

文章编号: 1001-4322(2002)05-0743-06

磁绝缘传输线振荡器中辐射场的非线性行为*

郝建红^{1,2}, 丁 武³

(1. 石家庄师范专科学校 物理系, 河北 石家庄 050801; 2. 中国工程物理研究院 研究生部, 北京 100088;
3. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

摘 要: 导出了磁绝缘传输线振荡器(MILO)中辐射场的非线性演化方程,并讨论了在临界值点附近可能出现非线性不稳定解的条件。结论是:(1)非线性增长速率与线性增长速率的比值 $g < 1.2$,且远离 $g + = 1$ (g 为非线性相位增长率与线性相位增长率的比值)点时,出现非稳定解的失谐量临界值很小,而线性增长速率临界值临界值很大,容易出现非稳定解;(2)当 $g > 1.2$ 时,任意小的失谐量都可以使场出现非稳定解;(3)线性增长速率越大,越不容易出现非稳定解。

关键词: 磁绝缘传输线振荡器(MILO); 演化方程; 非线性; 失谐量; 增长率; 临界值

中图分类号: TN752.5

文献标识码: A

非线性问题是当前物理学中的一个非常活跃的前沿课题,其研究渗透在各个学科之中。H. L. Berk, B. N. Breizman 和 M. S. Pekker 研究了具有耗散结构的动力学系统在临界值点附近不稳定性的非线性理论,推出了波粒子相互作用演化的一个普适积分方程,形成了 BBP 模型^[1~3],用于描述系统中出现的不稳定和线性现象。在电子束产生的相干辐射器件中,这方面工作做的较多的是自由电子激光器。一组自洽的非线性方程已成为研究自由电子激光各种问题的基本方程,但是大部分工作只作到了饱和阶段^[4~6]。研究相干辐射器件中辐射场的非线性演化及可能出现的各种非线性现象,对于深入分析器件中辐射场的演进,提高输出功率或拓宽频带,改善输出性能具有重要的意义。B. Levush 等人^[7]已对带有端头反射的返波管振荡器(BWO)的非线性行为作了分析,并在数值分析中将多个参数简化为三个:反射系数 R ,归一化长度 L_{nor} 、束流与起振电流之比 I/I_{th} 。增大 I/I_{th} ,可使 BWO 由单频工作区域分叉进入多频工作区域。磁绝缘线传输振荡器(MILO)是一种 M 型器件,它所具有的自绝缘和低阻抗性质允许管子操作非常大的输入功率(几十 GW)和输出功率(1 GW),并在 L 波段已获得 300J 的微波能量^[8]。我们的工作试图研究 MILO 器件在演化过程中的系统不稳定性和不稳定性可能导致的诸如频率分叉和混沌等非线性现象,为利用或消除这些非线性现象提供可能性。本文导出了一个形式对称、参数简洁的非线性方程,用于描述 MILO 器件中辐射场的非线性演化,并讨论了临界值点附近解的非稳定性,这是我们的初步工作,进一步深入仔细的数值分析正在进行之中。

1 MILO 辐射场的演化方程

由于同时存在着静、交变场及电子自身场效应等多种场的作用,所以在 MILO 中波与粒子的作用是异常复杂的。为了突出物理本质,在分析中我们将其简化为一个轴对称的均匀系统并忽略端头反射,则 MILO 中电磁场可以表示为^[7]

$$E = \sum_i [E_{pi}(r) e^{-i(z-t)} E_i^{(s)}(r, z, t)] \exp(i i z - i i t) + c. c.) \quad (1)$$

$$B = \sum_i [B_{pi}(r) e^{-i(z-t)} B_i^{(s)}(r, z, t)] \exp(i i z - i i t) + c. c.) \quad (2)$$

上式中的脚标 i 为纵模标号,右端括号中第一项为辐射场,第二项为空间电荷波场,它可表示为^[9]

$$E_i^{(s)}(r, z, t) = - \frac{4 - \mu}{\mu} E_{pi}(r) e^{-i(z-t)} \quad (3)$$

式中: ϵ_0 为空间电荷的介电常数, μ_0 为空间电荷的磁导率; E_{pi} 是辐射场的慢变复振幅,文献[7]给出了其演化方程

* 收稿日期:2001-11-26; 修订日期:2002-05-28

基金项目:国家 863-804 主题资助项目

作者简介:郝建红(1960-),女,副教授,博士生,研究方向为高功率微波技术;北京 2101 信箱。

$$\frac{\partial_i}{\partial t} + v_{gi} \frac{\partial_i}{\partial z} = - \frac{1}{u_i} \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr E_{pi,z}^* j_z \exp[-i(k_i z - \omega_i t)] \quad (4)$$

其中 u_i 是第 i 个模式包含在慢波结构一个周期里的每 $|k_i|^2$ 电磁能, v_{gi} 是电磁波的群速度, E_{pi} 和 B_{pi} 是真空结构电磁场的本征解, 并且 $E_{pi,z} = f_i(r, r_c) = I_0(k_i r) K_0(k_i r_c) - I_0(k_i r_c) K_0(k_i r)$, $E_{pi,r} = i j_i / k_i^2$, $k_i^2 = \omega_i^2 - k_z^2$ 。将电流密度

$$j_z = -|e| n_e v_z \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr v_z [z - z_e(t, t_0, r_0)] \frac{[r - r_c(t, t_0, r_0)]}{2r} \quad (5)$$

代入(4)式并作变换 $\tau = t - z/v_{gi}$, 同时利用关系^[10] $t_e = t_0 + \int_0^z \frac{dz}{v_z(z, t_0)} = t_0 + \frac{z_e}{v_{z0}} - \int_0^z \frac{z}{c^2 z_0} dz$, 可得(以下略去脚标 e)

$$\frac{\partial_i}{\partial z} = \frac{I}{u_i v_{gi}} \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr v_z \exp(-i k_i z + i \omega_i t_0) F_i \quad (6)$$

其中

$$F_i = \exp[-i \frac{\omega_i}{c} \int_{z_0}^z dz L_j F_j^* + c.c.] \quad (7)$$

$$L_j = i \frac{1 - 4 \mu / B_0 k_i^2}{B_0 k_i^2} j_j \exp(i k_j z) \quad (8)$$

$I = |e| n_e v_z$; $\int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr$ 为一积分算符; $k_i = \omega_i / v_{z0}$ 为失谐量, v_{z0} 和 $v_z = v_{z0} + v_z$ 分别为电子的注入速度和相互作用区速度; r_c 是慢波结构的阴极半径; $z = \frac{v_z}{c} = E_r / B_0$ ($E_r = E_{pi,r}$, B_0 为直流磁场)。

1.1 一级近似(线性)方程

下面我们作 F_i 对场的展开, 在一级近似中, 只保留场的一阶项 $F_i = F_{i1}$, 于是在(7)式中令 $F_j^* = 1$ 并定义下面的积分算符

$$\begin{cases} A_{ij} = \frac{k_i}{2 z_0} L_j = |A_{ij}| \exp(i \theta_j) \\ \theta_j = k_j z + \theta_j + \omega_j t / 2 \end{cases} \quad (9)$$

θ_j 是辐射场的相角, 即 $\theta_j = |A_{ij}| \exp(i \theta_j)$, 利用 Bessel 函数展开, 可得到

$$F_{i1} = \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr (-i)^m J_m(2|A_{ij}| \cos \theta_j) (-1)^n J_n(2|A_{ij}| \sin \theta_j) \exp[i(m+n)\omega_j t_0] \quad (10)$$

将(10)式代入(6)式, 注意到只有 $(m+n) = -1$ 的项对积分的贡献不为零, 并展开 J_0 和 J_1 到 $|A_{ij}|$ 的一阶项^[11], 于是(10)式变为

$$F_{i1} = \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr [1 - |A_{ij}| \exp(-i \omega_j t_0) (\cos \theta_j + i \sin \theta_j)] = \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr [1 - A_{ij} \exp(-i \omega_j t_0)] \quad (11)$$

将(11)式代入(6)式, 得到

$$\frac{\partial_i}{\partial z} = \frac{I}{u_i v_{gi}} \frac{i k_i (1 - 4 \mu / B_0 k_i^2)}{B_0 k_i^2 (2/z_0 - k_i^2)} v_{z0} \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr f_i^* f_i \exp(-i k_i z) \int_0^z \exp(i k_i z_1) dz_1 \quad (12)$$

1.2 三级近似(非线性)方程

因为 F_i 的二阶项对方程(6)的贡献为零, 所以我们考虑三级近似, F_i 对场展开保留到场的三阶项 $F_i = F_{i3}$, 利用贝塞尔函数展开 F_{i3} 并参照文献[11]的分析计算, 最后得

$$F_{i3} = 1 - i \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr A_{ij} \exp(-i \omega_j t_0) + \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr A_{ij} A_{jk}^* \exp[i(k - j)\omega_j t_0] - i \int_{r_0}^r dz \int_{r_0}^r dr A_{ij} A_{jk}^* A_{kl} \exp[i(k - j - l)\omega_j t_0] \quad (13)$$

将(13)式代入(6)式, 注意到(13)式右端第一项和第三项的贡献为零。并且在计算中, 设非线性场 $f_i(\omega, z) = f_i(\omega, z) \exp[-\gamma_{nl}(z) dz]$, $\gamma_{nl} = \gamma_{nl} + i \gamma_{nl}$ 为总的非线性增长率, γ_{nl} 为振幅非线性增长率, γ_{nl} 为相位非线性增

长率。对于振荡器,因为辐射场振幅随空间变化较小而 i 是场的慢变振幅,所以在非线性区假定 $a_{nl}(z)$ 和 i_0 随 z 变化仍不大是合理的。于是,在线性项的积分中用 $a_{nl}^{-1}z$ 代替 $a_{nl}(z) dz$ 且 i_0 作为常数处理。利用 $\exp(-a_{nl}z)/g \gg 1$,并在单模情况下引进无量纲的新振幅 c_i ,于是

$$i(z) = bc_i(z) \exp(i z) \tag{14}$$

这样演化方程(6)可写为

$$\frac{\partial c_i}{\partial z} = c_i - \exp(i z - i_0 z) \int_0^z c_i(z_1) \exp(i z_1) \int_0^{z_1} d_2 c_i^*(z_2) \exp(-i z_2) \int_0^{z_2} d_3 c_i(z_3) \exp(i z_3) \tag{15}$$

其中 b 是常数相角(稳定系统满足 $\cos b > 0$),

$$\exp(i z) = - \frac{\Im f_i^* f_i / |f_i|^2}{\Re f_i^* f_i / |f_i|^2} = \pm 1 \tag{16}$$

$$b = \left\{ \frac{I v_{z0}}{u_i v_{gi}} \left[\frac{(1 - 4 \mu / z_0) i k_i}{B_0 z_0 (z_0^2 - k_i^2)} \right]^3 / |f_i^* f_i / |f_i|^2} \right\}^{-1/2} \tag{17}$$

$$= \frac{I}{u_i B_0} \frac{v_{z0}}{v_{gi} z_0} \frac{(1 - 4 \mu / z_0) i k_i}{(z_0^2 - k_i^2)} \Im \left[\frac{\Im f_i^* f_i}{i k_i + \frac{1}{a_{nl}}} \right] \tag{18}$$

$$= \frac{I}{u_i B_0} \frac{v_{z0}}{v_{gi} z_0} \frac{(1 - 4 \mu / z_0) i k_i}{(z_0^2 - k_i^2)} \Re \left[\frac{\Im f_i^* f_i}{i k_i + \frac{1}{a_{nl}}} \right] \tag{19}$$

是振幅的线性增长率(单位长度上的增益), b 是相位的线性增长率(单位长度上的相角增长),无量纲坐标 $z = z_0 z$ 是振幅的线性增益,并且 $b = (k_i + \frac{1}{a_{nl}}) / z_0$ 。(15)式是一个无量纲的非线性方程,它描述了 MILO 中辐射场由线性到非线性的演化。方程中仅含有一个参数 b ,其由失谐量(k_i)和线性增长率(a_{nl})决定。当第一(线性)项远大于第二(非线性)项时,辐射场主要表现为线性演化;当第二(非线性)项远大于第一(线性)项时,辐射场主要表现为非线性演化。

2 临界值点附近非稳定解的讨论

由无量纲场振幅的定义式 $i(z) = bc_i(z) \exp(i z)$ 得

$$c_i = \frac{i}{b} \exp(-i z) = \frac{i_0(z)}{b} \exp(\int_0^z a_{nl} dz + i \int_0^z a_{nl} dz - i z) = c_{i0} \exp(\int_0^z g dz) \tag{20}$$

式中: i_0 和 $c_{i0} = \frac{i_0}{b} \exp[i(\int_0^z a_{nl} dz - z)]$ 是 z 的慢变函数; $g = a_{nl} / b$ 是一个无量纲的量,它等于振幅的非线性增长率与线性增长率之比。同前所述, g 随 z 变化不大,于是

$$c_i = c_{i0} \exp(g z) \tag{21}$$

在饱和后的大 z 条件下,将 $\cos b = 1$ 代入,则由(15)式可以得到一个常振幅的周期性解

$$c_i = \frac{g^2 + 2}{g^{1/2}} \exp(i \frac{z}{g}) \tag{22}$$

下面我们讨论非线性区域系统解的稳定性,为了使分析简便,设(22)式中的振幅是时间和空间的函数,并对其作下面的变换

$$c_i(z, t) = c_{i0}(z, t) \exp(g z) = a_i(z, t) \exp(i \frac{z}{g}) \tag{23}$$

且 a_i 作如下形式的展开

$$a_i = a_{i0} + a_i \exp(\dots) + a_i^* \exp(\dots) \tag{24}$$

其中 a_{i0} 为本征值, a_{i0} 和 a_i 只是 z 的函数。将(23)式和(24)式代入(15)式,再将方程对 a_i 和 a_i^* 线性化,可得到色散关系

$$(g^2 - g [2g + (g^2 + 2)(Q_1 + Q_3)]) + (g^2 + 2) + (g^2 + 2)^4 Q_1 Q_3 + g(g^2 + 2)^2 (Q_1 + Q_3) + i(g^2 + 2)^2 (Q_1 - Q_3) = Q_2 Q_4 (g^2 + 2)^4 \tag{25}$$

$$Q_1(\omega) = \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \int_0^\infty dx_3 Q(x_1, x_2, x_3) [\exp(-\gamma x_1 - i \frac{\omega}{g} x_1 - g x_2 + g x_3) + \exp(-g x_1 - g x_2 - \gamma x_3 - i \frac{\omega}{g} x_3)] \quad (26)$$

$$Q_2(\omega) = \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \int_0^\infty dx_3 Q(x_1, x_2, x_3) \exp(-g x_1 - \gamma x_2 + i \frac{\omega}{g} x_2 - g x_3) \quad (27)$$

$$Q_3(\omega) = Q_1^*(\omega^*) \quad (28)$$

$$Q_4(\omega) = Q_2^*(\omega^*) \quad (29)$$

$$Q = \exp(-i \omega x_1 + i \omega x_2 - i \omega x_3) \quad (30)$$

考虑 c_{i0} 是坐标的慢变函数, 在上面推导中我们利用了近似关系 $c_{i0}(\omega, \omega - z) \exp(-z) = c_{i0}(\omega, \omega) \exp(-z)$ 。同时, 因为讨论的是饱和后的大 z (对应于场的长时间行为) 情况, 所以积分的上限可取作无穷。

从(25) ~ (30)式, 我们看到, γ 和 g 作为参数出现在色散关系中, 并且

$$= \frac{k_i}{g + 1} \quad (31)$$

式中: γ 是非线性相位增长率与线性相位增长率的比值 Γ_{nl}/Γ 。所以本征值 ω 依赖失谐量 k_i 、线性增长率 Γ 、非线性增长率与线性增长率比值 γ 和 g 。实际过程中这 4 个物理参量都是 z 的慢变函数。所以我们的讨论仅是一种定性的唯象分析, 实际情况将复杂得多。

由色散关系可求出本征值, 当 $\text{Re}(\omega) < 0$ 时, 解是稳定的, 当 $\text{Re}(\omega) > 0$ 时, 解是非稳定的。非稳定性的发展结果是可能出现非线性系统所特有的一些非线性现象。下面我们分别讨论本征值与上述参量的关系。

在增长率一定时, 本征值 ω 将主要依赖于失谐量 k_i 。当 $k_i < k_{ci}$ 时, 所有的 $\text{Re}(\omega) < 0$, 非线性色散方程只有稳定解; 当 $k_i = k_{ci}$ 时, $\text{Re}(\omega) = 0$, 非稳定解出现。非稳定解的出现对应于一个失谐量的临界值 k_{ci} 。当 $g < 1.2$ 时, 这个临界值随着 g 和 γ 的临界值不同而变化; 当 $g > 1.2$ 时, 对任意小的失谐量, 方程都有非稳定解。

图 1 给出了线性增长率 Γ 一定时, 失谐量临界值 k_{ci} 与 g (小于 1.2) 的关系。当 $\gamma < 1$ 时, 必定存在着一个 g 值满足 $g + 1 = 1$ 。而当 $\gamma > 1$ 时, 任意 g 值都不满足 $g + 1 = 1$ 的条件。所以失谐量临界值的变化情况在 $\gamma < 1$ 和 $\gamma > 1$ 时是不同的, 图 1(a), (b) 分别给出了 $\gamma < 1$ 和 $\gamma > 1$ 两种情况的失谐量临界值变化曲线。从图 1(a) 可以看出: 在远离 $g + 1 = 1$ 的 g 值点上, 失谐量临界值 k_{ci} 很小, 并且 g 和 γ 变化对这个临界值的影响不是很大; 在满足 $g + 1 = 1$ 附近的 g 值点上, 失谐量临界值 k_{ci} 快速增长, 此时临界值 k_{ci} 对 g 的变化反应非常强烈; k_{ci} 趋于无穷, 表明了此点是一个稳定点。由此可以推断: 出现非稳定性, 不仅失谐量要大于临界值, 而且 g 和 γ 要足够大。图 1(b) 表明, 当 $\gamma > 1$ 时, 失谐量临界值 k_{ci} 很小, 是 g 和 γ 的慢变函数, 且在 $g = 0.5$ 附近出现峰值。

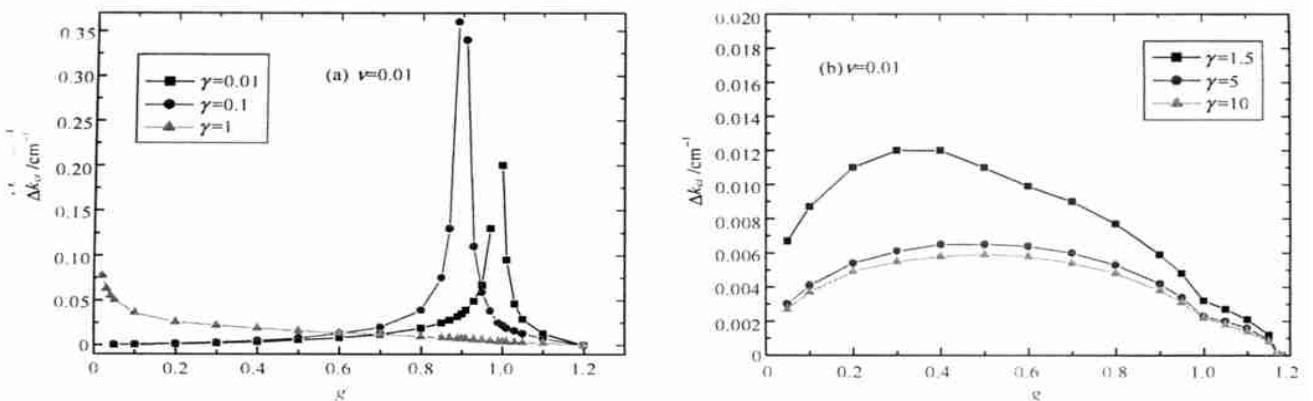


Fig. 1 Critical detuning k_{ci} vs g with (a) $\gamma < 1$ and (b) $\gamma > 1$.

图 1 失谐量临界值 k_{ci} 与 g 的关系。(a) $\gamma < 1$; (b) $\gamma > 1$ 。

在 $g + 1 = 1$ 这一特殊点上, $c_i(\omega, \omega) = a_i(\omega, \omega)$ 。在图 1 中, 三条曲线只在 $g + 1 = 1$ 点附近有明显的差异, 说明在这个特殊点附近 γ 对失谐量临界值有明显的影响。

图 2 给出了失谐量临界值与 γ 的变化曲线。从图中可以看出, 对给定的 g , γ 越大, 出现非稳定解的失谐量

临界值则越小。若 g (小于 0.8) 较小而 γ (大于 1) 较大, 则 k_{ci} 几乎与 g 和 γ 无关。 $g + \gamma = 1$ 作为一个特殊点, 在其附近 k_{ci} 对 g 和 γ 的变化反应非常敏感, 而远离其点时, k_{ci} 对 g 和 γ 的变化反应则非常迟钝。

由图 1 或图 2 我们得到, 在线性增长率一定的情况下, 对远离 $g + \gamma = 1$ 的 g 和 γ 值容易出现非稳定解。

当失谐量一定时, 第一个非稳定解的出现对应着线性增长率的一个临界值 γ_c 。对于一定的 g , 线性增长率小于临界值 γ_c 才会出现非稳定解。

图 3 给出了失谐量 $k_i = 0.01\text{cm}^{-1}$, 0.05cm^{-1} 和 0.1cm^{-1} 时, $\gamma < 1$ 和 $\gamma > 1$ 两种情况下线性增长率临界值 γ_c 与 g 的关系。由图 3 可见, 在 $g < 1.2$ 时线性增长率临界值 γ_c 趋于很大, 这进一步表明 $g > 1.2$ 后, 对可能的线性增长率只有非稳定解。对 $\gamma < 1$ 情况, $g + \gamma = 1$ 处为稳定解点。在此附近, 三条曲线趋于汇聚, 线性增长率临界值 γ_c 最小(趋于 0); 而当 g 偏离 $g + \gamma = 1$ 点时, 曲线逐渐散开, k_i 的影响逐渐增强, 并且 γ_c 随 g 的变化有较明显的增长。对 $\gamma > 1$ 情况, 在 $g = 0.2 \sim 0.9$ 之间临界值 γ_c 几乎是一个与 g 无关的常量, 且在 $g = 0.5$ 附近最小。当 g 接近 1.2 时临界值 γ_c 迅速增长, 此时 γ_c 对 g 的变化非常敏感。

由图 3 我们得到, 当 $\gamma < 1$ 时, g 偏离 $g + \gamma = 1$ 点越远, 出现非稳定解的线性增长率临界值越大, 也就是说越容易出现非稳定解; 当 $\gamma > 1$ 时, 出现非稳定解的线性增长率临界值基本不随 g 变化。

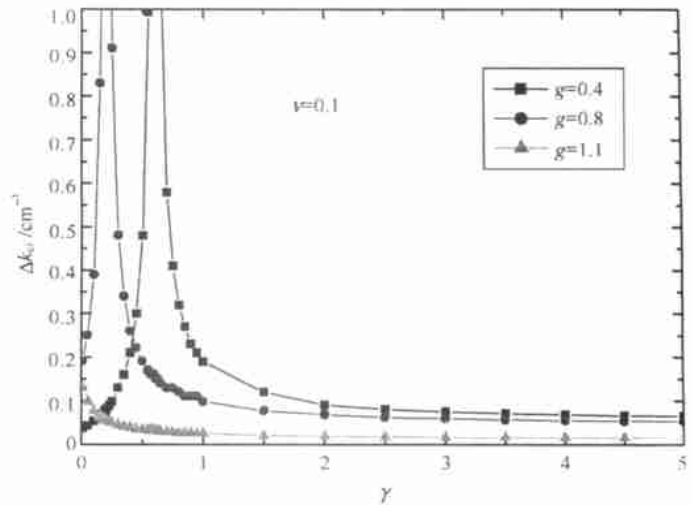


Fig. 2 Critical detuning k_{ci} vs γ

图 2 $\gamma = 0.1$ 时, 失谐量临界值 k_{ci} 与 γ 的关系。

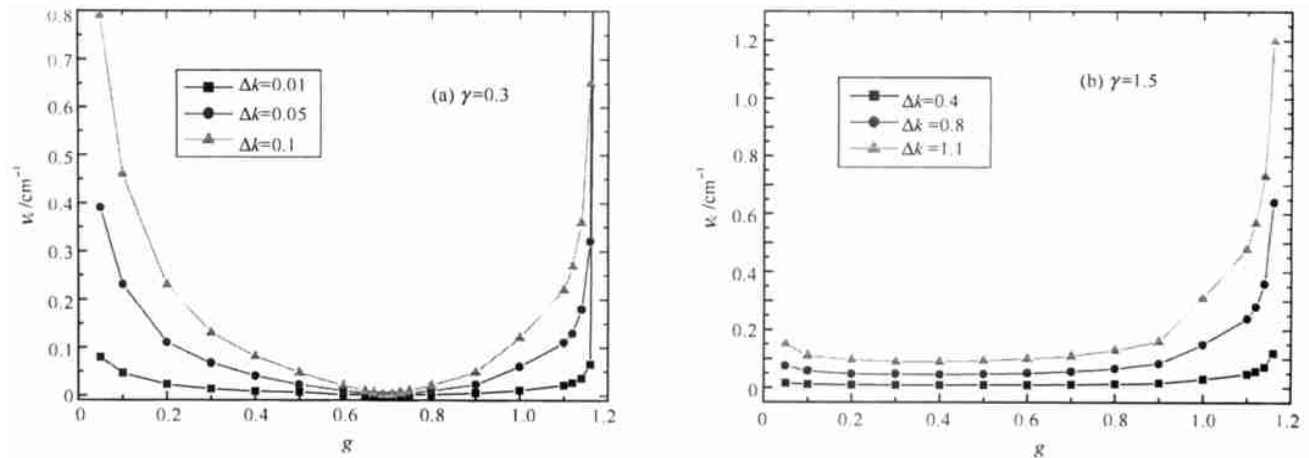


Fig. 3 Critical linear growth ratio γ_c vs g with (a) $\gamma < 1$ and (b) $\gamma > 1$.

图 3 线性增长率临界值 γ_c 与 g 的关系。(a) $\gamma < 1$, (b) $\gamma > 1$ 。

器件实际工作在较小的失谐量状态, 与失谐量较大时相比, 对一定的 g , 失谐量越小, 线性增长率临界值也越小。由 (31) 式很容易看出失谐量临界值与线性增长率成线性关系, 如图 3 所示。在 g 和 γ 一定的情况下, 线性增长率临界值 γ_c 随着失谐量 k_i 的增长而增加。因此我们得到, 线性增长率 γ_c 越大, 越不容易出现非稳定解。

以上我们讨论了失谐量 $k_i > 0$ 的情况, $k_i < 0$ 的临界值变化情况与之是完全对称的。

3 结论

从以上讨论可以看出, 失谐量 k_i , 振幅的非线性与线性增长率比值 g , 相位的非线性与线性增长率比值和线性增长率 γ 是决定辐射场非线性解的四个因素。(1) $g + \gamma = 1$ 点为一稳定点。对于 $g < 1.2$ 的情况, 在远离 $g + \gamma = 1$ 点时, 出现非稳定解的失谐量临界值很小, 且基本不随 g 和 γ 变化, 而线性增长速率临界值却很

大,因此容易出现非稳定解。对于 $g > 1.2$ 的情况,任意小的失谐量都可以使场出现非稳定解;(2)线性增长率越大,非稳定解出现所对应的失谐量也越大,即越不容易出现非稳定解。失稳后,器件中的非线性辐射场可能会出现频率分岔和混沌等非线性现象。

由于增长速率受实际情况的限制,因此失谐量 k_i 成为影响方程解的主要因素,适当地控制失谐量,可得到输出性能不同的高功率微波器件。

参考文献:

- [1] Berk H L, Breizman B N, Pekker M S. Nonlinear dynamics of a driven mode near marginal stability[J]. *Phys Rev Lett*, 1996, **76**(8):1257—1259.
- [2] Berk H L, Breizman B N, Pekker M S. Nonlinear theory of kinetic instabilities near threshold[J]. *Plasma Physics Reports*, 1997, **23**(9):778—788.
- [3] Berk H L, Breizman B N, Pekker M S. Critical nonlinear phenomena for kinetic instabilities near threshold[J]. *Phys Plasmas*, 1997, **4**(5):1559—1569.
- [4] Bonifacio R, Desalvo L, Pierini P, et al. The superradiant regime of a FEL: analytical and numerical results[J]. *Nucl Instr and Meth A*, 1990, **A296**:358—367.
- [5] Piovella N, Chaix P, Shvets G, et al. Analytical theory of short-pulse free-electron laser oscillators[J]. *Phys Rev E*, 1995, **52**(5):5470—5486.
- [6] Cai S Y, Bhattacharjee A. Ginzburg-Landau equation: a nonlinear model for the radiation field of a free-electron laser[J]. *Phys Rev A*, 1991, **43**(12):6934.
- [7] Baruch Levush, Thomas M Antonsen, Alan Bromborsky, et al. Theory of relativistic backward-wave oscillators with end reflections[J]. *IEEE Trans Plasma Sci*, 1992, **20**(3):263—280.
- [8] Haworth M, Allen K, Baca G, et al. Recent progress in the hard-tube MLO experiment[A]. SPIE[C]. 1997, **3158**:28—39.
- [9] Petelin M I. Space-charge effects in the excitation of a cavity resonator by steady flow of excited classical oscillations[J]. *Radiofizika*, 1985, **28**(3):354—366.
- [10] 于敏.自由电子激光各类纵模的统一描述[J]. *强激光与粒子束*, 1991, **3**(2):127—145. (Yu M. On the longitudinal modes of FEL. *High Power Laser and Particle Beams*, 1991, **3**(2):127—135)
- [11] 丁武.长脉冲自由电子激光中模的竞争与饱和[J]. *强激光与粒子束*, 1991, **3**(4):421—434. (Ding W. Mode competition and saturation in long pulse FELs. *High Power Laser and Particle Beams*, 1991, **3**(4):421-434)

Nonlinear behavior of the radiation field in MLO

HAO Jiarhong^{1,2}, DING Wu³

(1. Department of Physics, Shijiazhuang Teacher's College, Shijiazhuang 050801, China;

2. Graduate School, China Academy of Engineering Physics, P. O. Box 2101, Beijing 100088, China;

3. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, P. O. Box 8009, Beijing 100088, China)

Abstract: A nonlinear evolution equation for the radiation field in magnetically insulated transmission line oscillator (MLO) is derived and the threshold conditions of the nonlinear unstable solution are studied. The results show: (1) The instability will arise when the ratio of the nonlinear growth rate to the linear growth rate is lower than 1.2 even if the detuning is arbitrarily slight. (2) If the value of g and ϕ (the ratio of the nonlinear growth rate to the linear growth rate for the phase) is far from $g + \phi = 1$, the instability arises easily because of the critical value of detuning becoming smaller and the critical value of linear growth rate becoming larger. (3) For the larger linear growth rate, the instability solution is relatively difficult.

Key words: magnetically insulated transmission line oscillator (MLO); evolution equation; nonlinear; detuning; growth rate; critical value