

# AES S 盒的分析及改进方案设计

崔杰<sup>1,2</sup>, 刘连浩<sup>2</sup>, 刘上力<sup>2</sup>, 马虹博<sup>2</sup>

CUI Jie<sup>1,2</sup>, LIU Lian-hao<sup>2</sup>, LIU Shang-li<sup>2</sup>, MA Hong-bo<sup>2</sup>

1.安徽大学 计算机科学与技术学院,合肥 230039

2.中南大学 信息科学与工程学院,长沙 410083

1.School of Computer Science and Technology, Anhui University, Hefei 230039, China

2.School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China

E-mail:cvjxabcd@126.com

**CUI Jie, LIU Lian-hao, LIU Shang-li, et al.** Analysis of AES S-box and design of its improved method. *Computer Engineering and Applications*, 2007, 43(25): 143–146.

**Abstract:** This paper studies the construction principle and main algebraic properties of AES S-box, points out the S-box has these characteristics that periods of affine transformed pair is 4, periods of iterative-output is less than 88, strict avalanche criterion distance is 432, the algebraic expression has only 9 items and so on. Based on that, an improved S-box has been constructed. Periods of affine transformed pair is 16 and periods of iterative-output is 256 and both the algebraic expression of S-box and InvS-box have 254 items in the improved S-box. The improved S-box has been compared with AES S-box in 10 algebraic properties, such as balanceness, strict avalanche criterion, non-linear degree, resistance against the XSL attack etc. The experimental results suggest that the improved S-box has better characteristics.

**Key words:** S-box; multi-output boolean permutation; affine transformation; algebraic expression

**摘要:** 研究了AES S盒的构造原理和主要代数性质,指出了AES S盒的仿射变换对周期为4,迭代输出周期不大于88,严格雪崩准则距离为432,代数表达式只有9项等。基于这些不足提出了构造S盒的改进方案。改进S盒的仿射变换对周期为16,迭代输出周期为256,而且S盒和逆S盒代数表达式项数均达到254项。将改进S盒与AES的S盒在平衡性、严格雪崩准则、非线性度、抗代数攻击阻力等10种代数性质上进行比较,实验结果表明改进S盒具有更好的性质。

**关键词:**S盒;多输出布尔置换;仿射变换;代数表达式

文章编号:1002-8331(2007)25-0143-04 文献标识码:A 中图分类号:TP309.7

## 1 引言

自从 Rijndael 被确定为美国高级加密标准(AES)以来,一直受到密码学界的关注,出现了许多攻击 AES 方法<sup>[1,2]</sup>,但目前尚未存在对完整 Rijndael 算法的成功攻击。S 盒作为 AES 的唯一的非线性部件,对算法抵抗各种攻击起着关键性的作用。文献[3]通过对 S 盒的仿射变换的分析,指出其仿射变换对的周期为 4,并没有达到最大的周期 16,文献[4]指出 S 盒的迭代输出具有短周期的现象,且周期均不大于 88,而文献[5]指出 AES S 盒的代数表达式只有 9 项,存在表达式过于简单的问题。鉴于 S 盒存在的不足,本文分析了 S 盒布尔置换的 6 种代数性质和只有 9 项的代数表达式,并提出了构造 S 盒的改进方案。采用该方案构造的 S 盒具有周期为 16 的仿射变换对,迭代输出周期达到 256,严格雪崩准则距离为 372,S 盒和逆 S 盒代数表达

式均为 254 项。实验结果表明本文改进 S 盒比 AES 的 S 盒和文献[5]中的 S 盒具有更好的代数性质。

## 2 AES S 盒构造原理及仿射变换对周期和迭代输出周期

### 2.1 AES S 盒构造原理

AES 的 S 盒运算是一个独立作用于状态字节的非线性变换,包括在有限域  $GF(2^8)$  中的求乘法逆运算和  $GF(2)$  下的仿射变换运算两个步骤。

(1) 输入  $x' \in GF(2^8)$ , 求  $x = (x')^{-1}$ , 其中  $(x')^{-1}$  定义如下:

$$x = (x')^{-1} = \begin{cases} (x')^{254} & x' \neq 0 \\ 0 & x' = 0 \end{cases}$$

(2) 在  $GF(2^8)$  中的元素分量为  $(x_7, x_6, x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ , 仿射变换定义:

$$y = L_A \times x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

即  $b(x) = a(x)(x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + 1) + (x^7 + x^6 + x^2 + x) \bmod (x^8 + 1)$ ,  $a(x), b(x)$  分别是  $GF(2)$  域下  $x$  和  $y$  的代数表达式。

## 2.2 AES S 盒仿射变换对周期

**定义 1**  $L_{u,v}(a(x))$ :  $a(x) \mapsto b(x) = u(x)a(x) + v(x) \bmod x^8 + 1$ , 其中  $u(x) = \sum_{i=0}^7 u_i x^i$ ,  $v(x) = \sum_{i=0}^7 v_i x^i$ ,  $a(x) = \sum_{i=0}^7 a_i x^i$ 。简记为:  $L_{u,v}(a) = L_{u,v}(a(x))$ 。

AES S 盒的仿射变换:  $L_{143,99}$ :  $u(x) = 1 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7$ ,  $v(x) = x + x^2 + x^6 + x^7$ 。

若记

$$F = \begin{bmatrix} u_7 & u_6 & u_5 & u_4 & u_3 & u_2 & u_1 & u_0 \\ u_0 & u_7 & u_6 & u_5 & u_4 & u_3 & u_2 & u_1 \\ u_1 & u_0 & u_7 & u_6 & u_5 & u_4 & u_3 & u_2 \\ u_2 & u_1 & u_0 & u_7 & u_6 & u_5 & u_4 & u_3 \\ u_3 & u_2 & u_1 & u_0 & u_7 & u_6 & u_5 & u_4 \\ u_4 & u_3 & u_2 & u_1 & u_0 & u_7 & u_6 & u_5 \\ u_5 & u_4 & u_3 & u_2 & u_1 & u_0 & u_7 & u_6 \\ u_6 & u_5 & u_4 & u_3 & u_2 & u_1 & u_0 & u_7 \end{bmatrix} \quad a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{bmatrix}$$

则仿射变换  $L_{u,v}(a) = Fa + v$ , 记  $L_{u,v}^k(a) = L_{u,v}(L_{u,v}^{k-1}(a))$ , 则有  $L_{u,v}^k(a) = F^k a + F^{k-1} v + F^{k-2} v + \dots + Fv + v$ , 令  $H_{k-1} = F^{k-1} + F^{k-2} + \dots + F + E$ ,  $L_{u,v}^k(a) = F^k a + H_{k-1} v$ , 其中  $E$  为  $8 \times 8$  的单位阵。

**定义 2** 如果存在正整数  $n$  满足  $L_{u,v}^n = E$ , 则称  $L_{u,v}$  是周期的。若  $n$  是周期中最小的正整数, 则称  $L_{u,v}$  的周期为  $n$ 。

AES S 盒的仿射变换对  $(143, 99)$ ,  $u = 143 = (11110001)_2$ ,  $v = (11000110)_2$ , 满足  $L_{143,99}^4(a) = a$ , 故 S 盒的仿射变换周期为 4。而根据 AES 的 S 盒的仿射变换的构造方法, 经计算对于任意  $u, v \in GF(2^8)$  形成的可逆仿射变换对的周期只有  $1, 2, 4, 8, 16$  五种情况, 也就是说周期最大可达到 16, 而 AES 的 S 盒选用了周期为 4 的仿射变换对。

## 2.3 AES S 盒的迭代输出周期

AES 的 S 盒的迭代输出周期有 5 个<sup>[4]</sup>, 分别是 87, 81, 59, 27, 2, 且, 所以每个周期轨道之间没有交叉点。S 盒全空间的容量是 256, 但元素点的周期都小于 88, 还有周期为 2 的迭代轨道, 所以 S 盒的迭代输出存在短周期现象。

## 3 布尔置换的代数性质

一个具有良好的代数性质的 S 盒能够保证算法抵抗各种密码分析的攻击。在 AES 算法中对长度为 128 bit 的明文加密

运算, S 盒共要用到 160 次, 因此 S 盒的任何不好的性质都将影响到整个算法的安全性。S 盒是一个 8 位输入 8 位输出的多输出布尔函数, 8 个布尔函数之间的相互制约、相互影响。即使 8 个函数同时具有某种性质, 它们构成的多输出布尔函数却未必具有类似的性质<sup>[6]</sup>, 所以必须对 S 盒的整体代数性质进行分析。

**定义 3** 设  $F(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))$  是  $GF(2)^n$  到  $GF(2)^n$  的多输出布尔置换, 称  $\max_{\alpha \in GF(2)^n} | \{x | F(x) + F(x+\alpha) = \beta \} |$  为  $F(x)$  的差分均匀度。

差分均匀度是用来衡量算法抵抗差分攻击能力的指标。布尔置换的差分均匀度越接近最小值 1, 抗差分分析能力越强<sup>[6]</sup>。AES S 盒的差分均匀度是 4, 具有一定的抵抗差分攻击的能力。

**定义 4** 设  $F(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))$  是  $GF(2)^n$  到  $GF(2)^n$  的多输出布尔置换, 若  $\alpha \in GF(2)^n$ , 满足  $F(x) + F(x+\alpha)$  常量, 则称  $\alpha$  为  $F(x)$  的线性结构。

AES S 盒没有非零线性结构<sup>[6]</sup>。

文献[6]指出, 对于  $GF(2)^n$  到  $GF(2)^n$  的多输出布尔置换  $F(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))$ , 如果对  $\forall \alpha \in GF(2)^n$  且  $w(\alpha) = 1$  即  $\alpha$  的汉明重量为 1 时, 有  $w(f_i(x+\alpha) + f_i(x)) = 2^{n-1}$  ( $1 \leq i \leq n$ ), 则称  $F(x)$  满足严格雪崩准则(SAC)。

**定义 5** 设  $F(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))$  是  $GF(2)^n$  到  $GF(2)^n$  的多输出布尔置换, 称  $l = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{\alpha \in GF(2)^n \\ w(\alpha)=1}} |w(f_i(x+\alpha) + f_i(x)) - 2^{n-1}|$  为  $F(x)$  的严格雪崩准则距离。

显然当  $l=0$  时,  $F(x)$  满足严格雪崩准则。当  $F(x)$  不满足严格雪崩准则时,  $l$  越小布尔置换越接近严格雪崩准则。AES S 盒并不满足严格雪崩准则, 其严格雪崩准则距离是 432。

**定义 6**  $F(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))$  是  $GF(2)^n$  到  $GF(2)^n$  的多输出布尔置换, 称  $N_F = \min_{\substack{0 \neq u \in GF(2)^n \\ l(x) \in L_n[X]}} d(u \cdot F(x), l(x))$  为的非线性度。

$L_n[X]$  表示全体线性函数之集。

非线性度是衡量密码系统抗线性攻击能力强弱的指标。从这个意义上讲, 非线性度越高越好, 但当非线性度达到最高时, 其他性能将变弱。计算发现 AES S 盒的  $N_F = 112$ , 而在文献[6]中指出完全非线性函数的非线性度  $N_F = 2^{n-1} - 2^{n/2-1}$ , 即  $2^{8-1} - 2^{8/2-1} = 120$ , 所以 S 盒不是完全非线性函数, 但是其非线性度已经非常接近完全非线性函数的非线性度。

**定义 7** 在域  $GF(2^8)$  中, 给定  $r$  个含有  $t$  项的方程, 定义式  $I = ((t-r)/n)^{\lceil (t-r)/n \rceil}$  为抗代数攻击的阻力 (Resistance of Algebraic Attacks, RAA)。

对于 AES,  $t=81, r=23, n=8$ , 计算得到 AES S 盒的抗代数攻击阻力  $I \approx 2^{22.9}$ 。文献[7]指出, 安全密码的 S 盒的抗代数攻击阻力应不小于 232, 而 AES S 盒的  $I \approx 2^{22.9}$ , 这可能成为其遭受攻击的切入点。

从上面的分析可以看出, AES 的 S 盒多输出布尔置换存在

着一些缺陷,而且代数表达式尽管有足够的次数,但只有 9

项被认为过于简单<sup>[5]</sup>。AES S 盒的代数表达式如下:

$$\begin{aligned} y' = & 05'x^{-1} + 09'x^{-2} + f9'x^{-4} + 25'x^{-8} + f4'x^{-16} + 01'x^{-32} + \\ & b5'x^{-64} + 8fx^{-128} + 63' = 05'x^{254} + 09'x^{253} + f9'x^{251} + \\ & 25'x^{247} + f4'x^{239} + 01'x^{223} + b5'x^{191} + 8fx^{127} + 63' \end{aligned}$$

文献[5]中针对 S 盒的代数表达式只有 9 项的问题,提出了将求乘法逆运算和仿射变换的计算顺序调换,使改进 S 盒具有 255 项的代数表达式,而且其严格雪崩准则距离是 408,但是通过求逆 S 盒的表达式发现其代数表达式只有 9 项,而且这样构造的 S 盒的仿射变换周期仍然是 4,迭代输出周期也小于 88,并没有达到改进的效果,与 AES 的 S 盒具有几乎相同的代数性质。

#### 4 S 盒的改进方案及性能比较

通过以上对 AES S 盒及文献[5]构造 S 盒的构造原理和性能的分析,发现 S 盒或逆 S 盒的代数表达式过于简单是与构造 S 盒的求乘法逆元和仿射变换的计算顺序有关,而仿射变换周期和迭代输出周期则与所采用的仿射变换对有关,所以 S 盒的代数性质是可以通过修改仿射变换对和调整 S 盒的计算顺序以达到比较好的效果。但是如果仅仅采用一次仿射变换无法满足所构造的 S 盒和逆 S 盒的代数表达式都具有较多项数。本文针对以上问题提出了构造 S 盒的改进方案,本方案采用三个步骤实现,即对字节元素做一次仿射变换后求乘法逆元,然后再做一次仿射变换,仿射变换对分别为('6B', '5D')和('97', '6C')。S 盒改进方案的运算步骤如下:

(1)首先做一次仿射变换,选取的仿射变换对为('6B', '5D'),具体运算如下:

$$x' = L_B^{-1} \times x + 5D' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_7 \\ x_6 \\ x_5 \\ x_4 \\ x_3 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(2) \text{求乘法逆元 } x'' = (x')^{-1} = \begin{cases} (x')^{254} & x' \neq 0 \\ 0 & x' = 0 \end{cases}$$

(3)再做一次仿射变换,选取的仿射变换对为('97', '6C'),具体运算过程及 S 盒运算结果如下:

$$y' = L_c^{-1} \times x'' + 6C' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_7 \\ x_6 \\ x_5 \\ x_4 \\ x_3 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

那么对于上面 S 盒的构造方案中的仿射变换对 ('6B', '5D') 和 ('97', '6C'),其对应的逆 S 盒仿射变换对为 ('C2', '5F') 和 ('70', '4A'),则对应的逆 S 盒构造方案如下:

(1)首先做一次仿射变换对为 ('C2', '5F') 的仿射变换。

$$x'' = L_c^{-1} \times y + 5F' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_7 \\ y_6 \\ y_5 \\ y_4 \\ y_3 \\ y_2 \\ y_1 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(2) \text{求乘法逆元 } x' = (x'')^{-1} = \begin{cases} (x'')^{254} & x'' \neq 0 \\ 0 & x'' = 0 \end{cases}$$

(3)再做仿射变换对为 ('70', '4A') 的仿射变换,得到输出结果 x

$$x = L_b^{-1} \times x' + 4A' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_7 \\ y_6 \\ y_5 \\ y_4 \\ y_3 \\ y_2 \\ y_1 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

从上面的构造方法可以看出,提出的 S 盒的构造方法与 AES 的构造方法和文献[5]的构造方法相比多做了一次仿射变换。这样就使得在 S 盒及逆 S 盒构造过程中求逆之前均有一次仿射变换,解决了 AES 中 S 盒及文献[5]中逆 S 盒表达式过于简单的问题,使得改进方案所构造 S 盒及逆 S 盒的表达式都具有较多的项数。而通过修改仿射变换对,增大了仿射变换周期和迭代输出周期,使 S 盒更加接近严格雪崩准则,而且在平衡性、差分均匀度、非零线性结构、非线性度和抗代数攻击阻力等性质上与 AES 的 S 盒相同。笔者编程测试了本文改进 S 盒的各项代数性质,并与 AES 的 S 盒、文献[5]中改进的 S 盒进行比较,比较结果如表 1 所示。

表 1 三种 S 盒代数性质对比表

	AES S 盒	文献[5]改进 S 盒	本文改进 S 盒
平衡性	平衡函数	平衡函数	平衡函数
差分均匀度	4	4	4
非零线性结构	没有	没有	没有
抗代数攻击阻力	$\Gamma \approx 2^{229}$	$\Gamma \approx 2^{229}$	$\Gamma \approx 2^{229}$
严格雪崩准则距离	432	408	372
非线性度	112	112	112
S 盒代数表达式项数	9 项	255 项	254 项
逆 S 盒代数表达式项数	255 项	9 项	254 项
仿射变换周期	4	4	16
迭代输出周期	小于 88	小于 88	256

从表 1 中可以看出,提出的改进 S 盒的严格雪崩准则距离为 372,优于 AES S 盒的 432 和文献[5]中改进 S 盒的 408;本文的改进 S 盒及其逆 S 盒均有 254 项的代数表达式,解决了 AES 中 S 盒及文献[5]中逆 S 盒表达式过于简单的问题;本文改进方案采用周期为 16 的仿射变换对,明显优于 AES S 盒和文献[5]中 S 盒所采用的周期为 4 的仿射变换对;本文构造 S 盒的迭代输出周期为 256,而另外两种方案构造的 S 盒的迭代输出周期均不超过 88。总之,文中构造的 S 盒具有更好的代数性质。改进方案构造的 S 盒替换表如表 2 所示,S 盒的代数表达式系数表如表 3 所示。

表 2 改进方案构造的 S 盒替换表

S 盒的低 4 位																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	
S 盒的位数	0	DA	4F	35	A1	7F	AA	BD	98	C7	9D	E9	44	B4	CD	A8	92
	1	4D	26	BA	F9	04	7B	6B	C9	77	AF	0B	93	76	62	9F	F6
	2	F2	F8	AE	7D	31	64	02	FE	AB	A2	B8	19	33	C8	79	03
	3	1F	81	A3	75	50	55	08	83	6A	B5	9B	EF	EE	14	F4	65
	4	0A	1B	CC	86	F1	D7	D0	FB	36	18	6C	30	A5	53	41	A0
	5	A7	40	0C	34	B1	54	BF	07	A9	2B	3E	FA	3F	1D	5F	88
	6	85	58	F7	5E	66	2F	C5	8B	27	D9	43	3B	CF	70	DE	EB
	7	5D	7C	87	45	B6	10	82	8E	42	1E	C1	B3	7A	D6	6F	51
	8	01	61	E6	0F	28	3A	C3	23	D4	25	13	90	09	68	71	7E
	9	74	73	5B	06	FD	15	C0	8D	E4	DB	EC	D1	24	3C	57	2C
	A	E8	E0	17	B2	52	9A	96	56	48	4B	95	5C	1A	C4	6D	72
	B	99	AD	9E	C6	F0	80	3D	20	CE	39	89	22	1C	8C	D5	2D
	C	11	8A	29	E2	BE	FF	D8	DC	CB	12	AC	84	47	CA	B9	E7
	D	16	78	D3	BB	0D	94	32	4C	67	DD	C2	0E	6E	EA	37	00
	E	59	4E	97	05	E1	46	63	FC	91	BC	38	2E	8F	E5	A6	2A
	F	B0	9C	ED	DF	B7	D2	5A	E3	A4	21	F3	F5	49	69	4A	60

表 3 改进方案构造 S 盒的代数表达式系数表

幂指数十六进制数低 4 位																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	
幂指指数数位数	0	DA	84	E5	2F	C8	AF	E4	3D	57	9B	7C	9A	46	5D	DD	3F
	1	6E	0F	78	94	2E	B1	C9	E5	68	4C	4D	63	43	B7	B0	70
	2	13	BE	64	87	0B	7E	BB	1D	72	EC	F3	FB	C6	F4	D1	D8
	3	CD	37	01	25	17	78	26	4A	43	FB	EE	7F	EC	C6	8B	E6
	4	AA	D9	C5	87	FA	23	1C	AF	AB	74	B0	95	5B	FB	14	53
	5	F5	63	12	8A	67	47	4C	9E	79	14	39	2F	FF	EB	5B	8A
	6	9F	C7	45	4D	F2	F8	00	3E	B7	9B	B8	C5	E3	07	C4	C9
	7	A9	AC	80	E6	F4	E1	5C	EE	A9	A5	F0	CC	5E	30	89	5C
	8	16	20	6F	90	E3	86	8E	B2	44	4F	7E	25	4A	B4	92	D9
	9	5B	D8	79	CD	34	15	1D	8F	E3	19	B7	0D	4E	21	5E	90
	A	2E	B2	51	57	DF	EF	24	F4	AD	61	90	6A	2C	9E	24	3D
	B	79	97	2A	5A	3C	B9	93	8F	E9	B7	C4	60	9D	5C	EE	30
	C	8B	36	3C	45	20	A6	B9	D0	2E	A5	A7	5C	D3	27	6B	9D
	D	CB	AF	DB	E7	AF	91	3F	9A	6D	FC	DD	08	F2	4B	8B	BC
	E	83	E5	9D	29	1B	ED	BE	DF	40	ED	8C	84	D9	2C	BD	02
	F	FE	1F	77	76	B3	2F	7C	94	0E	CF	46	11	30	9D	95	00

(上接 139 页)

- [4] Bianchini R, Carrera E V. Analytical and experimental evaluation of cluster-based network servers[J]. World Wide Web Journal, 2000, 3(4).
- [5] Martinez K, Hart J K, Ong R. Environmental sensor networks [J]. IEEE Computer, August 2004, 37(8): 50–56.
- [6] Liu C, Layland J. Scheduling algorithms for multiprogramming in a hard real time environment[J]. Journal of ACM, 1973, 20(1): 46–61.
- [7] Zhang Y, Sivasubramaniam A. Scheduling best-effort and real-time pipelined applications on time-shared clusters [C]// Proc. the 13th ACM Symposium on Parallel Algorithms and Architectures (SPAA' 2001), July 2001: 209–218.
- [8] Essafi L, Bolch G, de Meer H. Dynamic priority scheduling for proportional delay differentiated services [EB/OL]. [2006-05]. http://www4.informatik.uni-erlangen.de/TR/ps/TR-I4-01-03.ps.gz.
- [9] Zhang W. Linux virtual server for scalable network services[C/OL]// Ottawa Linux Symposium, 2000. http://www.linuxvirtualserver.org/Documents.html.
- [10] Egevang K, Francis P. The IP network address translator (NAT) RFC 1631[S], 1994-05.

## 5 结语

本文分析了 AES S 盒的平衡性、严格雪崩准则、抗代数攻击阻力等 6 种代数性质，并指出 AES S 盒的仿射变换对周期小，迭代输出周期短，并且代数表达式只有 9 项。针对 S 盒以上的不足，提出了构造 S 盒的改进方案，先对字节元素在  $GF(2)$  域下作仿射变换，然后对元素求乘法逆元，最后再对元素做仿射变换，这样使改进的 S 盒和逆 S 盒均具有复杂的代数表达式，其代数表达式项数均为 254 项，而采用的仿射变换对('6B', '5D')和('97', '6C')的仿射变换对周期均达到 16，并且改进 S 盒的迭代输出周期达到 256。实验结果表明本文构造的 S 盒比 AES 的 S 盒和文献[5]改进的 S 盒的严格雪崩准则距离都小。改进 S 盒有复杂的代数结构和良好的非线性特性，具有很好的安全性。(收稿日期：2006 年 9 月)

## 参考文献：

- [1] Daemen J, Knudsen L, Rijmen V. The block cipher Square[C]//Fast Software Encryption, 4th International Workshop. Haifa, Israel: Springer-Verlag, 1997: 149–165.
- [2] Ferguson N, Kelsey J. Improved cryptanalysis of Rijndael [C]//Fast Software Encryption, 7th International Workshop, 2001: 213–230.
- [3] 王衍波. AES 的 S-盒中仿射变换的性质[J]. 解放军理工大学学报: 自然科学版, 2002, 4(2): 5–9.
- [4] 王衍波. AES 的结构及其 S-box 分析[J]. 解放军理工大学学报: 自然科学版, 2002, 3(3): 13–17.
- [5] Jingmei L, Baodian W, Xiangguo C, et al. An AES S-box to increase complexity and cryptographic analysis[C]// 19th International Conference on Advanced Information Networking and Applications, 2005: 724–728.
- [6] 温巧燕, 钮心忻, 杨义先. 现代密码学中的布尔函数[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [7] Hee Jung, Lee Dong Hoon. Resistance of S-boxes against Algebraic Attacks [EB/OL]. [2004]. Available http://www.math.snu.ac.kr/jhcheon/Published/2004\_FSE/ FSE04\_CL.pdf.
- [11] Zhu H, Tang H, Yang T. Demand-driven service differentiation for cluster-based network servers [C]// Proc. IEEE INFOCOM 2001, Anchorage, 2001-04.
- [12] Nimmagadda S, Harari I. Scalability issues in cluster computing operating systems[C]// Proc. of the First Workshop on Cluster-Based Computing, Rhodes, Greece, 1999-06.
- [13] Shen K, Tang H, Yang T, et al. Integrated resource management for cluster-based internet services [C]// Proc. 5th Symposium on Operating Systems Design and Implementation, Boston, MA, 2002-12.
- [14] Tang R, Simha R. A delay differentiation approach to real-time scheduling on cluster-based multimedia servers[C]// ICT 2002. Beijing, 2002-06.
- [15] Shen K, Yang T, Zhu L. Cluster load balancing for fine-grain network services [C]// Proc. 16th International Parallel and Distributed Processing Symposium, 2002.
- [16] Wolf J L, Yu P S. On balancing the load in a clustered web farm [J]. ACM Trans Inter Tech, 2001, 1(2): 231–261.