

基于 ABAQUS 平台的四渡河悬索桥 隧道锚围岩稳定性分析

卫 军¹, 李 昊¹, 杨曼娟¹, 朱 玉^{1, 2}

(1. 华中科技大学 土木工程与力学学院, 湖北 武汉 430074; 2. 中交第二公路勘察设计研究院 桥梁室, 湖北 武汉 430052)

摘要: 隧道锚在实际工程中应用不多, 目前对其稳定性的研究相对较少。基于大型通用非线性有限元分析软件 ABAQUS 的计算平台, 利用该软件提供的用户材料子程序 UMAT 接口, 将基于 Rankine 准则的 Mohr-Coulomb 模型添入 ABAQUS 中, 采用 Fortran 语言开发了接口程序, 并在此基础上对四渡河悬索桥隧道锚进行三维弹塑性有限元分析, 计算了初始地应力场, 模拟了隧道锚与公路隧道的新奥法施工过程, 并考虑了开挖过程中隧洞周边接触软弱层的形成。将锚碇围岩的稳定性和锚固系统的整体安全度作为主要研究内容, 其计算结果和长江科学院采用 FLAC^{3D} 的分析结果比较, 二者具有一致性。研究结果表明, 所研制的接口程序开发思路正确, 计算精度满足要求, 所完成的工作为隧道锚设计提供了依据, 具有相当重要的工程价值。

关键词: 隧道工程; 有限元; UMAT 子程序; Rankine 准则; Mohr-Coulomb 模型; 隧道锚; 弹塑性分析; 稳定性
中图分类号: O 242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 6915(2005)增 1 - 4894 - 07

STABILITY ANALYSIS OF ROCK AROUND TUNNEL-TYPE ANCHORAGE OF SIDUHE SUSPENSION BRIDGE BASED ON ABAQUS SOFTWARE

WEI Jun¹, LI Hao¹, YANG Man-juan¹, ZHU Yu^{1, 2}

(1. School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;
2. China 2nd Highway Reconnaissance, Design and Research Institute, Wuhan 430052, China)

Abstract: Tunnel-type anchorage is not widely used in practice, and not enough attentions have been paid to its stability up to now. Based on the user-defined material subroutine interface provided by ABAQUS, a new model by combining Rankine and Mohr-Coulomb criteria is established, and corresponding interface program is developed, in which Fortran language is adopted. Based on this model, a three-dimensional elasto plastic finite element analysis on the tunnel-type anchorage of Siduhe suspension bridge is performed. The initial geostress field is calculated, and the construction process of the tunnel-type anchorage and road tunnel with New Austrian tunneling method is simulated. At the same time, the weak terrane around the tunnel-type anchorage appeared in the excavation is considered. The stability and safety factor of the rock around the tunnel-type anchorage are main contents. The results conform to those from FLAC^{3D} analysis provided by Yangtze River Scientific Research Institute, which shows the feasibility and validity of the interface subroutine. The results can provide a reference to the current design rule of tunnel-type anchorage.

Key words: tunneling engineering; finite element; UMAT subroutine; Rankine criterion; Mohr-Coulomb model; tunnel-type anchorage; elastoplastic analysis; stability

收稿日期: 2005 - 04 - 28; **修回日期:** 2005 - 07 - 08

作者简介: 卫 军(1957 -), 男, 1982 年毕业于湖南大学土木工程系工业与民用建筑专业, 现任教授、博士生导师, 主要从事土木工程结构方面的教学与研究工作。E-mail: junewei@public.wh.hb.cn.

1 引言

锚碇基础是悬索桥的关键受力部位之一,其总体稳定性直接影响大桥的安全和长期使用的可靠性。但目前国内外的研究更多的是注重桥体本身的稳定性,而对于锚碇稳定性和安全性的研究则相对较少。悬索桥的锚碇分为重力式锚碇和隧道式锚碇,地处鄂西高原的四渡河悬索桥的桥位地质构造以岩体为主,其宜昌岸岩体节理少、性能好,特别适宜采用隧道锚。该桥宜昌岸桥塔与八字岭公路隧道出口相距仅 40 m,隧道锚与八字岭隧道紧密相连,使得锚碇周围岩体的受力情况更为复杂(见图 1)。

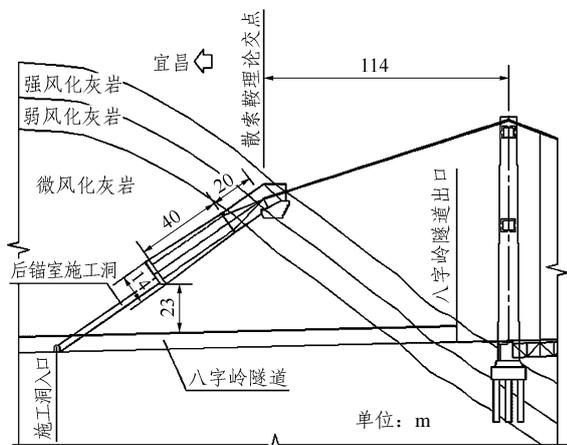


图 1 四渡河悬索桥隧道式锚碇

Fig.1 Tunnel-type anchorage of Siduhe suspension bridge

本构模型的选择是数值分析中的关键问题,本文考虑将 Rankine 准则和 Mohr-Coulomb 准则综合起来,以改进 Mohr-Coulomb 准则对材料抗拉强度过高估计的缺点,使其更符合工程实际,并利用大型有限元分析软件 ABAQUS 提供的用户材料子程序 UMAT 接口,将基于 Rankine 准则的 Mohr-Coulomb 模型添入 ABAQUS 中,开发了接口程序,在此基础上对四渡河悬索桥隧道锚进行三维弹塑性有限元分析,模拟了初始地应力场、隧道锚与公路隧道的新奥法施工过程以及隧道锚隧洞周边接触软弱层,以锚碇围岩的稳定性和锚固系统的整体安全度作为主要研究内容。

2 工程概况

2.1 锚碇区工程地质

四渡河悬索桥桥址基岩为坚硬的岩石,宜昌岸

锚碇区以洞深 25 m 处分界。0~25 m 为强风化弱卸荷带,25~50 m 为弱风化轻微卸荷带,50 m 下为微新岩体。在隧道锚实际施工开挖过程中,发现锚固系统周围岩体存在一个大小约为 25 m×3 m×20 m 的溶洞。根据工程地质资料,该溶洞位于施工的隧道锚洞后锚面底部的下方约 10~15 m 处,与主缆水平方向沿 NE~SW 方向偏离 30°, 垂直方向倾角与主缆倾角大致相同,约 35°。围岩力学参数来自于文[1]所提供的地质勘察结果。

2.2 隧道锚基本构造

四渡河桥隧道锚主要由鞍室、锚体、后锚室三部分组成。锚体长度为 40 m,锚碇底部与隧道顶部最小距离为 23 m。鞍室采用等截面,从散索鞍到前锚面设计为 20 m。鞍室衬砌厚度合计 55 cm。锚体纵断面为前小后大的楔形,在轴向拉力作用下,可对围岩体产生正压力。横断面采用矩形截面,顶部为圆弧形,前锚面截面尺寸为 9.5 m×10 m、顶部圆弧半径为 5.25 m,后锚面截面尺寸为 14 m×14 m、顶部圆弧半径为 7 m。

3 模拟计算

3.1 有限元模型

模型模拟的是沿桥梁纵向方向长度为 135 m,横向宽度为 140 m 的隧道锚碇附近的山体,根据不同性质的材料采用不同的单元来进行分析:岩体、锚体及施工混凝土均采用 C4D6R 单元,而锚碇与围岩之间喷衬砌,衬砌则采用 S3R 壳单元来分析。共划分了 44 626 个四面体单元,1 869 个三角形壳单元。边界条件为:侧向约束各面的法向位移,底面三向位移均约束,顶面自由。计算模型如图 2 所示。

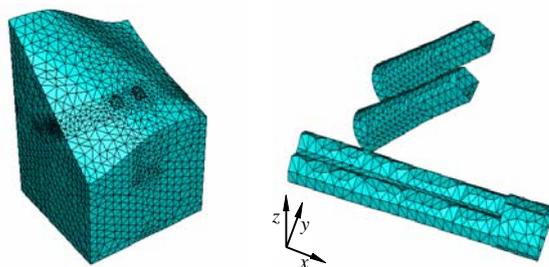


图 2 隧道锚计算模型

Fig.2 Finite element analysis model of anchorage

3.2 基于 Rankine 准则的 Mohr-Coulomb 模型

Mohr-Coulomb 准则是目前岩石力学中应用最

广和应用时间最长的岩石强度准则之一^[2]，但大量事实表明，Mohr-Coulomb 准则过高地估计了岩石的抗拉强度^[3]。Mohr-Coulomb 准则结合 Rankine 准则是综合考虑受拉和受压两种破坏模式的复合准则。通过这个复合准则，材料的破坏可被分为拉伸破坏和剪切破坏两种形式。拉伸形式的断裂破坏由 Rankine 准则判断，剪切形式的滑移破坏由 Mohr-Coulomb 准则来判断^[4]。

(1) Mohr-Coulomb 准则

Mohr-Coulomb 准则的屈服函数采用应力不变量可以表达为

$$F = R_{mc}q + p \tan \varphi - c = 0 \tag{1}$$

$$R_{mc}(\varphi, \theta) = \frac{1}{\sqrt{3} \cos \varphi} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{3} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \tan \varphi \tag{2}$$

在 π 平面上，Mohr-Coulomb 屈服面是一个不等角的六边形。为避免尖顶和棱角这些奇异点，使数值计算简化并加快收敛，ABAQUS 修正了屈服面形状，采用 Menétrey-Willam 型塑性势函数^[5]，在 π 平面上呈椭圆型、在子午面上呈双曲线型，屈服面完全光滑，其表达式为

$$G = \sqrt{(\varepsilon c \tan \psi)^2 + (R_{mw}q)^2} + p \tan \psi \tag{3}$$

$$R_{mw} = \frac{[4(1+e^2)(\cos \theta)^2 + (2e-1)^2]R_{mw}\left(\frac{\pi}{3}, \varphi\right)}{2(1-e^2)\cos \theta + (2e-1)\sqrt{4(1-e^2)(\cos \theta)^2 + 5e^2 - 4e}} \tag{4}$$

其中，

$$\left. \begin{aligned} \cos(3\theta) &= \frac{r^3}{q^3} \\ p &= \frac{1}{3} \text{trace} \boldsymbol{\sigma} \\ q &= \sqrt{\frac{3}{2}(\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S})} \\ r &= \left(\frac{9}{2} \boldsymbol{S} : \boldsymbol{S} : \boldsymbol{S}\right)^{\frac{1}{3}} \\ e &= \frac{3 - \sin \varphi}{3 + \sin \varphi} \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

式中： φ 为摩擦角， ψ 为剪胀角， c 为粘聚力， θ 为 Lode 角， \boldsymbol{S} 为偏应力张量。

(2) Rankine 准则(最大拉应力准则)

最大拉应力准则表明：当最大主应力达到拉伸强度 f'_t 时，材料发生拉伸破坏。应用应力不变量可

将屈服函数表达为

$$F = \frac{2}{3} \cos \theta q + p - f'_t = 0 \tag{6}$$

以上材料本构模型，通过在 ABAQUS 软件中编写用户材料子程序 UMAT 得以实现^[6]。

3.3 用户材料子程序 UMAT

本文中的 UMAT 子程序采用 Fortran 语言编制，通过与 ABAQUS 主求解程序的接口实现数据交流。UMAT 子程序包括以下几个部分：子程序定义语句、ABAQUS 定义的参数说明、用户定义的局部变量说明、用户编写的程序主体、子程序返回和结束语句。

主要求解过程：当每一个增量加载步开始时，ABAQUS 主程序在单元的积分点上调用 UMAT 子程序，并传入应变增量、时间步长及荷载增量，同时也传入当前已知状态的应力、应变及其他与求解过程相关的变量；UMAT 子程序根据本构方程求解应力增量并更新应力及其他相关的变量，提供 Jacobian 矩阵给 ABAQUS 主程序以形成整体刚度矩阵；主程序结合当前荷载增量求解位移增量，继而进行平衡校核。如果不满足指定的误差，ABAQUS 将进行迭代直到认为收敛，然后进行下一增量步的求解。

3.4 初始地应力场模拟

四渡河桥位锚碇区为相对孤立的山体，锚碇位于浅表区(最大埋深约 100 m)，可不考虑温度应力。岩体力学试验报告表明隧道锚区附近山体的初始地应力主要由岩体的自重引起，地质构造作用的影响不大。

初始地应力场的模拟采用“初应力载荷法”，即采用输入文件来把初应力指定为一种载荷条件，而后直接进行第一步的开挖计算。这种方法所得应力场和位移场就是开挖后的实际应力场和位移场，无需进行加减。该方法前期工作较直接仿真分析复杂，操作步骤多，但是在后处理分析时就不需要每次都要减去第一步自重产生的位移，实际工作量反而有所减少，程序输出数据的物理意义也较为明确。具体操作步骤为：首先按照岩体力学理论中的自重应力的原理，得出山体的初始地应力场并写入“.out”文件，该文件即是锚碇区的初始载荷条件，而后，将此地应力场的初始载荷条件加载到隧道锚的仿真分析模型上，这样隧道锚的施工将在一个具有原始自重地应力场的山体中进行，与实际施工情况相符，保证了计算的准确性与可靠性。

3.5 台阶法施工过程模拟

四渡河隧道锚采用新奥法台阶法施工。台阶法开挖首先要弱化围岩而后开挖锚洞,因此,在用 ABAQUS 进行有限元模拟时,对于被开挖的单元应首先进行卸载处理,即进行岩体的弱化。为了模拟隧道的施工开挖过程,本文定义了时间虚拟参数^[7],其仅仅表示施工过程中各个施工阶段的分界点,而不是真正意义上的时间概念,对应的是该开挖阶段不同的材料参数,因此可以用时间虚拟参数的改变代表卸载和开挖进程。有限元模型实现是按施工程序的时间先后顺序改变数值分析模型的材料参数,即以动态的数值分析模拟手段重现现实中动态的施工过程。

在洞室的施工过程中,通常需要通过支护结构来保持围岩的稳定性和满足地下结构的正常使用功能。采用有限单元法对施工过程中支护结构(包括初期支护和二次衬砌)的作用效果进行模拟的方法如下:在建模初期,对于支护结构要进行准备模拟工作,定义专门的单元集,该单元集采用板壳面状单元定义,编入节点和单元号,并且根据初期设计,对初期衬砌和二次衬砌分别定义材料参数。开始施工前由于支护单元并不存在,必须在 ABAQUS 的“input”文件初始条件中将这此衬砌壳单元“remove”,即先进行“空单元化”,使得模型符合没有支护单元且存在初始地应力的实际情况,然后在合适的新奥法施工荷载步中加入这些壳单元,同时恢复其刚度等材料属性,来实现其支护的功能。

台阶法施工过程中,岩体开挖会使其周围岩体出现接触软弱层,根据声波试验可确定接触软弱层范围为开挖洞室周边 1 m 以内。模拟接触软弱层弱化的方法与前述卸荷模拟相似,都采用时间虚拟参数模拟,注意此时的时间虚拟参数与开挖卸荷过程中的虚拟时间参数意义有所区别,一个代表施工开挖过程,一个代表岩体弱化过程,但两者的时间参数变量对应的都是岩体材料参数的变化。

本文的分析采用 35 个施工步模拟了整个施工过程,具体划分为(括号内数字代表施工步):引入初始应力场(1, 2)、开挖八字岭公路隧道并支护(3~13)、锚室的开挖和支护(14~20)、锚体开挖支护回填(21~28)、施加预应力(29)、施加运营缆力(30)、3~7 倍缆力数值超载试验(31~35)。

4 结果分析

4.1 围岩体位移变化

4.1.1 公路隧道和锚洞开挖后

公路隧道开挖时,锚体围岩变形非常小,说明公路隧道的开挖对锚体围岩影响不大。锚洞开挖后,洞周围岩体发生变形,上部下沉,下部回弹而侧面朝向洞内变形,最大位移为 2.5 mm,发生在锚体后部的接触软弱层中。锚碇混凝土回填后,隧道锚的隧洞顶部的位移由于锚碇自身重力的作用而有所增大,此时的最大位移值为 2.8 mm,最大下沉量增加 0.3 mm,位移较大的部位在两锚碇的中间顶部以及附近软弱接触面的岩体中,其位移为 1.3~2.4 mm。由于两个锚洞的相互影响,两锚体后部之间的岩体整体位移也相对较大,其位移为 1.5~2.1 mm。而公路隧道附近围岩位移主要取决于公路隧道的开挖,沿隧道开挖的方向(X 方向)最大位移值为 0.3 mm,在两个小隧道的拱顶;与隧道正交的水平方向(Y 方向)最大位移值 0.6 mm,发生在大隧道端部;垂直方向(Z 方向)的位移在两个小隧道顶部比较明显,最大位移值为 2 mm,说明隧道顶部发生下沉。

4.1.2 施加荷载后

预应力及缆力的施加主要使锚碇周边接触软弱层和附近山体的位移重新整合,预应力的施加先使锚碇中部附近的围岩位移进行自身调整,发生最大位移的位置已经改变至锚体的前部,同时,该位置附近的接触软弱面的竖向位移也比较大,范围为 1.8~2.4 mm。挂缆后,竖向最大位移仍在锚碇附近的山体中,锚碇顶部中间山体除前锚面附近外,其他位置并不太大。加载 220 000 kN/缆时,锚碇围岩位移变化不显著。缆力为 660 000 kN/缆验算时,此时,位移的方向主要是沿缆索向外,顺桥向和竖向位移明显增加,横桥向最小,其变化值接近于 0。弱风化层内的前锚面附近位移有所降低,整个锚碇的较大位移部位分布在锚碇顶端接触软弱面及其附近的岩体中。当加载至 4.5 倍缆力以上时,较大位移区开始向山体内扩散。随着主缆荷载的增加,岩体变形也逐步增加,在超载 7 倍时,顺桥向和竖向位移值超过 1.5 mm 的岩体范围均分布在以两锚碇中心为圆心,半径为 40 m 的山体范围内,竖向最大值达到 4.5 mm;顺桥向最大位移值达到 5.6 mm。

施加预应力、缆力及超载后,公路隧道围岩位移的变化值在 1 mm 以内,说明隧道锚对公路隧道的影响不大。

4.1.3 围岩体控制点随各施工步的位移变化

左右侧锚体围岩的位移变化及量值基本相同,取右侧锚体在前锚面和后锚面附近的控制点为观察

对象：223#节点位于右侧锚体后锚面附近左右对称线处底部围岩；203#节点位于右侧锚体后锚面附近左右对称线处顶部围岩(如图3所示)。

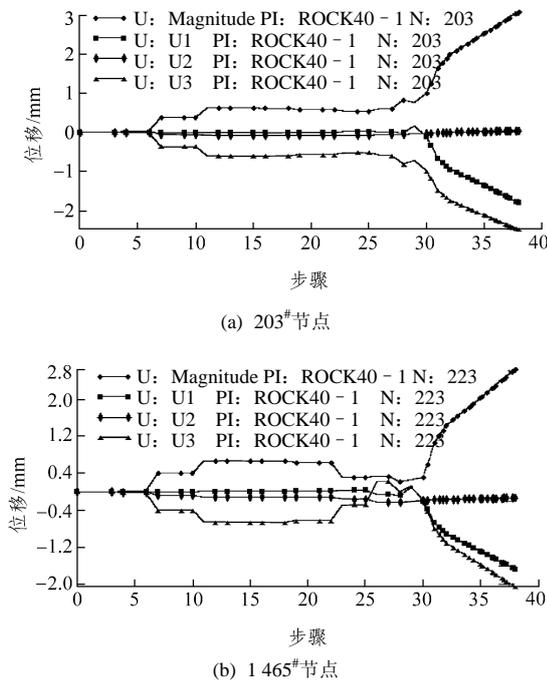


图3 锚体顶部节点图

Fig.3 Scheme for the nodes in the top of anchorage body

4.2 围岩体塑性区分布

加载时屈服区最先产生在接触面软弱层内，其发展情况为：在施加预应力前，整个山体由于施工开挖的影响而出现个别的屈服单元，山体完好，不影响整体情况。施加预应力及加载从设计缆力到3倍缆力超载阶段，屈服区很小，主要分布在锚体内空洞中间的接触软弱层内。从4倍缆力开始，后锚室周边的屈服区域开始向锚体周边软弱层扩展，延伸范围大致在4m以内；与此同时，前锚面周边接触软弱层内开始出现屈服。加载至5倍缆力时，后锚室中间的接触软弱层的屈服区变化不大，前锚面附近微风化层中的软弱胶结弱面内的屈服区向两侧扩展较快。超载7倍缆力时，后锚室的顶部周边接触软弱带也完全屈服，中间微风化层中开挖未扰动岩体中屈服区域开始扩大，两个锚碇之间的屈服区域在微风化层中接近贯通(如图4所示)。

从塑性区的分布来看，锚碇的承载力约在5~7倍的设计缆力之间，可以认为7倍设计缆力时锚碇系统已经失效。在正常设计缆力作用下，锚碇具有足够的安全稳定性。

4.3 计算结果比较

根据文[7]，长江科学院曾采用FLAC^{3D}软件对

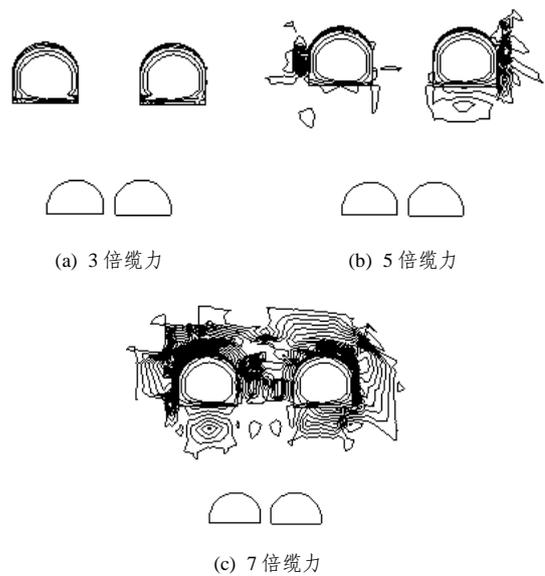


图4 岩体塑性区分布(横截面)

Fig.4 Plastic zone in rock mass (cross-section)

隧道锚进行弹塑性分析。虽然FLAC^{3D}采用差分法进行计算，ABAQUS采用有限元法计算，但计算结果表明二者的围岩位移和塑性区分布的变化规律基本一致。

表1给出了FLAC^{3D}和ABAQUS的计算结果。图5、6分别为最大增量位移、塑性区体积与超载荷载的变化关系。

表1 FLAC^{3D}和ABAQUS的计算结果

Table 1 Numerical results of FLAC^{3D} and ABAQUS

荷载	最大增量位移/mm		塑性区体积/m ³	
	FLAC ^{3D}	ABAQUS	FLAC ^{3D}	ABAQUS
设计缆力(P)	3.58	2.73	7 079.43	5 900.3
3倍缆力(3P)	7.59	5.87	11 072.30	9 068.3
5倍缆力(5P)	12.13	10.31	19 541.30	16 276.4
7倍缆力(7P)	17.44	16.73	35 221.90	29 906.7

注：P为设计缆力。

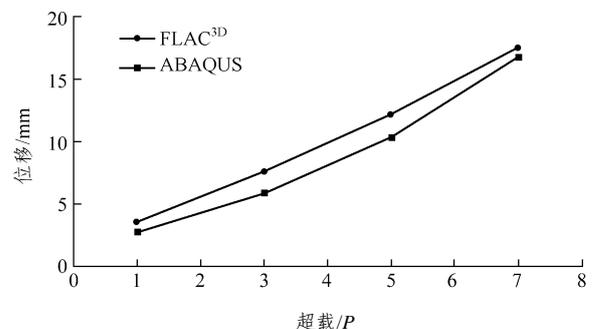


图5 最大增量位移与超载荷载的关系

Fig.5 Relationship between the maximum increment displacements and overload

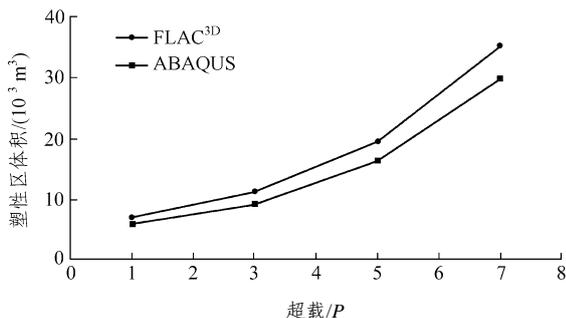


图6 塑性区体积与超载荷载的关系

Fig.6 Relationship between volume of plastic area and overload

从 FLAC^{3D} 和 ABAQUS 的计算结果比较来看,二者相差在 4%~24% 左右,其原因一是 FLAC^{3D} 软件采用差分法进行计算,而 ABAQUS 软件采用有限元法计算,差分算法属于显式算法,ABAQUS 采用的是隐式算法,就算法而言 ABAQUS 计算结果应比 FLAC^{3D} 软件计算结果更为精确。原因二是长科院采用 FLAC^{3D} 软件对隧道锚固系统进行分析时,并未考虑隧道锚隧洞和公路隧道锚洞初期衬砌及二次衬砌的影响,而用 ABAQUS 建模时详细考虑了衬砌施工过程及其对围岩的影响,从而造成 ABAQUS 计算结果较 FLAC^{3D} 计算结果偏小。除此之外,计算模型的建立、施工步骤的模拟以及网格划分对计算结果也有一定影响。

5 结 语

(1) 本文依据 ABAQUS 提供的用户材料子程序接口,将基于 Rankine 准则的 Mohr-Coulomb 模型加入 ABAQUS,扩大了 ABAQUS 在弹塑性有限元分析中的应用范围,并为有限元程序的开发提供了一个新的并且非常实用的途径。(2) 初始应力场建立。先对初始地应力场进行简单的有限元预处理,根据预处理的结果在输入文件中把初始地应力指定为一种载荷,采用初应力荷载法进行地应力场模拟符合实际中初始应力产生的初始位移早就结束的情况。(3) 开挖的模拟方法及新奥法施工过程实现。提出采用“地应力自动释放法”进行开挖模拟。论证采用虚拟时间参数模拟施工过程和软弱层形成过程的可行性及方法。(4) 锚体围岩位移维持在毫米量级,在施工开挖阶段基本保持稳定,在数值超载阶段竖向位移迅速增大。(5) 锚体围岩塑性区从锚体前锚面向后部延伸,沿路线前进方向和锚体两侧

发展明显。在 7 倍缆力作用下,锚体周围约有 70% 的岩体进入塑性,沿锚体环向塑性区和锚体间岩体塑性区均达到贯通。(6) 从塑性区的分布和围岩的位移两个方面,将 ABAQUS 结合 UMAT 子程序的计算结果和长科院分析报告进行对比,二者具有一致性,表明本文所开发的 UMAT 子程序思路正确,其计算精度能满足要求。

参考文献(References):

- [1] 中交第二公路勘察设计研究院,长江水利委员会长江科学院. 沪蓉国道主干线宜昌至恩施段四渡河特大桥隧道锚碇岩体力学性质试验研究报告[R]. 武汉: 中交第二公路勘察设计研究院,长江水利委员会长江科学院, 2003.(China 2nd Highway Reconnaissance, Design and Research Institute, Yangtze River Scientific Research Institute. Research on mechanical properties of rock mass in region of Siduhe Bridge in sub-object Yichang—Enshi segment of Hurong Highway[R]. Wuhan: China 2nd Highway Reconnaissance, Design and Research Institute, Yangtze River Scientific Research Institute, 2003.(in Chinese))
- [2] 张学言. 岩土塑性力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 1993.(Zhang Xueyan. Geotechnical Plastic Mechanics[M]. Beijing: China Communications Press, 1993.(in Chinese))
- [3] 陈惠发. 土木工程材料的本构方程(第二卷)[M]. 余天庆编. 武汉: 华中科技大学出版社, 2001.(Chen Huifan. Constitutive Equations of Engineering Materials(Volume II)[M]. Yu Tianqing ed. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2001.(in Chinese))
- [4] Chen W F. Plasticity in Reinforced Concrete[M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1982.
- [5] Sorensen Inc.. ABAQUS/Standard User's Manual[M]. Hibbit, Karlsson: Sorensen Inc., 2002.
- [6] 杨曼娟. ABAQUS 用户材料子程序开发及应用[硕士学位论文][D]. 武汉: 华中科技大学, 2005.(Yang Manjuan. Development and application of user-defined material subroutine in ABAQUS software[M. S. Thesis][D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2005.(in Chinese))
- [7] 中交第二公路勘察设计研究院,长江水利委员会长江科学院. 沪蓉国道主干线宜昌至恩施段四渡河特大桥隧道锚碇三维弹塑性数值分析[R]. 武汉: 中交第二公路勘察设计研究院,长江水利委员会长江科学院, 2003.(China 2nd Highway Reconnaissance, Design and Research Institute, Yangtze River Scientific Research Institute. Three-dimensional elasto-plastic analysis on the tunnel-type anchorage of Siduhe suspension bridge in sub-object Shanghai—Guangzhou segment of Hurong Highway[R]. Wuhan: China 2nd Highway Reconnaissance, Design and Research Institute, Yangtze River Scientific Research Institute, 2003.(in Chinese))