第 25 卷 第 7 期　　中 国 电 机 工 程 学 报　　Vol.25 No.7 Apr. 2005
2005 年 7 月　　Proceedings of the CSEE

文章编号：0258-8013 (2005) 07-0052-06　**中图分类号**：TM46　**文献标识码**：A　**学科分类号**：470·40

基于微分代数模型的 AC/DC 系统非线性控制器设计

徐光虎，王　杰，陈　陈，曹国云
（上海交通大学电气工程系，上海市 徐汇区 200030）

DESIGN OF NONLINEAR CONTROLLER FOR AC/DC POWER SYSTEM BASED ON DIFFERENTIAL ALGEBRAIC MODELS

XU Guang-hu，WANG Jie，CHEN Chen，CAO Guo-yun
(Department of Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Xuhui District, Shanghai 200030, China)

ABSTRACT: The *M* derivative、*M* bracket and MIMO feedback linearization based on differential algebraic models are introduced to the design of nonlinear controller for parallel AC/DC power system in view of the nonlinearity of power loads and HVDC in real power systems. Bronovsky standard form is derived when *M* relative degree of the system is less than the system dimension and certain designated conditions are satisfied. Then the excitation control law and rectifier current control law for AC/DC system are studied in depth. The simulation results for a single-machine infinite bus system (SMIBs) with parallel AC/DC transmission lines show that the nonlinear controllers have ulterior better ability to damp the oscillation and to improve the dynamic stability of the studied system in comparison with the conventional PID controller.

KEY WORDS: Power system; Parallel AC/DC power system; Differential algebraic models; Nonlinear dynamic Load; Feedback linearization; Bronovsky standard form

摘要：针对电力系统实际负荷以及直流系统本身的非线性特性，在微分代数模型的基础上，将 *M* 导数、*M* 括号以及 MIMO 微分代数系统反馈线性化技术运用到交直流并联系统非线性控制器设计中。在系统的 *M* 关系度小于系统阶数及其满足一定的条件时，可得到微分代数系统模型的 Bronovsky 标准形式，并对交直流混合(AC/DC)系统中发电机励磁控制和直流系统整流侧定电流控制律进行了深入研究。针对一个含有 AC/DC 的单机无穷大系统(SMIBs)进行实例仿真，研究结果表明所设计的非线性控制器与传统的 PID 控制器相比具有较好的阻尼特性，能进一步提高系统的动态稳定性。该控制器的设计方法可以很方便地应用于多机交直流并联系统的稳定性控制。

关键词：电力系统；交直流并联系统；微分代数模型；非线性动态负荷；反馈线性化；Bronovsky 标准型

1 引言

在交直流混合电力系统中，发电机励磁控制和直流系统控制对电力系统的稳定运行有很大的影响。发电机励磁控制是提高电力系统稳定性和抑制低频振荡的重要手段[1-2]，而直流系统控制对紧急功率支援以及提高电力系统动态稳定性也具有非常重要的作用[3-5]。传统的控制器设计方法大多是基于经典控制理论[6-7]，这些控制方法在实际的电力系统中已经得到了广泛应用[2,8]。然而，这些控制方法大都是围绕一个运行点邻域内的线性模型而设计的，因此它们只适用于运行点邻域小范围的运行条件[9]；当系统受参数变化、额外扰动等不可预知因素影响，使得系统实际运行点远离所设计的运行点，经典控制方法设计的控制器效果将受到减弱和限制，甚至在控制参数选择不当的情况下，有可能对系统稳定运行起着不良的作用[10]。为了在较广的运行点范围内改善电力系统动态稳定性，可采用自调控制[11]、模糊控制[12]、自适应控制[13]以及变结构控制[14]等非线性控制。

近年来，随着非线性控制理论特别是以非线性微分几何理论方法为代表的反馈线性化设计理论和

基金项目：国家自然科学基金项目(50307007)；国家重点基础研究发展规划项目(G1998020300)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (50307007)；Project Supported by the Funds for Major State Basic Research Program of China(G1998020300).

方法[15-16] 的不断发展,。反馈线性化控制可在运行条件很广的范围内达到所希望的性能指标。目前,有关AC/DC系统稳定控制器大多是基于系统微分方程设计而忽略了非线性代数方程的影响。由于电力系统中的负荷往往是电压和频率的非线性表达式，以及直流系统的准稳态模型实际上就是将整流侧和逆变侧分别看作是一个正的和负的非线性负荷,实际的控制系统设计中若忽略非线性代数方程的影响，势必会影响控制器的控制性能，因此,有必要研究基于微分代数模型的非线性控制设计。

本文在励磁控制和HVDC控制中采用基于微分代数模型的反馈线性化技术和零动态设计原理，运用M导数、M括号[9,17]等新的运算符号推导出MIMO系统控制律。

2　MIMO 微分代数系统反馈线性化原理

多输入多输出(MIMO)微分代数系统(NDAS)为

$$\begin{cases}\mathbf{0}=\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})\\ \dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})+\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})\boldsymbol{x}_i\\ \boldsymbol{y}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})\end{cases}\tag{1}$$

式中　$\boldsymbol{x}\in R^n$ 为状态变量；$\boldsymbol{z}\in R^l$ 为代数变量；$\boldsymbol{y}\in R^m$ 为输出；$\boldsymbol{u}_i(i=1,2,\cdots,m)$ 为输入；$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$，$\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$　$(i=1,2,\cdots,m)$和$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$分别为 n 维、n 维和 l 维足够光滑的向量场，$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$ 为 m 维足够光滑的向量场。

假设在 $\Omega_1\subset R^n\times R^l$ 内，$\mathrm{rank}(\partial_z\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}))=l$（$\partial_z\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$ 表示$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$对 $\boldsymbol{z}$ 的偏导数）。对应系统式(1)，　$h_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$沿向量场 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$ 的 M 导数定义为

$$M_f(h_i)=E_{\sigma}(h_i)\boldsymbol{f}\tag{2}$$

式中　$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\sigma}}(h_i)=\partial_x h_i-\partial_z h_i(\partial_z^{-1}\boldsymbol{\sigma})\partial_x\boldsymbol{\sigma}$。

M 括号、M 关系度以及 M 对合性定义及意义参见文献[9、17]，类似经典微分几何学中的 Frobennius 定理证明的过程，可得以下定理：

考虑关于函数$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$的方程有

$$\boldsymbol{E}_{\sigma}(\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}))[\boldsymbol{g}_1\ \boldsymbol{g}_2\cdots\boldsymbol{g}_k]=0,\tag{3}$$

式中　$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})\in R^n\times R^l$，$\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})\,(i=1,\cdots,k;\ k<n)$ 为线性独立的。若$D=\{\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2,\cdots,\boldsymbol{g}_k\}$在$\Omega_2$内是 M 对合的，则必存在 n-k 个函数 $h_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$，$h_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$，$\cdots$，$h_{n-k}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$满足式(3)，且这些函数在$\Omega_2$内，$n$-$k$ 个 n 维向量 $\boldsymbol{E}_{\sigma}(h_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}))$ $(j=1,\cdots,n-k)$ 是线性独立的，现考虑式(1)，设输出 $h_i\,(i=1,\cdots,m)$ 的 M 关系度为 r_i，则其总 M 关系度 $r=\sum_{i=1}^m r_i<n$，向量场集合$\{\boldsymbol{g}_1,\boldsymbol{g}_2,\cdots,\boldsymbol{g}_m\}$是 M 对合的，根据以上结论，定可找到余下的 n-r 个坐标映射关系 $\eta_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$，　$(j\in N_{n-r})$ 满足 $M_{g_i}\eta_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})=0,\ (i=1,\cdots,m;\ j=1,\quad\cdots,n-r)$　。取坐标映射$(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta})=\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$为

$$\begin{cases}\xi_j^i=M_f^{\,j-1}h_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}),\quad(j=1,\cdots,r_i;\,i=1,\cdots,m)\\ \eta_k=\eta_k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}),\quad(k=1,\cdots,n-r)\end{cases}\tag{4}$$

则系统式(1)可变换为 Bronovsky 标准型如下：

$$\begin{cases}\dot{\xi}_j^i=\xi_{j+1}^i,\quad(j=1,\cdots,r_i-1;i=1,\cdots,m)\\ \dot{\xi}_{r_i}^i=v_{f_i},\quad(i=1,\cdots,m)\\ \dot{\eta}_k=q_k(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta},z),\quad(k=1,\cdots,n-r)\\ \mathbf{0}=\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta},z)\\ y_i=\xi_1^i,\quad(i=1,\cdots,m)\end{cases}\tag{5}$$

式中　$v_{f_i}=a_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})+\sum_{k=1}^m b_{ik}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})u_k,\ (i=1,\cdots,m)$；

$a_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})=M_f^{r_i}h_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$；

$b_{ik}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})=M_{g_k}M_f^{r_i-1}h_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})$；$q_k=M_f\eta_k$；

$\boldsymbol{\xi}=(\xi_1^1,\cdots,\xi_{r_1}^1,\cdots,\xi_1^m,\cdots,\xi_{r_m}^m)^{\mathrm{T}}\in R^r$；

$\boldsymbol{\eta}=(\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_{n-r})^{\mathrm{T}}\in R^{n-r}$；

$\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta},z)=\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})\big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\xi,\eta,z)}$。

从式(5)易知，$y_i^{(r_i)}=v_{f_i},(i=1,\cdots,m)$，根据线性二次型最优控制设计原理，可得到$v_{f_i}$ ($i=1,\cdots,m$)，若令

$$v_{f_i}=-k_1^i\xi_1^i-\cdots-k_{r_i}^i\xi_{r_i}^i,\ (i=1,\ldots,m;\ k_j^i>0,\ j=1,\cdots,r_i)\tag{6}$$

则式(5)可写为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\xi}}=\boldsymbol{A}_c\boldsymbol{\xi}\\ \dot{\eta}_k=q_k(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta},z),\quad(k=1,\cdots,n-r)\\ \mathbf{0}=\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta},z),\ y_i=\xi_1^i,\quad(i=1,\cdots,m)\end{cases}\tag{7}$$

式中　$\boldsymbol{A}_c=\mathrm{diag}(\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\cdots,\boldsymbol{A}_m)$，

$$\boldsymbol{A}_i=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{(r_i-1)\times1} & & \boldsymbol{I}_{r_i-1} & \\ -k_1^i & -k_2^i & \cdots & -k_{r_i}^i\end{bmatrix},\ (i=1,\cdots,m)\tag{8}$$

如果 $\boldsymbol{A}_c$ 是渐近稳定阵，同时式(9)描述的零动态系统是稳定的，则整个系统必稳定。

$$\begin{cases}\dot{\eta}_k=q_k(\mathbf{0},\boldsymbol{\eta},z),\quad(k=1,\cdots,n-r)\\ \mathbf{0}=\rho(\mathbf{0},\boldsymbol{\eta},z)\end{cases}\tag{9}$$

此时控制律可写为

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{B}^{-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})(-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})+\boldsymbol{v}_f)\tag{10}$$

其中$\boldsymbol{u}=(u_1,u_2,\cdots,u_m)^{\mathrm{T}}$；　$\boldsymbol{v}_f=(v_{f_1},v_{f_2},\cdots,v_{f_m})^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}) = [b_{ik}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})]_{m\times m}$；

$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}) = (a_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}), a_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}),\cdots, a_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}))^{\mathrm{T}}$。

3　AC/DC 并联系统 NDAS 模型

设交直流并联单机无穷大系统如图 1 所示，该系统有 4 条母线，其中 4 号母线为无穷大母线，3 号母线上带有非线性负荷，直流系统两侧都装有固定补偿电容器。交流系统节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}=[Y_{ij}]=[G_{ij}+\mathrm{j}B_{ij}]\ (i,j=1,2,3,4)$；$V_i\angle\theta_i$ 表示第 i 节点的电压和相角。

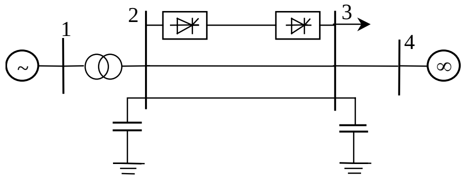

图 1　AC/DC 并联系统图

Fig. 1　Parallel AC/DC power system

在控制器的设计中，发电机机采用三阶模型，发电机的励磁电压 E_{fd} 作为动态系统的输入变量；同时不计调速器的作用，即原动机的机械功率P_{m}保持不变。发电机的动态方程为

$$\begin{cases} \mathrm{d}\delta/\mathrm{d}t = \Delta\omega \\ \dfrac{\mathrm{d}E_q'}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{1}{T_d'}E_q' + \dfrac{1}{T_{d1}'}V_1\cos(\delta-\theta_1) + \dfrac{1}{T_{d0}'}E_{fd} \\ \mathrm{d}(\Delta\omega)/\mathrm{d}t = -[D\Delta\omega + \omega_0(P_e - P_m)]/M \end{cases} \tag{11}$$

式中 $P_e = \dfrac{x_d' - x_q}{2x_d' x_q}V_1^2\sin 2(\delta-\theta_1) + \dfrac{E_q' V_1}{x_d'}\sin(\delta-\theta_1)$；$T_d' = T_{d0}'x_d'/x_d$；$T_{d1}' = T_{d0}'x_d'/(x_d - x_d')$；$\omega_0 = 2\pi f_0$；$f_0$ 为同步频率；M 和 D 分别为发电机惯性时间常数和阻尼系数；T_{d0}' 为 d 轴暂态开路时间常数。

对于直流动态系统，直流线路用一个等值 RL 回路表示（不考虑直流系统的对地电容），整流侧采用带调制信号 u_{dc} 的定电流控制，如图 2；逆变侧采用定熄弧角控制。为简化分析，将正弦量 $\cos\alpha_r$、$\cos\gamma_i$ 作为状态量，考虑到实际 HVDC 系统运行特性，在仿真中对 $\cos\alpha_r$、$\cos\gamma_i$ 进行了约束。这样，直流系统动态方程为

$$\begin{cases} T_{\mathrm{dc}}\mathrm{d}I_{\mathrm{dc}}/\mathrm{d}t + (\hat{V}_2\cos\alpha_r - \hat{V}_3\cos\gamma_i)/R_{\mathrm{dc}} \\ T_r\mathrm{d}(\cos\alpha_r)/\mathrm{d}t = -\cos\alpha_r + \cos\alpha_{\mathrm{ref}} + \\ \qquad K_r(I_{\mathrm{ref}} - I_{\mathrm{dc}} + u_{\mathrm{dc}}) \\ T_i\mathrm{d}(\cos\gamma_i)/\mathrm{d}t = -\cos\gamma_i + \cos\gamma_{\mathrm{ref}} \end{cases} \tag{12}$$

式中 $R_{\mathrm{dc}} = R_L + B_rR_{cr} - B_iR_{ci}$，$\hat{V}_2 = 1.35B_rV_2/N_r$，$\hat{V}_3 = 1.35B_iV_3/N_i$；$R_L, R_{cr}(R_{ci})$ 分别为直流线路电阻、整流（逆变）侧等值换向阻抗；$B_r(B_i)$ 为整流（逆变）侧的换流器桥数；$N_r(N_i)$ 为整流(逆变)侧的换流变压器变比；$\alpha_r(\alpha_i)$ 为整流(逆变)侧延迟触发角；$\gamma_r(\gamma_i)$ 为整流(逆变)侧越前熄弧角。

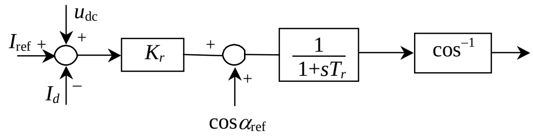

图 2　整流侧控制

Fig. 2　Rectifier Controller

系统的代数方程由交流节点的功率平衡方程、直流换流器方程以及交直流的接口方程组成，其中直流系统采用准稳态模型，消除部分中间变量，考虑到$V_4\angle\theta_4 = 1.0\angle 0$，得式(13)~(15)所示的代数方程，式(13)对应节点 1 的功率平衡方程，式(14)分别对应节点 2、3 的功率平衡方程；(15)分别为整流侧和逆变侧的交直流系统接口方程。其中代数变量为（$V_1,\theta_1,V_2,\theta_2,V_3,\theta_3,\cos\gamma_r,\cos\alpha_i$）。

$$\begin{cases} 0 = \sigma_1 = -P_e + \sum\limits_{j=1,2} V_1V_j(G_{1j}\cos\theta_{1j} + B_{1j}\sin\theta_{1j}) \\ 0 = \sigma_2 = -Q_e + \sum\limits_{j=1,2} V_1V_j(G_{1j}\sin\theta_{1j} - B_{1j}\cos\theta_{1j}) \end{cases} \tag{13}$$

$$\begin{cases} 0 = \sigma_3 = P_{dr} + \sum\limits_{j=1,2,3} V_2V_j(G_{2j}\cos\theta_{2j} + B_{2j}\sin\theta_{2j}) \\ 0 = \sigma_4 = Q_{dr} + \sum\limits_{j=1,2,3} V_2V_j(G_{2j}\sin\theta_{2j} - B_{2j}\cos\theta_{2j}) \\ 0 = \sigma_5 = P_{di} + P_L + \sum\limits_{j=2,3,4} V_3V_j(G_{3j}\cos\theta_{3j} + B_{3j}\sin\theta_{3j}) \\ 0 = \sigma_6 = Q_{di} + Q_L + \sum\limits_{j=2,3,4} V_3V_j(G_{3j}\sin\theta_{3j} - B_{3j}\cos\theta_{3j}) \end{cases} \tag{14}$$

$$\begin{cases} 0 = \sigma_7 = -I_{dc} + \dfrac{B_r}{N_r}\dfrac{V_2}{\sqrt{2}x_{cr}}(\cos\alpha_r + \cos\gamma_r) \\ 0 = \sigma_8 = -I_{dc} + \dfrac{B_i}{N_i}\dfrac{V_3}{\sqrt{2}x_{ci}}(\cos\alpha_i + \cos\gamma_i) \end{cases} \tag{15}$$

式中 $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$，$(i,j=1,2,3,4)$；

$$Q_e = -[(x_d' + x_q)/2x_d'x_q]V_1^2 + (E_q'V_1/x_d')\cos(\delta-\theta_1) + [(x_d' - x_q)/2x_d'x_q]V_1^2\cos 2(\delta-\theta_1)；$$

$$P_{dr} = (3B_r^2/2\pi N_r^2x_{cr})V_2^2(\cos^2\alpha_r - \cos^2\gamma_r)$$

$$Q_{dr} = (3B_r^2/2\pi N_r^2x_{cr})V_2^2(\cos\alpha_r + \cos\gamma_r)\cdot\sqrt{4-(\cos\alpha_r - \cos\gamma_r)^2}；$$

$$P_{di} = (3B_i^2/2\pi N_i^2x_{cr})V_3^2(\cos^2\alpha_i - \cos^2\gamma_i)；$$

$$Q_{di} = (3B_i^2/2\pi N_i^2x_{ci})V_3^2(\cos\alpha_i + \cos\gamma_i)\sqrt{4-(\cos\alpha_i - \cos\gamma_i)^2}；$$

$P_L = P_{L0}(a_P V_3^2 + b_P V_3 + c_P)$，$(a_P + b_P + c_P = 1)$；

$Q_L = Q_{L0}(a_Q V_3^2 + b_Q V_3 + c_Q)$，；$(a_Q + b_Q + c_Q = 1)$

4　非线性控制器设计

对于图 1 所示的系统，式(1)中可取

$\boldsymbol{x} = [\delta, \Delta\omega, E_q', I_{\mathrm{dc}}, \cos\alpha_r, \cos\gamma_i]^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{z} = [V_1, \theta_1, V_2, \theta_2, V_3, \theta_3, \cos\gamma_r, \cos\alpha_i]^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8)^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{y} = h = (\delta, I_{\mathrm{dc}})^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{u} = (u_1, u_2)^{\mathrm{T}} = (E_{fd}, u_{\mathrm{dc}})^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6)^{\mathrm{T}}$；

$f_1 = \Delta\omega$；

$f_2 = -[D\Delta\omega + \omega_0(P_e - P_m)]/M$；

$f_3 = -E_q'/T_d' + V_1\cos(\delta - \theta_1)/T_{d1}'$；

$f_4 = -I_{\mathrm{dc}} + (\hat{V}_2\cos\alpha_r - \hat{V}_3\cos\gamma_i)/R_{\mathrm{dc}}$；

$f_5 = -\cos\alpha_r + \cos\alpha_{\mathrm{ref}} + K_r(I_{\mathrm{ref}} - I_{\mathrm{dc}})$；

$f_6 = -\cos\gamma_i + \cos\gamma_{\mathrm{ref}}$；

$\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) = (0, 0, 1/T_{d0}', 0, 0, 0)^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) = (0, 0, 0, 0, K_r/T_r, 0)^{\mathrm{T}}$。

假设 $\mathrm{rank}(\partial_z\boldsymbol{\sigma}) = 8$ 成立，则 $(\partial_z\boldsymbol{\sigma})^{-1}$ 存在，结合式(11)~(13)可令

$$(\partial_z\boldsymbol{\sigma})^{-1}\partial_x\boldsymbol{\sigma} = (r_{ij})_{8\times6} \tag{16}$$

式中 $r_{ij}(i \in N_8; j \in N_6, j \neq 2)$ 是 $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z})$ 的函数，$r_{i2} = 0(i \in N_8)$。

根据微分代数系统基本运算和性质[9]，可得系统的M相关度为（3,2），总M关系度 $r = r_1 + r_2 = 5$，小于系统的状态维数。取坐标变换

$$(\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) = (h_1, M_f h_1, M_f^2 h_1, h_2, M_f h_2, x_6)^{\mathrm{T}} = [\delta, \Delta\omega, \Delta\dot{\omega}, I_{dc}, \dot{I}_{dc}, \cos\gamma_i],\quad \boldsymbol{\xi} \in R^5, \boldsymbol{\eta} \in R^1 \tag{17}$$

并令

$$(\Delta\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}, \Delta\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = ((\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}_0)^{\mathrm{T}}, (\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_0)^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

式中 $({\boldsymbol{\xi}_0}^{\mathrm{T}}, {\boldsymbol{\eta}_0}^{\mathrm{T}}) = (\delta_0, 0, 0, I_{\mathrm{dc}0}, 0, \cos\gamma_{\mathrm{ref}})$，是期望的目标值。

则系统的动态方程可变换为

$$\begin{cases} \Delta\dot{\xi}_1 = \Delta\xi_2 \\ \Delta\dot{\xi}_2 = \Delta\xi_3 \\ \Delta\dot{\xi}_3 = v_{f1} = M_f^3 h_1 + (M_{g_1} M_f^2 h_1)u_1 + (M_{g_2} M_f^2 h_1)u_2 \\ \Delta\dot{\xi}_4 = \Delta\xi_5 \\ \Delta\dot{\xi}_5 = v_{f2} = M_f^2 h_2 + (M_{g_1} M_f h_2)u_1 + (M_{g_2} M_f h_2)u_2 \\ \Delta\dot{\eta} = \Delta\dot{x}_6 = q(\Delta\boldsymbol{\xi}, \Delta\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{z}) = -\Delta\boldsymbol{\eta}/T_i \end{cases} \tag{19}$$

式中 $M_{g_1} M_f^2 h_1 = -\dfrac{\omega_0}{MT_{d0}'}[\dfrac{\partial P_e}{\partial E_q'} - \dfrac{\partial P_e}{\partial V_1}r_{13} - \dfrac{\partial P_e}{\partial \theta_1}r_{23}]$；

$M_{g_2} M_f^2 h_1 = (\omega_0 K_r/MT_r)[(\partial P_e/\partial V_1)r_{15} + (\partial P_e/\partial\theta_1)r_{25}]$

$M_{g_1} M_f h_2 = -(3\sqrt{2}/\pi T_{\mathrm{dc}} T_{d0}' R_{\mathrm{dc}}) \cdot [(B_r/N_r)r_{33}\cos\alpha_r - (B_i/N_i)r_{53}\cos\gamma_i]$；

$M_{g_2} M_f h_2 = (3\sqrt{2}/\pi T_{\mathrm{dc}} R_{\mathrm{dc}})(K_r/T_r) \cdot [B_r(V_2 - r_{35}\cos\alpha_r)/N_r + B_i r_{55}\cos\gamma_i/N_i]$；

$M_f^3 h_1 = -(\omega_0/M)[(\partial P_e/\partial\delta)f_1 + (D/\omega_0)f_2 + \dfrac{\partial P_e}{\partial E_q'}f_3 - \sum_{j=1}^{6}(\dfrac{\partial P_e}{\partial V_1}r_{1j} + \dfrac{\partial P_e}{\partial\theta_1}r_{2j})f_j]$；

$M_f^2 h_2 = -(f_4/T_{dc}) + (3\sqrt{2}/\pi R_{\mathrm{dc}} T_{\mathrm{dc}})[(fB_r V_2/N_{r5}) - \dfrac{B_i V_3}{N_i}f_6 - \sum_{j=1}^{6}(\dfrac{B_r\cos\alpha_r}{N_r}r_{3j} - \dfrac{B_i\cos\gamma_i}{N_i}r_{5j})f_j]$；

对于式(19)，如果能够保证零动态系统保持稳定，则按照线性系统的控制理论，通过设计新控制量 v_{fi} 可实现外部动态（输出量）不仅稳定而且有优良的品质[17]。考虑零动态系统

$$\begin{cases} \Delta\dot{\boldsymbol{\eta}} = q(0, \Delta\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{z}) = -\Delta\boldsymbol{\eta}/T_i \\ 0 = \rho(0, \Delta\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{z}) \end{cases} \tag{20}$$

因无论 $0 = \rho(0, \Delta\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{z})$ 形式如何，$\Delta\dot{\eta} = -\Delta\boldsymbol{\eta}/T_i$ 都是渐近稳定的，故零动态系统是渐近稳定。现令

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) = \begin{bmatrix} M_{g_1} M_f^2 h_1 & M_{g_2} M_f^2 h_1 \\ M_{g_1} M_f h_2 & M_{g_2} M_f h_2 \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) = [M_f^3 h_1 \quad M_f^2 h_2]^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

取控制律 $$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{B}^{-1}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z})(-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) + \boldsymbol{v}_f) \tag{23}$$

式中 $\boldsymbol{v}_f = \begin{bmatrix} v_{f1} \\ v_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1^1\Delta\xi_1 - k_2^1\Delta\xi_2 - k_3^1\Delta\xi_3 \\ -k_1^2\Delta\xi_4 - k_2^2\Delta\xi_5 \end{bmatrix}$

由式(17)、(18)知，$\boldsymbol{v}_f$ 可写为

$$\boldsymbol{v}_f = \begin{bmatrix} v_{f1} \\ v_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1^1\Delta\delta - k_2^1\Delta\omega - k_3^1\Delta\dot{\omega} \\ -k_1^2\Delta I_{dc} - k_2^2\Delta\dot{I}_{dc} \end{bmatrix} \tag{24}$$

如果选择合适的参数$[k_1^1, k_2^1, k_3^1]$和$[k_1^2, k_2^2]$，使得式(25) 是渐近稳定矩阵，则在控制律式(23)的作用下，整个系统将动态稳定。

$$\boldsymbol{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_1^1 & -k_2^1 & -k_3^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -k_1^2 & -k_2^2 \end{bmatrix} \tag{25}$$

从以上推导过程可看出，该控制律是建立在系统的微分代数模型基础上的，当系统的 M 关系度小于系统状态维数时，可通过对系统部分线性化，当系统的零动态部分是稳定时，通过对 δ 和 I_{dc} 等可观测量进行目标跟踪控制来实现外部输出量的动态稳定性。由于该线性化方法不同于在某一运行点附近近似线性化的传统方法，因此该非线性控制器可在较广的运行点范围内改善电力系统的动态稳定性。

5　仿真分析

仿真系统如图 1 所示，直流传输额定容量为 1000MW，额定电压 500kV；逆变侧母线上接有 2000MW 的负荷，2 回并联交流联络线传输功率随负荷功率的变化而变化。系统潮流及动态数据见附录。负荷模型参数 $a_p=0.45$，$b_p=-0.3$，$c_p=0.85$；非线性控制器参数为 $[k_1^1,k_2^1,k_3^1]$=[32.45, 42.97, 3.8], $[k_1^2,k_2^2]$=[15, 8]。

仿真的扰动方式（1s 时扰动开始）为①母线 3 上负荷有功增加 300MW；②母线 3 上负荷有功增加 500MW；③母线 2~3 间切除一回交流联络线。

图 3~8 为 3 种扰动下，系统在无控制（控制器输入恒定，NC）、常规 AVR/PSS 线性控制器（LC）以及本文所提供的非线性控制（NLC）方式下的仿真结果。其中图 3、5、7 左侧为 3 种控制方式下发电机功角、右侧为非线性控制下的机端电压变化曲线；图 4、6、8 为非线性控制输入量（控制器的输出量）的变化曲线。从仿真结果可以看出，当扰动(1)发生时，系统在无控制和常规线性控制作用下虽然是稳定的，但是阻尼较弱，而在非线性控制器下，系统在 2~3 个振荡周期内就能稳定下来；扰动 2 发生时，系统在无控制作用下，系统的振荡摆幅不断增加，并最终失去稳定，在线性控制作用下系统阻尼仍然较弱，而在非线性控制下，系统振荡阻尼得到显著加强；扰动(3)的发生使得系统的结构发生了变化，系统的稳定运行平衡点发生了变化，该非线性控制器仍具有较强的阻尼效果。由此可以看出，当考虑系统中负荷的非线性特性时，相比较恒定输入控制和常规的线性控制器，本文设计的基于微分代数系统的非线性控制器具有更好的阻尼特性，有效地提高了系统的动态稳定性。从机端电压的仿真曲线可以看出，该非线性控制器在主要提高系统阻尼特性的同时，亦能保证机端电压稳定运行。

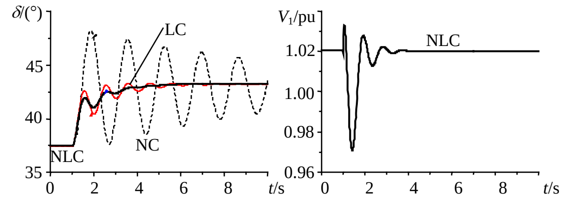

图 3　扰动 1 发生时，发电机功角和端电压

Fig. 3　Power angle and terminal voltage of generator for disturbance 1

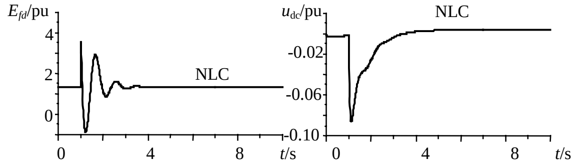

图 4　扰动 1 发生时，非线性控制输入

Fig. 4 Nonlinear control input for disturbance 1

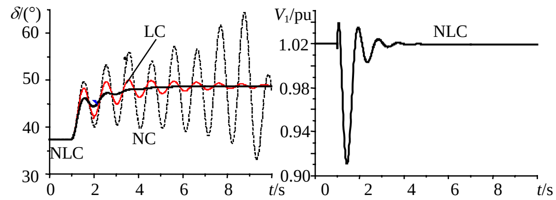

图 5　扰动 2 发生时，发电机功角和端电压

Fig. 5　Power angle and terminal voltage of generator for disturbance 2

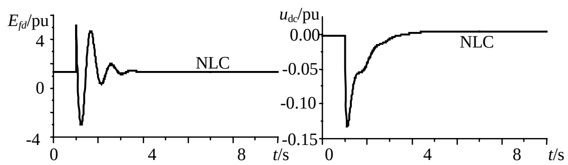

图 6　扰动 2 发生时，非线性控制输入

Fig. 6 Nonlinear control input for disturbance 2

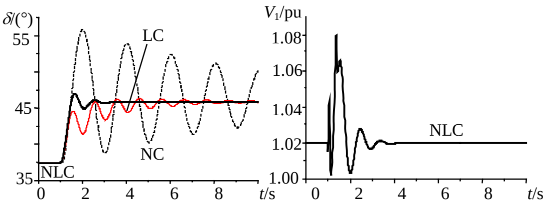

图 7　扰动 3 发生时，发电机功角和端电压

Fig. 7 Power angle and terminal voltage of generator for disturbance 3

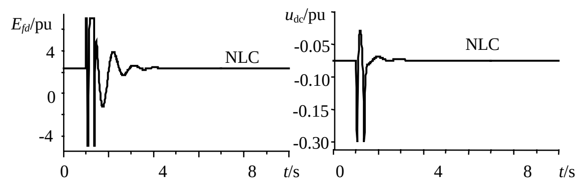

图 8　扰动 3 发生时，非线性控制输入

Fig. 8　Nonlinear control input for disturbance 3

6　结论

本文研究了 NDAS 的微分几何理论在具有非线

性负荷的交直流并联输电系统中的应用。将 M 导数、M 括号以及相关理论运用到交直流互联系统非线性控制器的设计中。控制器的设计以反馈线性化和零动态设计为理论基础，通过对发电机功角和直流电流等可观测量的跟踪控制来提高系统的动态稳定性。通过对一个单机无穷大多输入交直流并联系统的仿真研究并与常规的线性控制器的分析比较，结果表明该控制器对提高动态系统稳定性具有非常好的控制效果。从控制器的设计思路和控制律的推导过程可以看出，该控制器的设计方法可以很方便地应用于多机交直流并联系统的稳定性控制。

参考文献

[1] Kundur P. Power system stability and control[M]. New York: McGraw-Hill, 1994

[2] 朱方，刘增煌，高光华．电力系统稳定器对三峡电力系统暂态稳定的影响[J]．中国电机工程学报, 2002, 22(11)：15-18.
Zhu Fang, Liu Zenghuang, Gao Guanghua. The influence of PSS upontransient stability of the three gorges electric power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(11)：15-18.

[3] 李兴源．高压直流输电系统的运行与控制[M]．北京：科学出版社, 1998.

[4] Smed T, Anderson G. Utilising HVDC to damping power oscillations [J]. IEEE Trans. on Power Systems, 1993, 8(2)：620-626.

[5] 吴红斌，丁明，李生虎．直流输电模型和调节方式对暂态稳定影响的统计分析[J]．中国电机工程学报, 2003, 23(10)：32-37.
Wu Hongbin, Ding Ming, Li Shenghu. Statistical research on the effects of HVDC models and controls to transient stability of power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(10)：32-37.

[6] Hsu Yuan Yih, Li Wang. Damping of a parallel AC-DC power system using PID power system stabilizers and rectifier current regulators[J]. IEEE Trans on Energy Conversion, 1988, 3(3)：540-547.

[7] 黄莹，徐政．基于同步相量测量单元的直流附加控制器研究[J]．中国电机工程学报, 2004, 24(9)：7-12.
Huang Ying, Xu Zheng. HVDC supplementary controller based on synchronized phasor measurement units[J]. Proceedings of the CSEE , 2004, 24(9)：7-12.

[8] 荆勇，杨晋柏，李柏青等．直流调制改善交直流混联系统暂态稳定性的研究[J]．电网技术, 2004, 28(10)：1-4.
Jing Yong, Yang Jinbai, Li Baiqing *et al*. Research on improving transient stability of AC/DC hybrid system by HVDC modulation [J]. Power System Technology, 2005, 28(10)：1-4.

[9] 王杰，陈陈．电力系统中微分代数模型的非线性控制[J]．中国电机工程学报，2001, 21(8)：15-18.
Wang Jie, Chen Chen. Nonlinear control of differential algebraic model in power systems[J]. Proceedings of the CSEE，2001, 21(8), 2001：15-18.

[10] Park Yong Moon, Lee Kwang Ho, Choi Myeon Song *et al*. A comparative study on the control methods of power system stabilization[J]. Power System Technology, 1995, 19(9)：8-14.

[11] Wu CJ, Hsu YY. Design of self-tuning PID power system stabilizer for multimachine power systems[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 1988, 3(3)：1059-1064.

[12] 杨晓东，房大中，刘长胜，等．阻尼联络线低频振荡的 SVC 自适应模糊控制器研究[J]．中国电机工程学报, 2003, 23(1)：56-59.
Yang Xiaodong, Fang Dazhong, Liu Changsheng *et al*. An adaptive SVC fuzzy controller for damping tie-link low frequency oscillation[J]. Proceedings of the CSEE , 2003, 23(1)：56-59.

[13] N Rostamkolai, A G Phadke, W F Long *et al*. An adaptive optimal control stategy for dynamic stability enhancement of AC/DC power systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1988, 3(3)：1139-1145.

[14] 宋立忠，陈少昌．自适应离散变结构控制及其在电力系统中的应用[J]．中国电机工程学报, 2002, 22(12)：56-59.
Song Lizhong, Chen Shaochang. Adaptive discrete variable structure control and its application to power system[J].Proceedings of the CSEE , 2002, 22(12)：56-59.

[15] 卢强，孙元章．电力系统非线性控制[M]．北京：科学出版社，1993.

[16] 卢强，孙元章，高景德．非线性系统几何结构理论的发展及其在电力系统中的应用[J]．中国电机工程学报, 1990,10(1)：15-21.
Lu Qiang, Sun Yuanzhang, Gao Jingde. The development of nonlinear systems geometry structure theory and the application in electric power system[J]. Proceedings of the CSEE ,1990,10(1)：15-21.

[17] 王杰，陈陈，吴华，等．多机电力系统参数自适应控制的设计理论和方法 [J]．中国电机工程学报, 2002, 22(5)：5-9.
Wang Jie, Chen Chen, Wu Hua *et al*. Theory and method for parameter adaptive control design of multi-machines power systems[J]. Proceedings of the CSEE , 2002, 22(5)：5-9.

附录 图 1 所示系统以及 AVR/PSS 励磁系统模型数据

（1）交流系统（以 1000MVA、345kV 为基准）系统线路参数及扰动前潮流计算结果(标幺值)如表 A1、A2 所示。

表 A1　母线电压数据
Tab. A1　Data for bus voltages

bus	1	2	3	4
V/pu	1.020	1.011	0.997	1.000
θ/(°)	12.47	8.03	-0.46	0.00

表 A2　线路阻抗及潮流数据
Tab. A2　Data for line impedance and power flow

Line/trans	R	X	B	P	Q
B_1~B_2	0.00	0.04	0	2.0	0.296
B_2~B_3	0.03	0.30	0.044	0.5	0.012
B_2~B_3	0.03	0.30	0.044	0.5	0.012
B_4~B_3	0.03	0.30	0	0.027	0.009

在整流测母线上有 400Mvar 的并联无功补偿，在逆变侧母线上有 600Mvar 的并联无功补偿和 2000MW 的负荷。

（2）直流系统（以 1000MVA、500kV为基准）。直流线路电阻为 3Ω，额定电流为 2kA，时间常数T_{dc}=0.1s，换向电抗 $X_{cr}=X_{ci}=0.095$，其他参数为 $\alpha_r=15^\circ$，$\alpha_i=142^\circ$，$\gamma_r=144^\circ$，$\gamma_i=19^\circ$，$B_r=B_i=1$，$N_r=0.825$，$N_i=0.825$

（3）发电机动态数据(以 2400MVA，13.8kV 为基准)。X'_q=0.37; X'_d=0.17; X_d=0.85; X_q=0.62; T'_{d0}=7.5; H=7.2; D=4.0。

（4）AVR/PSS 励磁系统模型（线性控制）如下：

1）AVR 和励磁机的动态模型可表示为

(下转第 103 页　Continued on page 103)