

文章编号: 1001-4322(2006)04-0627-04

# 基于辐射场及遗传算法的矩形波导模式分析法\*

刘 杰, 黄卡玛

(四川大学 电子信息学院, 成都 610064)

摘 要: 提出了一种基于辐射场和遗传算法分析矩形波导中工作模式的新方法。这种方法先根据波导口尺寸利用惠更斯原理计算出各模式的辐射场的分布;假设一组模式的复系数,合成总辐射场;将合成的辐射场幅值与测量的辐射场幅值在多点上进行比较,通过遗传算法获得最佳匹配,就可以得到各模式的复系数。计算结果与测量值吻合较好,表明这种方法具有可行性和可靠性,并和基于辐射场的最小二乘法对测量的远场辐射场场强幅值的数据反演进行比较,结果表明遗传算法在测量值有误差时具有容错能力强的优势。

关键词: 过模矩形波导; 高功率微波; 辐射场; 遗传算法; 模式分析

中图分类号: TN011 文献标识码: A

在高功率微波系统设计中常常要对过模波导中的模式进行分析。早期确定波导内工作模式的方法为探针法<sup>[1-2]</sup>,这种方法存在很多问题:当探针插入波导后,对被测点的电磁场分布产生干扰,影响原来的场分布,导致测出的工作模式误差较大;其次探针插入后很容易引起高功率微波源的输出波导击穿和打火。后来有人采用辐射场和内积原理<sup>[3-4]</sup>及最小二乘法<sup>[5]</sup>。但内积方法不仅需要测量辐射场的场强幅度,而且还需要测量辐射场的相位;内积的最小二乘法的最大问题是最后导出的线性方程组条件数巨大,病态问题十分突出<sup>[6]</sup>。

本文提出基于辐射场和遗传算法的过模波导中模式分析方法。该方法并不直接计算电磁场逆问题,而是将电磁场逆问题求解转化为正问题的全局最优化求解。这种方法的好处是克服了病态方程求解问题,不需要测量辐射场的相位,同时采用“超定”条件保证解的精度。具体地说就是事先得到各模式的辐射场,然后将合成的多模式辐射场与测量的辐射方向图在多点上进行比较,通过遗传算法获得最佳匹配和各模式在过模波导总场中的复系数。考虑到实际测量会有一定误差,在实验中对测量值加了随机误差,并用最小二乘法和遗传算法分别对测量数据进行了反演。

## 1 基本原理及计算公式

### 1.1 过模矩形波导开口处的辐射场

电磁场在波导开口处发生反射,通常会激励高阶模式。但是实验证明,对于过模波导,横截面的尺寸与工作波长比值足够大时,电磁场在波导开口处的反射几乎为零,激励的高阶模式也几乎为零。假定波导开口处的电磁场分布与波导内的电磁场分布相似<sup>[7]</sup>,则过模矩形波导开口的辐射场可以等效地近似为一矩形孔径的辐射场,其场强模值  $F(\theta, \varphi, r)$  可以表示为

$$F(\theta, \varphi, r) = \sqrt{F_\theta(\theta, \varphi, r)^2 + F_\varphi(\theta, \varphi, r)^2} \quad (1)$$

式中:  $\theta, \varphi, r$  是以波导口中心为原点,波导口为  $x, y$  平面的球坐标系的球坐标;  $F_\theta(\theta, \varphi, r), F_\varphi(\theta, \varphi, r)$  分别为  $F(\theta, \varphi, r)$  在  $\theta, \varphi$  方向的分量,如图 1 所示。

矩形波导开口处存在多种模式,因此  $F_\theta(\theta, \varphi, r)$  可表示为  $N$  个模式在  $\theta$  方向分量  $f_n^\theta(\theta, \varphi, r)$  的叠加

$$F_\theta(\theta, \varphi, r) = \sum_{n=1}^N a_n e^{j\phi_n} f_n^\theta(\theta, \varphi, r) \quad (2)$$

式中:  $a_n e^{j\phi_n}$  为第  $n$  个模式的复系数<sup>[3]</sup>,其中  $a_n$  为复系数的模值,  $e^{j\phi_n}$  为复系数的相位;  $N$  为存在的模式个数;  $\phi$  为模式相对于激励点的相位。

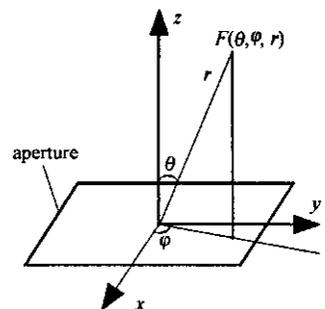


Fig. 1 Coordinate system of aperture radiation  
图 1 孔径的辐射示意图及坐标

\* 收稿日期:2005-04-20; 修订日期:2005-12-26

基金项目:国家杰出青年科学基金资助课题(60125102);国家 863 计划项目资助课题

作者简介:刘 杰(1981—),男,硕士,主要研究方向为微波理论与电磁场数值计算;liujie2003\_2006@163.com。

同样,  $F_\varphi(\theta, \varphi, r)$  可表示为  $N$  个模式在  $\varphi$  方向分量  $f_n^\varphi(\theta, \varphi, r)$  的叠加

$$F_\varphi(\theta, \varphi, r) = \sum_{n=1}^N a_n e^{j\beta_n r} f_n^\varphi(\theta, \varphi, r) \quad (3)$$

利用惠更斯原理, 可以得到矩形波导开口处任意模式的辐射场。辐射场可以是近场和远场, 本文采用远场辐射场

$$f_n^\theta(\theta, \varphi, r) = j \frac{1}{2\lambda} (1 + \cos\theta) e^{-jkr} \iint_S (E_n^y \sin\varphi + E_n^x \cos\varphi) e^{jk|r-r_s|} dS \quad (4)$$

$$f_n^\varphi(\theta, \varphi, r) = j \frac{1}{2\lambda} (1 + \cos\theta) e^{-jkr} \iint_S (E_n^y \cos\varphi - E_n^x \sin\varphi) e^{jk|r-r_s|} dS \quad (5)$$

$$|r - r_s| = x_s \sin\theta \sin\varphi + y_s \sin\theta \cos\varphi \quad (6)$$

$$r \geq 2D^2/\lambda \quad (7)$$

式中:  $r$  为待测点到原点的距离;  $r_s$  为待测点到面积元  $dS$  的距离;  $x_s, y_s$  分别为  $dS$  在  $xy$  平面的坐标;  $D$  为波导开口处的最大线尺寸;  $\lambda$  为工作波长;  $E_n^x, E_n^y$  分别为当相位因子为 1 时矩形波导开口处第  $n$  个模式在  $x, y$  方向的场强分量<sup>[6]</sup>。

## 1.2 遗传算法

由辐射场计算波导口径面上的电磁场分布是电磁场逆问题, 存在病态和伪逆。遗传算法是一种借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的高度并行、随机、自适应搜索算法, 主要用于处理最优化问题和机器学习, 尤其适用于处理传统搜索方法无法解决的复杂、非线性问题<sup>[6]</sup>。本文在反演过模波导中各模式的复系数时, 采用遗传算法搜索最优的匹配, 避免了直接求解病态逆问题, 而将病态逆问题的求解转换为基于求解正问题的搜索最优问题。

## 2 数值实验

### 2.1 模式远场辐射场计算

本文数值模拟了过模波导的远场辐射场, 参数为: 工作频率 2.45 GHz; 波导口径尺寸  $1.6\lambda \times 0.8\lambda$ 。本文选取的波导尺寸中只可能存在  $TE_{10}, TE_{01}, TE_{11}, TE_{20}, TM_{11}, TE_{21}, TM_{21}, TE_{30}$  八种模式。由式(4), (5)可以计算出各模式的远场辐射场在距离波导口  $r$  处  $\theta, \varphi$  方向的分量。由于工程中一般只考虑前 3~5 个模式, 所以本文选取  $TE_{10}, TE_{01}, TE_{11}, TE_{20}, TM_{11}$  五种模式进行实验。当  $r=10$  m 时, 辐射场场强分布如图 2 所示, 图中各模式的辐射场场强均为  $f_n(\theta, \varphi, r)$ 。

$$f_n(\theta, \varphi, r) = \sqrt{f_n^\theta(\theta, \varphi, r)^2 + f_n^\varphi(\theta, \varphi, r)^2} \quad (8)$$

从图 2 中可以看出每种模式辐射场场强的分布是不相同的, 这就意味着只要在一些场强差异比较大的地方进行测量, 例如在  $0^\circ, 25^\circ, 40^\circ$  等地方, 就能计算出各种模式在过模波导总场的复系数。

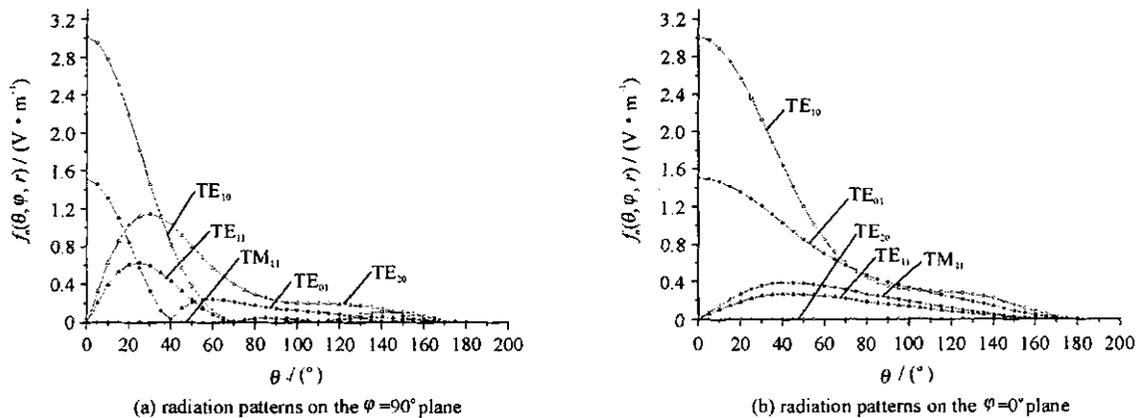


Fig. 2 Amplitude distributions of radiation field patterns of five modes

图 2 各模式辐射场幅值分布

### 2.2 遗传算法搜索最优模式的复系数

用遗传算法搜索最优模式的复系数的基本流程是:

- (1) 将反演波导中模式复系数的计算转换为一个搜索寻优过程, 即在所有可能的复系数组合中, 寻找与辐射场测量值最吻合的复系数; 再据此定义适应度函数, 一般定义为测量点上辐射场的计算值与测量值之差。
- (2) 在解空间内, 随机产生一定数量的个体 (称为染色体), 每个个体代表一种可能的复系数。
- (3) 利用辐射场正问题计算 (假设复系数, 计算测量点上的辐射场值), 得到每个个体的适应度。个体的适应度值越高, 就说明该复系数越能和实际的复系数吻合。
- (4) 通过选择、交叉、突变等操作产生新一代个体, 新一代个体具有更高的平均适应度。
- (5) 重复以上迭代过程, 直到满足适应度值要求的个体出现或达到迭代次数。

### 3 计算结果和分析

#### 3.1 最小二乘法和遗传算法反演数据的比较

在数值实验中选择  $TE_{10}, TE_{20}, TE_{01}, TE_{11}, TM_{11}$  五个模式, 其复系数振幅分别为:  $a_1 = 0.6, a_2 = 0.2, a_3 = 0.1, a_4 = 0.07, a_5 = 0.03$ ; 复系数相位分别为:  $\phi_1 = 18^\circ, \phi_2 = 36^\circ, \phi_3 = 54^\circ, \phi_4 = 72^\circ, \phi_5 = 90^\circ$ 。

实验中在  $\theta = 0^\circ$  和  $\varphi = 90^\circ$  平面, 从  $0^\circ$  到  $90^\circ$ , 每  $5^\circ$  测量振幅  $F_\theta(\theta, \varphi, r)$ , 共 37 个测量值, 计算中加入随机数模拟测量中产生的误差, 即  $F_\theta^m(\theta, \varphi, r) = F_\theta(\theta, \varphi, r) \times (1 + \beta)$ ,  $\beta$  为  $\pm 5\%$  随机数。

遗传算法的适应度函数为

$$f = \sum_{i=1}^{n_p} e^{-4} \left| \frac{F_\theta^m(\theta_i, \varphi, r)^2 - F_\theta^c(\theta_i, \varphi, r)^2}{F_\theta^m(\theta_i, \varphi, r)^2} \right| \quad (9)$$

式中:  $F_\theta^c(\theta, \varphi, r)$  为根据遗传算法个体信息合成的总辐射场在  $\theta$  方向上的分量;  $n_p$  为测量点的个数。

最小二乘法 (LSMM) 计算速度比遗传算法 (GA) 快, 而且在没有加随机误差时, 计算结果准确。在加了  $\pm 5\%$  随机误差后, 从表 1 中可以看出, 遗传算法的计算结果要比最小二乘法准确, 说明遗传算法具有较强的容错能力。

表 1 最小二乘法和遗传算法数据反演结果

Table 1 Computation results of the numerical experiment by LSMM and GA

parameter	no error				5% error			
	LSMM		GA		LSMM		GA	
	result	relative error/%	result	relative error/%	result	relative error/%	result	relative error/%
$a_1$	0.60	0	0.60	0	0.54	10.00	0.570	5.00
$a_2$	0.20	0	0.20	0	0.18	10.00	0.220	10.00
$a_3$	0.10	0	0.10	0	0.14	40.00	0.109	9.00
$a_4$	0.07	0	0.07	0	0.10	42.86	0.065	7.14
$a_5$	0.03	0	0.03	0	0.05	66.67	0.032	6.67
$\phi_1$	$18^\circ$	0	$18^\circ$	0	$17.4^\circ$	3.33	$19.8^\circ$	10.00
$\phi_2$	$36^\circ$	0	$36^\circ$	0	$37.6^\circ$	4.44	$32.2^\circ$	10.56
$\phi_3$	$54^\circ$	0	$54^\circ$	0	$45.3^\circ$	16.11	$60.3^\circ$	11.67
$\phi_4$	$72^\circ$	0	$72^\circ$	0	$54.7^\circ$	24.03	$78.5^\circ$	9.03
$\phi_5$	$90^\circ$	0	$90^\circ$	0	$52.5^\circ$	41.67	$82.5^\circ$	8.33

#### 3.2 利用辐射场总场强和遗传算法分析过模矩形波导中的模式

在表 1 中, 只采用  $F(\theta, \varphi, r)$  的  $\theta$  分量  $F_\theta(\theta, \varphi, r)$  进行了反演。实际上, 采用  $F(\theta, \varphi, r)$  可以获得更好的结果。数值实验选择相同的 5 个模式, 各模式相应参数不变, 同样在  $\varphi = 0^\circ$  和  $\varphi = 90^\circ$  平面, 从  $0^\circ$  到  $90^\circ$ , 每  $5^\circ$  测量振幅  $F(\theta, \varphi, r)$ , 共 37 个测量值, 计算中加随机数模拟测量中产生的误差, 即  $F^m(\theta, \varphi, r) = F(\theta, \varphi, r) \times (1 + \beta)$ ,  $\beta$  分别为  $\pm 5\%, \pm 10\%, \pm 15\%$  随机数。

遗传算法的适应度函数为

$$f = \sum_{i=1}^{n_p} e^{-4} \left| \frac{F_i^m(\theta, \varphi, r)^2 - F_i^c(\theta, \varphi, r)^2}{F_i^m(\theta, \varphi, r)^2} \right| \quad (10)$$

式中:  $F^c(\theta, \varphi, r)$  为根据遗传算法得到个体信息合成的总辐射场。

从表 2 可见, 虽然各模式的辐射场分布不同, 用遗传算法反演的各模式复系数却能和理论值很好地吻合。

表 2 不同误差的遗传算法反演结果

Table 2 Results of the numerical experiments with different error by GA

parameter	no error		5% error		10% error		15% error	
	result	relative error/%	result	relative error/%	result	relative error/%	result	relative error/%
$a_1$	0.60	0	0.570	5.00	0.520	13.33	0.710	18.33
$a_2$	0.20	0	0.210	5.00	0.240	20.00	0.250	25.00
$a_3$	0.10	0	0.109	9.00	0.112	12.00	0.130	30.00
$a_4$	0.07	0	0.068	2.86	0.061	12.86	0.083	18.57
$a_5$	0.03	0	0.032	6.67	0.021	30.00	0.041	36.67
$\phi_1$	18°	0	18.9°	5.00	14.2°	21.11	12.6°	30.00
$\phi_2$	36°	0	39.1°	8.61	26.4°	26.67	24.6°	31.67
$\phi_3$	54°	0	50.3°	6.85	43.2°	20.00	43.2°	20.00
$\phi_4$	72°	0	76.4°	6.11	77.8°	8.06	64.8°	10.00
$\phi_5$	90°	0	85.9°	4.56	82.4°	8.44	102.8°	14.22

## 4 结 论

本文基于辐射场及遗传算法对过模矩形波导中的模式进行分析。通过数值实验进行了模拟,结果表明这种方法能可靠地诊断出过模矩形波导内各模式的复系数。并且对最小二乘法和遗传算法反演结果进行了比较,比较结果表明遗传算法在测量值有误差时具有容错能力强的优势。

## 参考文献:

- [1] 刘国治, 刘静月, 黄文华. 一种简单的高功率微波模式和功率诊断方法[J]. 强激光与粒子束, 1998, **10**(4): 606-610. (Liu G Z, Liu J Y, Huang W H. A simple method of measurement of HPM mode and power. *High Power Laser and Particle Beams*, 1998, **10**(4): 606-610)
- [2] Nikitin P V, Stancil D D, Cepni A G, et al. A novel mode content analysis technique for antennas in multimode waveguides[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2003, **51**(12): 2402-2408.
- [3] Lorbeck J A, Vernon R J. Determination of mode content and relative phase in highly overmoded circular waveguides by open-end radiation pattern measurement[C]//Proc IEEE AP-S Int Symp, 1989, **3**:1251-1254.
- [4] Vernon R J, Pickles W R, Buckley M J, et al. Mode content determination in over-moded circular waveguides by open-end radiation pattern measurement[C]//Proc IEEE AP-S Int Symp, 1987, **1**:222-225.
- [5] 李少甫, 缪铁鸾, 张桂荣, 等. 用天线阵测量圆柱过模波导中虚阴极振荡器产生的高功率微波模式和功率[J]. 强激光与粒子束, 2003, **15**(7): 685-688. (Li S F, Miao T Y, Zhang G R, et al. Mode distribution and power diagnosis of the high power microwave from vircator with the antenna array. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, **15**(7): 685-688)
- [6] 陈星, 黄卡玛, 赵翔. 遗传算法在二维电磁成像病态方程求解中的应用研究[J]. 强激光与粒子束, 2002, **4**(4): 587-590. (Chen X, Huang K M, Zhao X. Genetic algorithm in solving ill-posed equations of 2D electromagnetic imaging. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, **4**(4): 587-590)
- [7] 林昌禄. 天线工程手册[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002: 38-41. (Lin C L. Antenna engineering handbook. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002: 38-41)
- [8] Guru B S, Hiziroglu H R. 电磁场与电磁波[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000: 345-356. (Guru B S, Hiziroglu H R. Electromagnetic Field Theory Fundamentals. Beijing: China Machine Press, 2000: 345-356)

## Mode content determination in over-moded rectangular waveguide based on radiation pattern and genetic algorithm

LIU Jie, HUANG Ka-ma

(School of Electronics and Information Science, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract:** A new method to determine the mode content in over-moded rectangular waveguide by radiation pattern and Genetic Algorithm (GA) was presented. The far-field radiation pattern of the open-end rectangular waveguide was measured and the complex coefficients of each mode were determined by this method. The complex coefficients computed by GA agree well with the measurement results. When some random errors in the computation were considered, the complex coefficients determined by GA agree well with the measurement values. The comparison results of the computation values of the Least Squares Minimization Method (LSMM) and those of GA indicate that the fault-tolerant ability of GA is better than that of LSMM.

**Key words:** Over-moded rectangular waveguide; High power microwave; Radiation pattern; Genetic Algorithm (GA); Mode content analysis