

文章编号: 1001-4322(2005)03-0466-03

# 超导加速器 CW 模式的高阶模初步分析\*

鲁向阳<sup>1</sup>, 金 晓<sup>2</sup>, 向 蓉<sup>1</sup>, 吴文忠<sup>1</sup>, 林 林<sup>1</sup>, 赵 夔<sup>1</sup>

(1. 北京大学 重离子物理研究所, 北京 100871; 2. 中国工程物理研究院 应用电子学研究所, 四川 绵阳 621900)

**摘 要:** 超导加速器由于具有极高的 Q 值, 因此表现出较强的腔束相互作用, 尤其是在以 CW 模式运行下, 严重时会产生束流崩溃(BBU)效应。德国 TESLA 式的 9-cell 超导串腔在束流负载为 1 mA, 束团重复频率为 81.25 MHz 情况下, 对其高阶模的产生及相应的功率水平进行了分析。结果表明: 对于该腔的主要高阶模, 谐振偏差值在  $\pi/4$  以上, 束流没有发生谐振, 高阶模功率在 mW 量级。

**关键词:** 超导体; 高阶模; CW 模式

**中图分类号:** TL501 **文献标识码:** A

超导加速腔有着比常温腔高得多的分路阻抗, 因而可以得到很高的加速场强, 但是也使得束流容易在谐振腔激励出较为明显的电场。由于束团脉冲的持续时间非常短, 因此它激励出的场具有很宽的频谱范围, 除了可以激励出腔的基模场以外, 还可以激励出腔的若干高阶模场。这些高阶模场不利于束流的传输稳定性并且消耗射频功率。由于超导腔的损耗极低, 因此, 束团脉冲在腔中激励的电场衰减较慢, 后续束团激励的振荡会与前面的振荡叠加, 如果束团的重复频率选择不当, 某些振荡会得到增强。束团在腔中激励出的基模电场与外部功率源激励出来的电场的相互作用情况, 我们已经进行了简单讨论<sup>[1]</sup>, 下面主要讨论脉冲束流在腔中激励的高阶模的情况。

## 1 高阶模产生的物理过程

对于时间上为高斯分布的单一束团, 其在腔中激励出的电压为

$$V_q = 2k_n q_b \exp(-\frac{\omega_n^2 \sigma_z^2}{2c^2}) \quad (1)$$

式中:  $q_b$  为束团的电荷量;  $\sigma_z/c = \sigma_t$  为束团的脉冲宽度;  $\omega_n$  为腔的第  $n$  个本征模的谐振频率,  $n=1, 2, \dots$ ;  $k_n$  为某高阶模的损耗因子。该电压以时间常数  $T_d = 2Q_L/\omega_n$  衰减。

于是第一个束团激励的电压为

$$V_1 = V_q \exp(i\omega_n t) \exp(-t/T_d) \quad (2)$$

第二个束团激励的电压与第一个束团的电压叠加, 得到

$$V'_2 = V_q [1 + \exp(i\omega_n t) \exp(-T_b/T_d)] \quad (3)$$

从而可以得到束团脉冲串激励的总电压为

$$\tilde{V}_b = \frac{V_q}{1 - \exp(-T_b/T_d) \exp(iT_b \Delta\omega)} \quad (4a)$$

式中:  $\omega_n = \omega + \Delta\omega$  为腔的第  $n$  个本征模的谐振频率,  $\omega = 2\pi h/T_b$ ,  $h$  为整数<sup>[2]</sup>;  $T_b$  为束团的重复周期。

根据 fundamental theorem of beam loading<sup>[3]</sup>, 束流在腔内激励出的电压, 只有一半作用在束流自身, 因此, 我们需要在式(4a)中减去  $V_q/2$ , 于是得到

$$\tilde{V}'_b = \frac{V_q}{1 - \exp(-T_b/T_d) \exp(iT_b \Delta\omega)} - \frac{V_q}{2} \quad (4b)$$

为方便起见, 式(4b)可以改写为

$$\tilde{V}'_b = V_q (F_r + iF_i) \quad (5)$$

式中:  $F_r$  和  $F_i$  分别为其实部和虚部, 而且有

\* 收稿日期: 2004-05-09; 修订日期: 2004-10-14

基金项目: 国家自然科学基金“NSAF”联合基金资助课题(10276001)

作者简介: 鲁向阳(1963—), 男, 副教授, 研究方向为加速器物理与技术; E-mail: xylyu@pku.edu.cn.

$$\begin{cases} F_r = \frac{1 - \exp(-2T_b/T_d)}{2[1 - 2\exp(-T_b/T_d)\cos(\Delta\omega T_b) + \exp(-2T_b/T_d)]} \\ F_i = \frac{\exp(-T_b/T_d)\sin(\Delta\omega T_b)}{1 - 2\exp(-T_b/T_d)\cos(\Delta\omega T_b) + \exp(-2T_b/T_d)} \end{cases} \quad (6)$$

束流由于激励起高阶模, 损耗了自身的能量, 能量损耗为

$$P_b = I_0 \operatorname{Re}(\tilde{V}'_b) = \frac{I_0 \omega_n R_a}{2Q_0} |q| F_r = \frac{I_0^2 T_b \omega_n}{2} \frac{R_a}{Q_0} F_r = \frac{I_0^2 R_a}{(1+\beta)} \frac{T_b}{T_d} F_r \quad (7)$$

式中:  $I_0 = |q|/T_b$  为束流的平均电流;  $R_a$  为分路阻抗;  $\beta$  为耦合系数。因为谐振腔中各模式场具有正交性, 束团激发各阶谐振模式的损耗叠加, 就可求得粒子的总损耗

$$P_{\text{total}} = \sum_n P_{b,n}, \quad V_{\text{total}} = \sum_n V_{b,n} \quad (8)$$

## 2 束团重复频率为 81.25 MHz 时的高阶模功率估计

对于  $T_b \ll T_d$  (例如, PKU-SCAF 的束团重复频率 81.25 MHz, 即  $T_b \approx 12$  ns, TESLA (TeV 超导直线加速器, 德国) 的 9-cell 超导腔工作时的  $T_d \approx 500$   $\mu$ s), 则  $F_r$  可以忽略不计。高阶模的电压主要取决于  $F_r$  的大小, 图 1 为当束团重复频率为 81.25 MHz 时, 9-cell 腔中几个主要高阶模<sup>[6]</sup>的  $F_r$  随  $Q_{\text{ext}}$  (腔的外部 Q 值) 变化的计算结果。

事实上, 由于  $T_b \ll T_d$ , 所以  $F_r \propto T_b/T_d \approx 1/Q_{\text{ext}}$ 。这与 H. Lengeler 等人的研究结果是一致的<sup>[5]</sup>。

当取工作时的  $Q_{\text{ext}}$  为  $5 \times 10^6$ , 对于 1 mA 的平均束流负载, 计算结果表明,  $F_{r,n} < 10^{-4}$ ,  $P_{b,n}$  均小于  $10^{-4}$  W, 所有高阶模功率的总和在 mW 数量级。

## 3 高阶模与束流脉冲时间结构的关系

$P_b$  大小决定于  $T_b/T_d$  及  $\Delta\omega T_b$ 。  $T_b/T_d$  反映束流频率和激发场衰减常数之间的关系; 在  $F_r$  的表达式

中,  $\theta = \Delta\omega T_b$  反映谐振模的本征频率与束流频率的谐振偏移的大小。当  $\theta = 0$  时,  $F_r$  会有一极大值, 这时激发场谐振频率是束流的频谱的整数倍, 将发生谐振。虽然  $T_b/T_d$  越大, 前一束团引起的感应电压对后续束团影响越小, 但在  $\theta = 0, 2h\pi$  ( $h$  为整数) 时,  $F_r$  的值也会增大, 这是在实验中需要尽量避免的。在文献[2]中, 对康奈尔大学存储环的 500 MHz 超导腔进行束流分析的结果表明, 如果发生谐振 ( $\theta = 0$ ), 高阶模的功率可达 MW 量级, 而在非谐振的情况下 ( $\theta = \pi$ ), 则  $P_b$  仅为 9 mW<sup>[2]</sup>。因此对于特定的有害模式, 要尽量避免束流与有害模发生共振。

我们以束团重复频率为 81.25 MHz, 对 TESLA 式 9-cell 腔的主要高阶模频率<sup>[6]</sup>进行计算, 结果多数  $\theta$  与谐振点的差值在  $\pi/4$  以上 (见表 1), 没有出现谐振。由此认为, 这样的束流时间结构是合理的。

表 1 81.25 MHz 束团重复率下, TESLA 式 9-cell 腔中部分高阶模的  $F_r$  值

Table 1 Calculated  $F_r$  for TESLA 9-cell cavity's high order mode when bunch repetition rate is 81.25 MHz

$f_{\text{HOM}}/\text{GHz}$	1.650 6	1.699 1	1.725 2	1.754 5	1.783 1	1.834 2	1.873 1	2.563 0	2.570 4
$\theta/(\circ)$	200.23	155.34	158.64	206.49	244.59	235.89	57.36	300.54	43.55
$F_r/10^{-5}$	0.859	8.050	1.340	0.655	20.900	0.634	21.400	0.612	0.724

## 4 结 论

本文根据德国 TESLA 超导腔的研究数据, 对北京大学超导加速器在 CW 模式运行时, 拟采用的束流参数 (平均流强、脉冲重复频率) 可能会产生的高阶模功率进行了研究, 同时对该束流的时间结构的影响进行了估计。研究结果表明, 在北京大学超导加速器的运行条件下, 高阶模功率在 mW 量级。这说明我们设计的束流

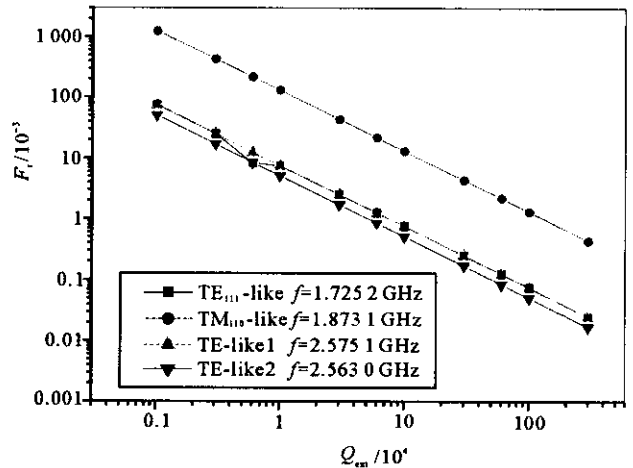


Fig. 1 Relation between high order mode and  $Q_{\text{ext}}$  when the bunch repetition rate is 81.25 MHz in TESLA 9-cell cavity

图 1 当束团重复频率为 81.25 MHz 时, TESLA 9-cell 腔中高阶模随  $Q_{\text{ext}}$  的变化

参数是合理的,可以为高阶模的消除提供参考。

#### 参考文献:

- [1] 鲁向阳,赵夔,向蓉,等.连续波模式下超导加速腔束流负载分析研究[J].原子能科学技术,2003,37(5):385—388. (Lu X Y, Zhao K, Xiang R, et al. Research on the beam loading in the CW superconducting accelerator. *Atomic Energy Science and Technology*, 2003, 37(5): 385—388)
- [2] Padamsee H, Knobloch J, Hays T. RF superconductivity for accelerators [M]. New York: John Wiley & Sons, 1998. 335.
- [3] Wilson P B. Physics of high energy particle accelerators[M]. New York: American Institute of Physics, 1982.
- [4] Weingarten W. RF engineering for particle accelerators (Vol II)[M]. Geneva: CERN Accelerator School, 1992. 318—344.
- [5] Lengeler H. Superconductivity in particle accelerators [M]. Geneva: CERN Accelerator School, 1989.
- [6] Brinkmann R, Floettmann K, Rossbach J, et al. TESLA technical design report[R]. Hamburg: DESY, 2001.
- [7] Saito K, Inoue H, Kako E, et al. Superiority of electropolishing over chemical polishing on high gradients[A]. Proceedings of the 8th Workshop on RF superconductivity[C]. Abano Terme: INFN, 1997. 759—813.

## Primary study of high order mode for superconducting accelerator under CW operation

LU Xiang-yang<sup>1</sup>, JIN Xiao<sup>2</sup>, XIANG Rong<sup>1</sup>, WU Wen-zhong<sup>1</sup>, LIN Lin<sup>1</sup>, ZHAO Kui<sup>1</sup>  
(1. *Institute of Heavy Ion Physics, Peking University, Beijing 100871, China;*  
2. *Institute of Applied Electronics, CAEP, P.O. Box 919-1014, Mianyang 621900, China*)

**Abstract:** The superconducting accelerator has high quality factor, so the decay time of the field emitted by beam is much longer than that in normal conducting cavity. This results in the strong interaction between the SC cavity and the beam through it. The high order mode field excited by short bunches could effect the beam and cause beam break up. In this paper, the total high order mode power of TESLA 9-cell cavity with the beam load of 1 mA was estimated. The result shows that the phase shifts of high order mode, referring to major eigen frequencies of the cavity, are more than  $\pi/4$ . There would be no resonant buildup. The total high order mode power is in mW level.

**Key words:** Superconducting cavity; High order mode; CW operation