N}} x(k-2) + \dots + e^{-2j\frac{2\pi}{N}} x(k-3) + \dots + e^{-(N-1)j\frac{2\pi}{N}} x(k-N)] \quad (14)$$

将式(13)与式(14)相减, 再乘以  $e^{-j\frac{2\pi}{N}}$  得

$$y(k) = e^{-j\frac{2\pi}{N}} y(k-1) + \frac{2}{N} [x(k) - x(k-N)] \quad (15)$$

将式(15)展开成实部  $y(k)_R$  和虚部  $y(k)_I$  的复数形式

$$y(k)_R = \cos \frac{2\pi}{N} \cdot y(k-1)_R + \sin \frac{2\pi}{N} \cdot y(k-1)_I + \frac{2}{N} [x(k) - x(k-N)] \quad (16)$$

$$y(k)_I = -\sin \frac{2\pi}{N} \cdot y(k-1)_R + \cos \frac{2\pi}{N} \cdot y(k-1)_I \quad (17)$$

由式(16)(17)得出, 递推 DFT 算法每计算一个点, 只需要 5 次乘法和 5 次加减运算, 计算工作量与采样点数  $N$  无关, 这样可以用较高的频率进行采样。

由式(15)得出, 对于稳定的周期信号, 式(15)中的后半部分  $\frac{2}{N} [x(k) - x(k-N)]$  始终为 0, 该式只

反映突变信号, 因此递推计算初始值的选取不是任意的。当  $k=0$  时,  $y(k)_R$  和  $y(k)_I$  应反映信号的真实初值。在进行计算前, 将采样缓冲器置 0 (第一个采样周期), 同时令  $k=0$  时,  $y(k)_R$  和  $y(k)_I$  也为 0。在第一个采样数据到来时即开始递推运算, 由于此时的递推运算能够反映突变量, 这样将不会引起误差。

## 3 对传统 DFT 算法的改进

对上述传统的 DFT 算法进行修改, 把  $y(k)$  中的第 2 项加入到计算当中。设

$$q = e^{j\frac{\pi}{50N}(2\Delta f + 100)} \quad (18)$$

由式(5)可以得到

$$a_{k+1} e^{jf_{k+1,1}} = q a_k e^{jf_{k,1}} \quad (19)$$

$$b_{k+1} e^{jf_{k+1,2}} = q^{-1} b_k e^{jf_{k,2}} \quad (20)$$

因此可以得到

$$y(k+1) = q a_k e^{jf_{k,1}} + q^{-1} b_k e^{jf_{k,2}} \quad (21)$$

$$y(k+2) = q^2 a_k e^{jf_{k,1}} + q^{-2} b_k e^{jf_{k,2}} \quad (22)$$

将式(21)代入式(22)可以得到

$$q^2 y(k+1) - q [y(k) + y(k+2)] + y(k+1) = 0 \quad (23)$$

通过对式(23)解方程可以得到  $q$  值。根据式(18), 可以得到频率的精确计算公式

$$f = 50 + \Delta f = \frac{50 N}{2\pi} \arctan \frac{q_I}{q_R} \quad (24)$$

得到精确的频率后, 幅值与相角可以通过已经得到的频率进行计算

$$a_k e^{jf_{k,1}} = \frac{q y(k+1) - y(k)}{q^2 - 1} \quad (25)$$

$$U_m = a_k \frac{N \sin \frac{\pi \Delta f}{50 N}}{\sin \frac{\pi \Delta f}{50}} \quad (26)$$

$$f = f_{k,1} - \frac{\pi}{50N} \Delta f(N-1) \quad (27)$$

通过以上的推导可以看出, 前向递推的 DFT 只需计算 3 点:  $y(k)$ ,  $y(k+1)$ ,  $y(k+2)$ , 然后根据式(25)~(27)就可以得到精确的频率和相量。

### 4 仿真结果及分析

#### 4.1 产生频偏时与传统 DFT 算法比较

仿真中设电压信号为  $x(t) = U_m \cos(2\pi ft + f)$ , 信号的幅值  $U_m = 5\text{ V}$ , 信号的初相角  $f = 30^\circ$ , 频率  $f = 49.5\text{ Hz}$ , 采样频率为  $10\text{ kHz}$ 。

本文算法与传统 DFT 算法的频率测量结果如图 1 所示。从图 1 中可以看出, 与传统的 DFT 算法相比, 本文提出的算法使测量精度大幅度提高。仿真结果表明, 本文的测量方法十分精确, 误差可以达到  $10^{-5}$  以下, 因此图 1 中频率在  $49.5\text{ Hz}$  处本文算法的测量曲线近似一条直线。图 2、图 3 分别为本文方法与传统 DFT 测量方法的幅值和初相角测量结果。由于幅值与初相角的误差同样可以达到  $10^{-5}$  以下, 因此幅值在  $5\text{ V}$  点, 以及初相角在  $30^\circ$  点  $10^{-5}$  处, 本文算法的测量曲线也近似为一条直线。

#### 4.2 与传统 DFT 算法的频率跟踪性能比较

设信号频率波动范围为  $49.5 \sim 50.5\text{ Hz}$ , 本文算法与传统 DFT 算法对频率跟踪性能比较见图 4~6。

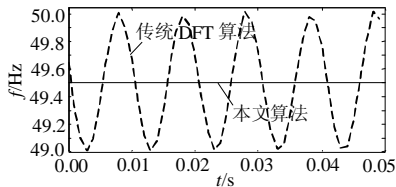


图 1 频率测量结果  
Fig. 1 Result of frequency measurement

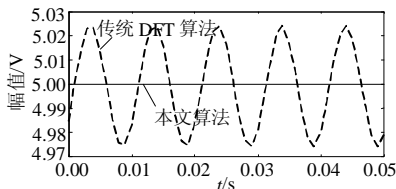


图 2 幅值测量结果  
Fig. 2 Result of amplitude measurement

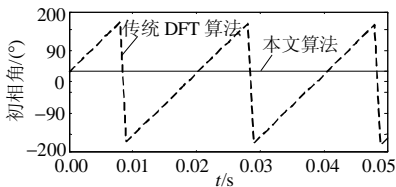


图 3 初相角测量结果  
Fig. 3 Result of phase measurement

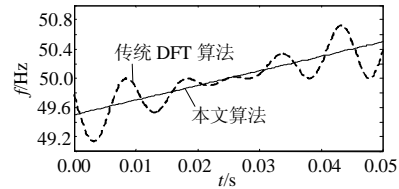


图 4 频率跟踪测量结果  
Fig. 4 Result of frequency tracking

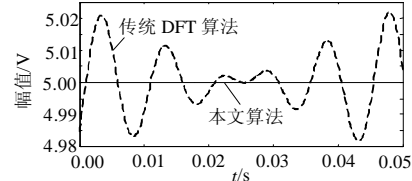


图 5 幅值跟踪测量结果  
Fig. 5 Result of amplitude tracking

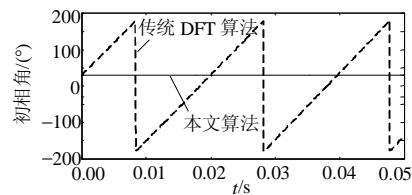


图 6 初相角跟踪测量结果  
Fig. 6 Result of phase tracking

从图 4 中可以看出, 本文算法能够自适应地跟踪频率的变化, 精确地计算出信号频率。从图 5、图 6 中可以看出, 与传统 DFT 算法相比, 本文算法对相量的跟踪测量性能也十分优秀。根据仿真结果可知, 本文算法对频率及相量的跟踪测量误差可达到  $10^{-5}$  以下, 因此频率与相量的测量曲线都近似为直线。

### 5 结论

本文提出的算法不受采样频率的限制, 利用递推 DFT 算法进行计算, 仅需要计算出 3 点 DFT 数据就可以进行频率以及相量的计算。仿真结果表明, 本文算法的测量误差可达到  $10^{-5}$  以下。与传统 DFT 算法相比, 本文算法具有计算量小, 测量精度高的优点, 能够满足同步相量测量对于精度及实时性的要求。

### 参考文献

- [1] 闵勇, 丁仁杰, 韩英铎, 等. 自适应调整采样率的相量在线测量算法研究[J]. 电力系统自动化, 1998, 22(10): 10-13.  
Min Yong, Ding Renjie, Han Yingduo, et al. Research on a new online phasor measurement approach based on adaptive sampling interval technique[J]. Automation of Electric Power Systems, 1998, 22(10): 10-13(in Chinese).
- [2] 江道灼, 孙伟华, 陈素素. 电网相量实时同步测量的一种新方法[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(15): 43-47.

- Jiang Daozhuo, Sun Weihua, Chen Susu. A new method of realtime and synchronous measurement on power network phase parameters [J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(15): 43-47(in Chinese).
- [3] 余鸿, 熊卫红, 董肖红. 一种保护用软件频率跟踪算法的分析及改进[J]. 华中电力, 2002, 15(4): 3-7.  
Yuhong, Xiong Weihong, Dong Xiaohong. Analysis and improvement of software frequency tracking algorithm for protection relays[J]. Central China Electric Power, 2002, 15(4): 3-7(in Chinese).
- [4] 许庆强, 索南加乐, 宋国兵, 等. 振荡时电力系统瞬时频率的实时测量[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(1): 51-54.  
Xu Qingqiang, Suonan Jiale, Song Guobing, et al. Realtime measurement of power system instantaneous frequency while power system swings[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(1): 51-54(in Chinese).
- [5] 黄群古, 任震, 黄雯莹. 梯形小波变换及其在电力系统频率跟踪中的应用[J]. 电网技术, 2001, 25(4): 6-9.  
Huang Qungu, Ren Zhen, Huang Wenying. Trapezoid wavelet transform and its application in power system frequency tracking [J]. Power System Technology, 2001, 25(4): 6-9(in Chinese).
- [6] 刘涤尘, 夏利民, 商志会. 基于人工神经网络的电网频率测量方法[J]. 电网技术, 2000, 24(8): 42-45.  
Liu Dichen, Xia Limin, Shang Zhihui. An artificial neural network approach for measuring power system frequency[J]. Power System Technology, 2000, 24(8): 42-45(in Chinese).
- [7] Sidhu T S, Sachdev M S. An iterative technique for fast and accurate measurement of power system frequency[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1998, 13(1): 109-115.
- [8] Yang J Z, Liu C W. A precise calculation of power system frequency and phasor[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2000, 15(2): 494-498.
- [9] 庞浩, 李东霞, 俎云霄. 应用 FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 50-54.  
Pang Hao, Li Dongxia, Zu Yunxiao. An improved algorithm for harmonic analysis of power system using FFT technique [J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6): 50-54(in Chinese).
- [10] 胡海兵, 祁才君, 吕征宇. 一种基于非同步采样的 FFT 算法[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(12): 13-17.  
Hu Haibing, Qi Caijun, Lü Zhengyu. A novel FFT algorithm for asynchronous sample[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(12): 13-17.
- [11] 莫少清, 李啸骥. 一种高精度的改进傅里叶测频算法[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(12): 48-54.  
Mo Shaoqing, Li Xiacong. Power system frequency high precision measurement based on phase difference correction method [J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(12): 48-54(in Chinese).
- [12] 唐建辉, 胡敏强, 吴在军. 一种基于修正采样序列的电力系统频率测量方法[J]. 电力系统自动化, 2004, 16(6): 54-56.  
Tang Jianhui, Hu Minqiang, Wu Zaijun. Algorithm for measuring frequency of power system based on modified sampled sequence [J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 16(6): 54-56(in Chinese).
- [13] 吴笃贵, 贺春, 易永辉. 一种新颖的频率跟踪算法[J]. 电网技术, 2004, 28(14): 39-43.  
Wu Dugui, He Chun, Yi Yonghui. A novel frequency tracking algorithm[J]. Power System Technology, 2004, 28(14): 39-43(in Chinese).
- [14] 李一泉, 何奔腾. 一种基于傅氏算法的高精度测频方法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(2): 78-81.  
Li Yiquan, He Benteng. A high-accuracy algorithm for measuring frequency of power system based on Fourier filter[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(2): 78-81(in Chinese).
- [15] 吴静, 赵伟. 适用于非同步采样的相位差准确测量方法[J]. 电网技术, 2006, 30(7): 73-76.  
Wu Jing, Zhao Wei. A new accurate measuring method of phase difference suitable for asynchronous sampling[J]. Power System Technology, 2006, 30(7): 73-76(in Chinese).

收稿日期: 2007-02-26。

作者简介:

禹永植(1981—), 男, 博士, 讲师, 研究方向为信道编码、调制与解调技术、通信信号处理等, E-mail: [yuyongzhi@hrbeu.edu.cn](mailto:yuyongzhi@hrbeu.edu.cn);  
张忠民(1972—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为数字信号处理;  
席志红(1966—), 女, 博士, 教授, 研究方向为图像处理, 现代通信技术研究等。

(实习编辑 王晔)

## 国家电网公司发布 2007 年全国电力市场分析预测 (秋季) 报告

日前, 国家电网公司发布了《2007 年全国电力市场分析预测 (秋季) 报告》。《报告》显示, 今年前三季度社会用电快速增长, 电力供需总体平衡。《报告》还预测了今冬明春、2008 年及 2009—2010 年全国电力供需情况, 并就优化电源结构布局、加快电网建设、加强小火电关停工作统筹安排等方面提出了建议。据《报告》分析, 今年以来, 我国国民经济持续平稳快速发展, 1—9 月, 全社会用电量 2 395.3 TWh, 同比增长 15.1%。电力供应能力持续增强, 全国电力供需总体平衡, 缺电程度明显缓解, 供电煤耗和线损率继续下降, 局部电网“卡脖子”现象仍然存在。1—9 月, 全国新增发电装机大量投产, 各级电网建设全面加快, 电网企业积极组织完成“以大代小”发电权交易, 促进节能减排。《报告》预计, 未来全国电力供需总体平衡。今冬明春, 华北电网电力供需基本平衡, 华东、华中、东北、西北电网有一定富余电力, 南方电网电力供应偏紧。2008 年电力需求增速将略有回落, 到 2009—2010 年, 华北、华东、南方电网电力供需基本平衡, 华中、东北、西北电网电力总体富余。