

Boost 变换器断续导通模式的 PSM 同步开关映射模型

牛全民, 张波, 罗萍, 李肇基

(电子科技大学 IC 设计中心, 四川省成都市 610054)

S-switching Mapping Model of PSM in DCM Boost Converter

NIU Quan-min, ZHANG Bo, LUO Ping, LI Zhao-ji

(1. University of Electronic Science and Technology of China IC Design Center Chengdu 610054, Sichuan Province, China)

ABSTRACT: Averaged method is the basis of analyzing all PWM DC/DC converters. But all nonlinear information will be lost in averaging process. So, it is necessary to set up an accurate discrete-time mapping model when we study the nonlinear phenomena of PWM converters. As a new modulation mode, PSM has many advantages such as quick response, high conversion efficiency at light loads, which has been widely applied in small power IC. However, the nonlinear discrete-time mapping model of PSM has not been proposed. So, this paper proposed an S-switching mapping model of PSM for DCM Boost converter. According to this model, the nonlinear phenomena of PSM are discussed in detail. The research results show that the system output varies out of order, but stably, between fixed solution and periodic solution with the changes of parameters. Therefore, PSM has strong robustness. Finally, the rational explanation of difference, compared with PWM bifurcation and chaos, is also presented in this paper.

KEY WORDS: pulse-width modulation; discontinuous conduction mode; pulse skipping modulation; nonlinear; bifurcation; chaos; s-switching mapping

摘要: 平均法是分析各种 PWM 模式 DC/DC 变换器的基础, 其缺点是各种非线性信息遗失在平均过程中, 因此研究 PWM 变换器非线性现象需要建立正确的离散映射模型。跨周调制(PSM)作为一种新的调制模式, 具有响应速度快, 轻负载转换效率高等优点, 已在小功率单片 IC 中得到广泛应用, 但 PSM 模式的非线性离散映射模型未见报道。该文建立断续导通模式(DCM)Boost 变换器的同步开关映射模型, 并根据该模型详细分析 PSM 调制的非线性现象。研究表明

PSM 调制模式下, 参数的变化引起系统的输出在定常解和周期解之间变化, 变化呈现无序性, 但系统一直保持稳定的输出, 说明 PSM 具有较强的鲁棒性; 最后将 PSM 的非线性现象与 PWM 的分叉与混沌现象进行比较, 对产生二者区别的原因给出了合理的解释。

关键词: 脉冲宽度调制; 断续导通模式; 跨周期调制; 非线性; 分叉; 混沌; 同步开关映射

0 引言

DC/DC 功率变换器采用三种调制模式, 脉冲宽度调制(PWM), 脉冲频率调制(PFM)和跨周期调制^[1-3](pulse skipping modulation, PSM), PWM 作为经常采用的调制模式, 理论已成熟。由于功率变换器是强非线性系统, 非线性动力系统中出现的诸如震颤、分叉和混沌现象在功率系统普遍存在, 基于 PWM 调制的功率变换器分叉和混沌研究是目前研究的热点。国外文献的研究内容包括对电压、电流控制模式 DC/DC 功率变换器分叉和混沌现象的定性解释及简单的定量分析, 关键是建立 DC/DC 变换器的离散迭代模型。文献[4]分析电流模式控制的 Boost 变换器的混沌现象, 建立了连续导通模式下状态变量的迭代模型, 并计算出表征混沌特征的李雅普诺夫指数; 文献[5]根据非线性动力学的基本概念分析 DC/DC 变换器的稳定性, 建立电压模式控制的 Buck 变换器迭代非线性模型, 仿真结果与实验结果达到完美统一; 文献[6]基于断续导通模式下 Boost 变换器, 建立了输出电压的降维迭代模型, 根据该模型, 描绘出电压随放大倍数变化的分叉图; 文献[7-8]对三种功率变换器迭代模型的建模方法进

基金项目: 国家自然科学基金项目(60436030)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (60436030).

行了总结, 得出很多有价值的结论。国内文献[9-15]主要是对国外文献建模方法和精确性的改进和补充。但上述文献提出建模方法的前提是控制波形与固定载波(锯齿波)进行比较产生 PWM 波形, 是基于 PWM 调制模式的建模。PSM 调制与 PWM 调制相比, 将占空比调节变为跨过周期数目的调节, 特别适用于轻负载情况。文献[1-3]基于 Buck 电路阐述 PSM 调制的基本原理, 通过建立状态空间平均模型进行大信号与小信号分析, 将 PSM 的调制特性(包括开环响应时间、纹波大小、调制度与负载的关系、系统转换效率)与 PWM 调制进行了比较, 得到一些有价值的结论, 但上述文献缺乏对 PSM 的非线性特性研究。本文研究断续导通模式 Boost 变换器的 PSM 同步开关映射的建模方法, 根据迭代公式分析系统参数变化时系统的非线性行为。

1 PSM 同步开关映射模型

图 1 为实现 PSM 调制模式的 Boost 变换器; 图 2 为建模采用的工作波形示意图。

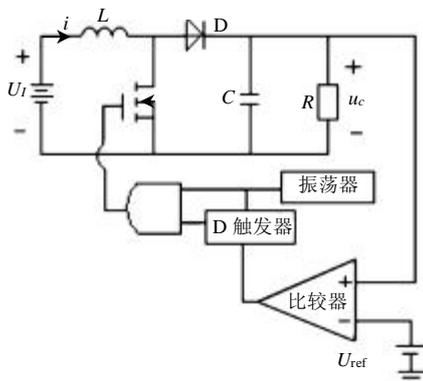


图 1 PSM 模式 Boost 电路
Fig. 1 Boost converter with PSM mode

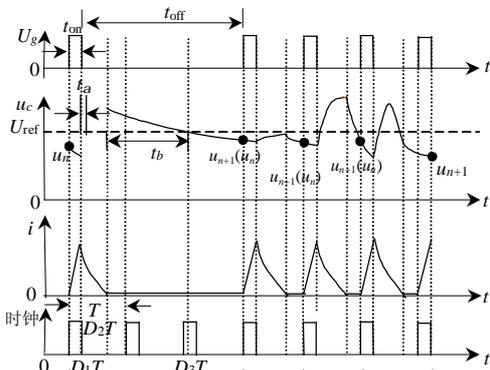


图 2 PSM 模式工作波形示意图
Fig. 2 Waveforms with PSM mode

研究 PSM 模式 DC/DC 功率变换器的非线性现象, 关键是建立合适的迭代映射模型。根据采样时

刻的不同, 通常建立的迭代模型为频闪映射模型, 非同步开关映射模型和同步开关映射模型[7-8]。同步开关映射的采样时刻是时钟周期的整数倍, 一般而言频闪映射模型不适于分析经常发生跨周动作的电路, 对于图 1 的 Boost 变换器, 由于不存在非同步开关动作, 适合建立同步开关映射模型。

Boost 变换器工作在断续导通模式, 在一个开关周期内, 系统在 3 种线性拓扑之间转换, 当输入电压、输出电压确定后, 已知 D_1 可以求出 D_2 和 D_3 : $D_2 = D_1 U_i / (U_{ref} - U_i)$, $D_3 = 1 - D_1 - D_2$ 。由图 2 的输出电压波形可以看出, 在 $u_c > U_{ref}$ 时, 对应周期是否跨过与时钟的上升沿到来有关, 只有在 2 个条件同时满足时该周期才被跨过。为便于建模, 做如下假设:

(1) 功率管和二极管为理想开关。

(2) $u_c = U_{ref}$ 时刻与时钟上升沿到来时刻不能相等, 不能出现竞争冒险现象。

由于每个开关周期结束时刻电感电流为零, $i_n = i_{n+1} = 0$, 因此, 闭环二维模型简化为一维模型 $u_{n+1} = f(u_n, m)$, m 为变化的电路参数。从波形图可知, 每个工作周期, 电容经历放电—充电—放电 3 个阶段, 而每一阶段的电容电压决定下一周期是正常工作还是跨过, 因此每一阶段分开考虑。各区间对应状态方程为

$$\dot{x} = A_i x + B_i U_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

其中:

$$x = [u_c \quad i]^T; A_1 = A_3 = \begin{bmatrix} -1/RC & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1/RC & 1/C \\ -1/L & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_1 = B_2 = [0 \quad 1/L]^T, B_3 = [0 \quad 0]^T \quad (2)$$

假设: 每个实际工作周期功率管开通时间为 $t_{on} = D_1 T$; 关断时间 t_{off} 由输出电压决定; $t = nT$ 作为起始时刻; $i_n = 0; u_c = u_n < U_{ref}$; 电路参数满足 $4R^2 C / L > 1$ 。

在一个时钟周期内, 已知 $D_1 T$ 和电路参数, 可以求出每个区间的电压表达式, 每个区间结束时刻的电压值用 $u_c(D_1 T)$, $u_c(D_2 T)$, $u_c(D_3 T)$ 表示。

令 $k = 1/2RC$, $w = \sqrt{1/LC - k^2}$ (3)

根据式(1), 求解每个区间的电容电压

$$u_c(t) = u_n e^{-2kt}, \quad nT \leq t \leq nT + D_1 T \quad (4)$$

$$u_c(t) = U_i + e^{-kt} (Q_1 \sin wt + Q_2 \cos wt),$$

$$nT + D_1T \leq t \leq nT + (D_1 + D_2)T \quad (5)$$

其中:

$$Q_1 = -ku_n e^{-2kD_1T} / w + (D_1T / LC - k)U_I / w;$$

$$Q_2 = u_n e^{-2kD_1T} - U_I \quad (6)$$

$$u_c(t) = u_c(D_2T)e^{-2kt},$$

$$nT + (D_1 + D_2)T \leq t \leq (n+1)T \quad (7)$$

在 D_2T, D_3T 区间, 是否发生跨周动作由 $u_c(D_2T), u_c(D_3T)$ 决定, 由跨周条件:

$$u_c(t) = U_I + e^{-kt}(Q_1 \sin wt + Q_2 \cos wt) = U_{\text{ref}} \quad (8)$$

$$u_c(t) = u_c(D_2T)e^{-2kt} = U_{\text{ref}} \quad (9)$$

求出 t_a, t_b 。

当 $t_a < D_2T$ 且 $t_b > D_3T$ (图2情况1), 下一个时钟周期控制脉冲被跨过, 跨过的周期数为

$$m = \text{int}[(t_b - D_3T)/T] + 1 \quad (10)$$

电容电压迭代公式为

$$u_{n+1} = u_c(D_3T)e^{-2k[\text{int}[(t_b - D_3T)/T] + 1]T} =$$

$$u_c(D_2T)e^{-2kD_2T} e^{-2k[\text{int}[(t_b - D_3T)/T] + 1]T} \quad (11)$$

当 $t_a > D_2T$ (图2情况2), $t_a < D_2T$ 且 $t_b < D_3T$ (图2情况3), $t_a < D_2T$ 且 $u_c(D_2T) < U_{\text{ref}}$ (图2情况4), 下一时钟周期没有跨周动作, 电容电压迭代公式为

$$u_{n+1} = u_c(D_2T)e^{-2kD_2T} = [U_I +$$

$$e^{-kD_2T}(Q_1 \sin wD_2T + Q_2 \cos wD_2T)]e^{-2kD_2T} \quad (12)$$

从上述4种情况可以看出, 在电路参数已知的情况下, 根据状态量的初始值确定 $u_c(D_1T), u_c(D_2T), u_c(D_3T)$, 是否跨周最终由 $u_c(D_3T)$ 的值决定。因此跨过周期数目 $m = \text{Ceil}[(t_b - D_3T)/T]$, 其中 $\text{Ceil}(x)$ 是 Matlab 内部函数, $u_c(D_3T) > U_{\text{ref}}$, m 为大于零的整数, $u_c(D_3T) < U_{\text{ref}}$, $m=0$, 得到上述4种情况的统一表达式为

$$u_{n+1} = u_c(D_2T)e^{-2k(m+D_2)T} \quad (13)$$

2 PSM 工作模式的非线性特性分析

电路参数发生变化时, 系统的动态行为将发生改变。图3、4为输出电压随负载 R 、输入电压 U_I 变化的关系图。

图3的仿真参数为 $L=30\mu\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$, $D_1=0.3$, $U_I=3\text{V}$, $U_{\text{ref}}=5\text{V}$, $T=150\mu\text{s}$, R 从 51Ω 到 100Ω , 变化步长为 0.1Ω 。

图4的仿真参数为 $L=30\mu\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$, $D_1=0.3$, $R=100\Omega$, $U_{\text{ref}}=5\text{V}$, $T=150\mu\text{s}$, U_I 从 1.25V 到 3.25V ,

变化步长为 0.1V 。

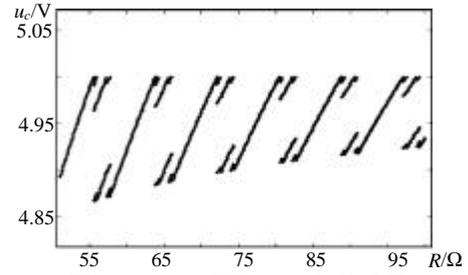


图3 输出电压随 R 变化关系图

Fig. 3 Relationship between output voltage and R

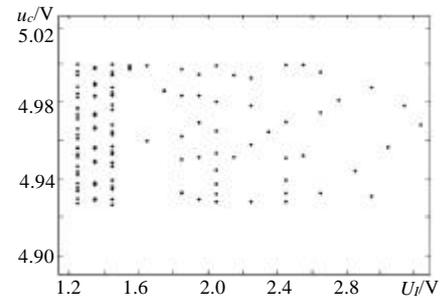


图4 输出电压随 U_I 变化关系图

Fig. 4 Relationship between output voltage and U_I

由图3、4看出, 参数变化时, 输出电压的变化是断续的, 表现为图中的点和线段。图5(a)为 $R=65\Omega$ 的输出电压数值解图; 图5(b)为不同 R 值输出电压数值解比较; 图6(a)为 $U_I=2.25\text{V}$ 的输出电压数值解图; 图6(b)为不同输入电压时的输出电压数值解比较。从波形图看出: 系统的动态行为对参数的变化非常敏感, 参数的变化引起系统的解在定常解(周期1解)和周期解之间变化。周期解数目等于关系图中每个 R 值和 U_I 值对应的输出电压点的个数, 同时周期解的数目反映了跨过周期数目的变化周期。例如图3中 $R=55.4\Omega$ 时, 输出电压为周期1解, 跨过周期的数目始终等于6; $R=55.5\Omega$ 时, 输出电压为周期5解, 跨过周期数目的变化规律为7,6,6,6,6,7,6,...。但整个关系图中输出电压变化没有规律, 呈现出无序性, 未出现无规则的输出波形(混沌)。说明 PSM 在较大的参数变化范围内, 能够保持稳定的输出, 具有很强的鲁棒性。

从以上对仿真结果的分析可知: PSM 调制输出状态变量并未出现 PWM 调制中的混沌现象, 由于目前对于非线性系统, 没有统一的定理证明系统是否存在混沌, 因此仅从仿真结果不能说明 PSM 调制可以避免混沌现象的发生; 周期解的概念与 PWM 周期解的概念也不同, PSM 的周期解数目等于跨周期数目的变化规律周期, PWM 调制的周期解数目是以载波频率 f (电压控制模式下为锯齿波频率) 为

参考频率, 周期 n 解的周期等于 n/f 。因此图 5、6 中的输出电压时域采样图反映的是不同脉冲周期内输出电压变化, 且呈现一定的周期性, 与传统的 PWM 变换器的分叉和混沌现象有本质区别。

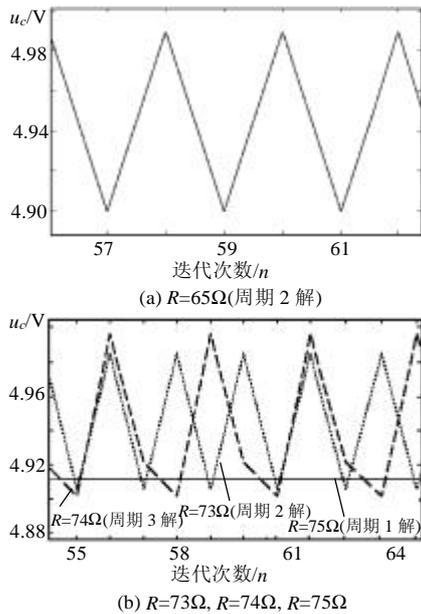


图 5 不同负载输出电压数值解图
Fig. 5 Waveforms of output voltages from numerical simulation with different loads

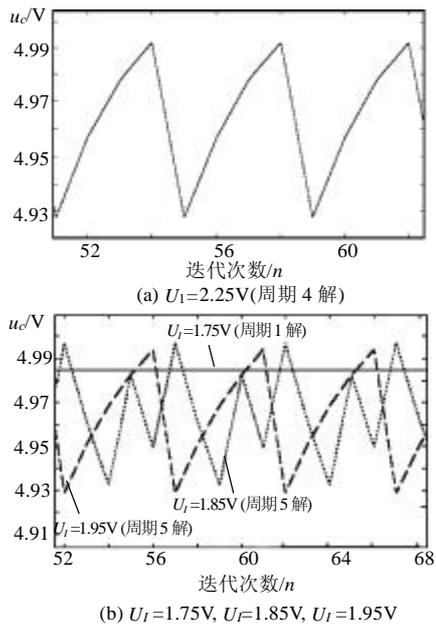


图 6 不同输入电压下输出电压数值解图
Fig. 6 Waveforms of output voltages from numerical simulation with different input voltages

图 7 是根据文献[6]中电路仿真得到的输出电压随误差放大器比例系数 K 变化的分叉图, 输出电压遵循倍周期分叉到混沌的道路, 这一点与 PSM 明显不同。分析其原因, 主要是由于两种调制方式的调

制原理不同而致。PWM 模式下, 反馈控制信号与锯齿波信号比较产生的占空比控制信号是连续变化的, 因此输出随 K 值连续变化, 当出现跨周动作, 即反馈控制信号与锯齿波信号无交点, 往往预示混沌的发生; PSM 模式是以跨周期工作为特点的, 实质上是 PFM 的特例, 且其频率变化非连续, 以时钟周期的整数倍来计数, 造成参数变化时, 跨周期的数目变化, 因此输出状态变量的变化是非连续的, 造成分叉图上呈现出非连续的点和线段。

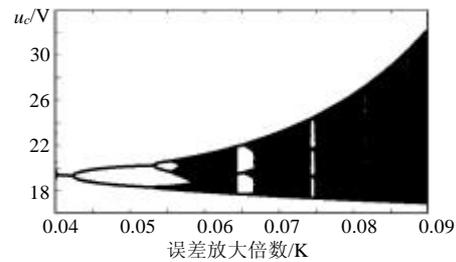


图 7 K 为分叉参数时的分叉图
Fig. 7 Bifurcation diagram with k as the bifurcation parameter

3 结论

采用 PWM 调制技术的功率变换器虽然存在跨周现象, 但往往预示着混沌现象的发生。与 PWM 调制通过调节占空比调压相比, PSM 是通过调节跨周的个数达到调压的目的, 因此对于 PSM 调制特性及系统非线性的研究存在很多与 PWM 不同之处。本文建立断续导通模式下 Boost 变换器的同步开关映射迭代模型, 通过数值解初步研究了 PSM 的系统非线性特性, 得到参数变化时输出电压在周期解和定常解之间变化的结论, 其实质为断裂分叉现象。关于 PSM 的非线性研究还有很多工作待做, 我们课题组将继续进行这方面的研究。

参考文献

- [1] Ping Luo, Luyang Luo, Zhaoji Li et al. Skip cycle modulation in switching DC-DC converter[C]. ICCAS(International Conference on Communications, Circuits and Systems). Chengdu, China, 2002, 2(6): 1716-1719.
- [2] 罗萍, 熊富贵, 李肇基. PSM 开关变换器的大信号模型与瞬态特性[J]. 电子学报, 2004, 32(11): 1829-1832.
- [3] Luo Ping, Xiong Fugui, Li Zhaoji. Large signal model and transient characteristics of PSM switching converter[J]. ACTA ELECTRONICA SINICA, 2004, 32(11): 1829-1832(in Chinese).
- [4] 罗萍, 李肇基, 熊富贵. 开关变换器的跨周期调制模式[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(6): 984-988.
- [5] Luo Ping, Li Zhaoji, Xiong Fugui. Pulse-cycle skip modulation in switching converter[J]. Journal of Electronics&Information Technology, 2004, 26(6): 984-988(in Chinese).

- [4] Deane J H B. Chaos in current-mode controlled boost dc-dc converter[J]. IEEE Trans. Circuits and Systems-Part I: Fundamental Theory and Applications, 1992, 39(8): 680-683.
- [5] Hamill D C, Deane J H B, Jefferies D J. Modeling of chaotic DC-DC converters by iterated nonlinear mappings[J]. IEEE Trans. Power Electronics, 1992, 7(1): 25-36.
- [6] Tse C K. Flip bifurcation and chaos in three-state boost switching regulators[J]. IEEE Trans. Circuits and Systems-Part I: Fundamental Theory and Applications, 1994, 41(1): 16-23.
- [7] Mario di Bernardo, Franco Garofalo, Luigi Glielmo, et al. Switchings, Bifurcations, and Chaos in DC/DC Converters[J]. IEEE Trans. Circuits and Systems-Part I: Fundamental Theory and Applications, 1998, 45(2): 133-141.
- [8] Mario di Bernardo, Francesco Vasca. Discrete-time maps for the analysis of bifurcations and chaos in DC/DC converters[J]. IEEE Trans. Circuits and Systems-Part I: Fundamental Theory and Applications, 2000, 47(2): 130-143.
- [9] 张波, 齐群. PWM Buck 变换器不同工作方式下的次谐波和混沌行为[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(10): 18-21.
Zhang Bo, Qi Qun. Subharmonics and chaos of PWM buck converter indifferent operation modes[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(10): 18-21(in Chinese).
- [10] 张波, 李萍, 齐群. DC-DC 变换器分叉和混沌现象的建模和分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(11): 81-86.
Zhang Bo, Li Ping, Qi Qun. Methods for analyzing and modeling bifurcations and chaos in DC-DC converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(11): 81-86(in Chinese).
- [11] 张波, 曲颖. BUCK DC/DC 变换器分岔和混沌的精确离散模型及实验研究[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(12): 99-103.
Zhang Bo, Qu Ying. Study on the experiment and the precise discrete model of bifurcation and chaos for Buck DC/DC converter [J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(12): 99-103(in Chinese).
- [12] 周宇飞, 丘水生, 陈军宁. 滞环电流模式控制 Cuk 变换器的非线性现象研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(3): 96-101. Zhou Yu-fei, Qiu Shui-sheng, Chen Jun-ring. Nonlinear phenomena in hysteretic current controlled Cuk converters[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(3): 96-101(in Chinese).
- [13] 刘伟增, 张浩, 马西奎. 基于频闪映射的 Boost PFC 变换器中的间歇性分岔和混沌现象分析[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(1): 43-48.
Liu Weizeng, Zhang Hao, Ma Xikui. Analysis of intermittent bifurcations and chaos phenomena in Boost PFC converters by stroboscopic map[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(1): 43-48(in Chinese).
- [14] 马西奎, 刘伟增, 张浩. 快时标意义下 Boost PFC 变换器中的分岔与混沌现象分析[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(5): 61-67.
Ma Xikui, Liu Weizeng, Zhang Hao. Analysis of fast-scale bifurcations and chaos phenomena in Boost PFC converter[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(5): 61-67(in Chinese).
- [15] 陈明亮, 马伟明. 多级并联电流反馈型 DC-DC 升压变换器中的分岔与混沌[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(3): 67-70.
Chen Mingliang, Ma Weiming. Bifurcation and chaos in multi-parallel-connected current mode controlled Boost DC-DC converters [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(3): 67-70(in Chinese).

收稿日期: 2006-03-21。

作者简介:

牛全民(1972—), 男, 电子科技大学在读博士生, 研究方向为电力电子技术及智能功率集成电路, nqml@tom.com。

(编辑 王彦骏)