

# 基于改进的能量守恒方法恢复 CHAMP 重力场模型

徐天河<sup>1</sup>, 甘月红<sup>2</sup>

(1. 西安测绘研究所, 西安 710054; 2. 南昌航空工业学院, 南昌 330036)

**摘要** 利用 CHAMP 卫星轨道和加速度计数据推求地球重力场模型的一种有效方法是能量守恒方法. 本文基于能量守恒方程, 推导了整体求解尺度、偏差、积分常量和位系数的计算公式, 提出了整体求解位系数、积分常量、尺度和偏差参数的重力场恢复方法-改进的能量法. 该方法摆脱了目前使用能量法时, 必须预先通过其它外部手段标定加速度计数据以及积分常量通过近似计算获取的现状. 基于德国慕尼黑技术大学(TUM)提供的约 300 天的 CHAMP 卫星几何法轨道和 GFZ 提供的加速度计数据, 计算出了  $60 \times 60$  阶地球重力场模型 XISM-CHAMP1S, 并与 EIGEN-CG03C、EIGEN-CHAMP03S、EIGEN2、ENIGN1S、EGM96 模型进行了比较. 结果表明: XISM-CHAMP1S 模型精度明显优于相同阶次 EGM96、EIGEN1S 和 EIGEN2, 与同阶次的 EIGEN-CHAMP03S 模型精度最为接近.

**关键词** 地球重力场模型, 能量守恒, 几何法轨道, CHAMP

中图分类号 P312

文献标识码 A

文章编号 1004-2903(2008)02-0063-06

## CHAMP Gravity field recovery based on the improved energy conservation approach

XU Tian-he<sup>1</sup>, GAN Yue-hong<sup>2</sup>

(1 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China;

2 Nanchang Institute of Aeronautical Technology, Nanchang 330036, China)

**Abstract** One of the most efficient method for gravity field determination from satellite observations of CHAMP is the energy conservation approach. In this paper, an improved energy conservation approach is presented and the corresponding formulas are derived. This method can provide an integer estimate on potential coefficients, integral constant, scale factor and bias parameter. A 60 degree and order gravitational potential model XISM-CHAMP1S is determined using about 300 days' CHAMP kinematic orbits from TUM and accelerometer data from GFZ. The comparisons among XISM-CHAMP1S, EIGEN-CG03C, EIGEN-CHAMP03S, EIGEN2, ENIGN1S and EGM96 are made. The results show that XISM-CHAMP1S model is more accurate than EGM96, EIGEN1S and EIGEN2 at the same degree and order, and has almost the same accuracy as EIGEN-CHAMP03S.

**Keywords** Earth gravity model, energy conservation, kinematic orbit, CHAMP

### 0 引 言

德国的 CHAMP 卫星已于 2000 年 7 月发射成功, 它装载有 GPS 接收机和三轴加速度仪, 是第一颗提供了卫星位置数据和加速度数据的低轨卫星. 利用这些数据, 可简便、快捷地获取全球重力场模

型. 目前 CHAMP 重力场恢复的主要方法有 Kaula 线性摄动法<sup>[1]</sup>、加速度方法<sup>[2~4]</sup>、积分法<sup>[2, 5, 6]</sup>和能量法<sup>[7~15]</sup>. 其中, 积分法和能量法在 GRACE 及月球重力场恢复中也得到了成功的应用<sup>[16~22]</sup>. 能量守恒方法是目前用于恢复 CHAMP 重力场模型最为常用和有效的方法之一, 国内外许多学者对该方法

收稿日期 2007-01-14; 修回日期 2007-03-29.

基金项目 国家自然科学基金项目(40604003, 40474001) 资助.

作者简介 徐天河, 男, 1975 年生, 博士, 现任西安测绘研究所副研究员, 主要从事卫星重力数据处理和卫星导航理论与方法研究. (E-mail: xtianhe@263.net)

进行了深入研究,并将它成功地用于恢复地球重力模型的计算中<sup>[8~14]</sup>.能量法中的一个关键问题是由加速度计数据计算耗散能量.虽然从GFZ数据中心得到的星载加速度计观测数据是已经标定过的,实际研究表明:无论在精密定轨或重力场恢复时,都需要对其进行重新标定.针对加速度偏差和尺度因子再确定,目前常用的方法有两种<sup>[4, 8~14]</sup>:现有重力场标定法和卫星轨迹交叉点平差法.这些方法虽然可有效地减弱加速度计数据存在的偏差,但都或多或少地依赖于先验重力场模型<sup>[4]</sup>.而且上述方法都是基于验前信息进行加速度计数据的标校,与重力场模型的恢复是分开进行的.另外,能量方程中积分常量的确定目前也存在问题,一般是通过近似计算获得<sup>[4, 10, 14]</sup>.

针对上述问题,本文基于能量守恒方程,提出了利用能量法恢复CHAMP重力场模型的新算法.该方法可整体求解位系数、积分常量、尺度和偏差参数,而不必利用其它外部手段预先标定加速度计数据.论文第一部分介绍了能量法,基于此,第二部分给出了利用改进的能量法推求地球重力场模型的原理及步骤.文章最后利用约300天的CHAMP卫星几何法轨道和加速度计数据计算出了 $60 \times 60$ 地球重力场模型,并对该模型精度进行了评价.

## 1 能量守恒方程

惯性系下CHAMP卫星运行中的能量守恒方程可表示为<sup>[8~15]</sup>

$$T = \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 - V_s - V_m - \omega(xv_y - yv_x) - F - E_0 - U, \quad (1)$$

其中 $T$ 为地球重力场扰动位, $\frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2$ 为卫星的动能, $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$ 为卫星的速度矢量, $V_s$ 和 $V_m$ 分别为太阳和月球产生的引力位, $\omega$ 为地球自转角速度, $\mathbf{x} = (x, y, z)$ 为卫星位置矢量, $F$ 是由非保守力引起的能量损失或耗散, $E_0$ 为积分常量, $U$ 为地球重力场正常位(不包括离心力位),通常取GRS80的正常重力位.公式(1)是能量法恢复地球重力场模型的基本方程.

耗散能量 $F$ 的计算公式如下:

$$F = \int_{t_0}^t \mathbf{v} \cdot \mathbf{a} dt, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)^T$ 为非保守力引起的加速度矢量,它由星载加速度计测量得到.

由于CHAMP卫星加速度计的其中一个电极

出现故障,导致所测径向方向的加速度值误差较大<sup>[4, 8, 13]</sup>.目前国外许多学者建议采用如下公式<sup>[9, 11]</sup>:

$$F = \int_{t_0}^t |\mathbf{v}| \cdot a_T dt, \quad (3)$$

其中 $|\mathbf{v}|$ 为速度矢量的模.利用该公式的理由是,非保守力中量级最大的是大气阻力,而大气阻力引起的摄动加速度正好是由加速度计沿迹方向的分量 $a_T$ 测得.实际计算表明,利用该近似公式,其误差小于2%<sup>[14]</sup>,因此本文将基于该公式计算耗散能量.

显然,由(3)式计算耗散能量,需要精确测定 $\mathbf{v}$ 和 $a_T$ ,其中 $a_T$ 的精度取决于星载加速度计的精度,星载加速度计往往存在系统偏差,实践中必须进行标校.GFZ数据中心虽然提供了标校参数,但实际计算表明,无论精密定轨或重力场恢复,还必须对加速度计数据进行重新标校.目前常用标校方法有两种:现有重力场模型标定法和卫星轨迹交叉点平差法.前一种方法利用现有重力场模型计算扰动位,根据公式(1)式对尺度和偏差进行标定,这种方法显然要依赖先验重力场模型,由此恢复出的重力场模型在一定程度上受其影响.卫星轨迹交叉点平差法是一种更为有效的方法,它是利用交叉点处扰动位的不符值来标定尺度和偏差.但交叉点通常与数据采样点不重合,而且为了保证有足够的交叉点个数,通常需要将扰动位观测值延拓到一个平均轨道高度(如400 km),因此需要利用现有的重力场模型进行扰动位向上或向下延拓,由此得到的标校参数也受先验重力场模型的影响,但这种影响要比前一种方法小很多.由此可以看出,无论那种方法,其结果都或多或少地受先验重力场的影响.除加速度计数据标校外,未知积分常量 $E_0$ 的确定也存在问题.目前对 $E_0$ 的处理通常基于扰动位在0附近“扰动”,而取(1)式右端的平均值作为 $E_0$ 的近似值<sup>[9]</sup>,这种方法显然是一种近似<sup>[14]</sup>.

## 2 整体求解位系数、积分常量、尺度和偏差的重力场恢复方法

为了克服或削弱上述方法存在的问题,我们提出整体求解位系数、积分常量、尺度和偏差的重力场恢复新方法.

将(1)式改写为

$$T + E_0 + F = \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 - V_s - V_m - \omega(xv_y - yv_x) - U. \quad (4)$$

公式右端可通过卫星轨道和加速度计数据计算得

到,如前所述,虽然 GFZ 已对加速度计数据进行了标定,提供了标校参数,但数据中还存在残余的系统偏差影响,如果不加以考虑,势必对结果产生影响。

为此,我们必须对其进行估计,假定偏差参数和尺度因子分别为  $k_0$ 、 $k_1$ ,通过简单推导可得:

$$F(t) = \int_{t_0}^t |\mathbf{v}(t)| \cdot (k_1 a_T + k_0) dt. \quad (5)$$

上述公式可根据数据采样间隔(如 10 秒或 30 秒)进行离散化处理,如  $t_k$  时刻对应的耗散能量可写为:

$$F(t_k) = \sum_{m=1}^k |\mathbf{v}(t_m)| \cdot (k_1 a_T(t_m) + k_0) \Delta t. \quad (6)$$

上述公式实际上是一个近似公式,隐含的前提条件是在历元时间间隔  $\Delta t$  (如 10 秒或 30 秒)内,卫星速度的模及沿迹分量  $a_T$  近似为一常量,取  $t_m$  时刻的观测值.更为精确的方法可采取中点公式:

$$F(t_k) = \sum_{m=1}^k \frac{|\mathbf{v}(t_m)| + |\mathbf{v}(t_{m-1})|}{2} \times \left[ k_1 \frac{a_T(t_m) + a_T(t_{m-1})}{2} + k_0 \right] \Delta t. \quad (7)$$

扰动位可表示为:

$$T = \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \bar{U}_n^m + \bar{S}_{nm} \bar{V}_n^m), \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} \bar{U}_n^m = \frac{GM_e a_e^n \bar{P}_n^m(\sin\varphi) \cos m\lambda}{r^{n+1}} \\ \bar{V}_n^m = \frac{GM_e a_e^n \bar{P}_n^m(\sin\varphi) \sin m\lambda}{r^{n+1}} \end{cases}, \quad (9)$$

上式中,  $\varphi$  和  $\lambda$  为空间单位质点的纬度和经度,  $a_e$  为地球平均半径,  $GM_e$  为地球引力常数,  $\bar{P}_n^m(\sin\varphi)$  为正常化的缔合勒让德多项式,  $\bar{C}_{nm}$  和  $\bar{S}_{nm}$  为正常化的地球引力位系数,  $n$  和  $m$  为多项式的阶和次,  $\bar{U}_n^m$  和  $\bar{V}_n^m$  可以通过递推公式求得。

将(7)、(8)代入(5)式中便是整体求解位系数、积分常量、尺度和偏差参数的观测方程.其误差方程可简写为:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{Y} - \Delta\mathbf{L}, \quad (10)$$

其中  $\mathbf{X}$  为位系数参数向量,是全局参数;而  $\mathbf{Y}$  为积分常量、尺度和偏差参数向量,是局部参数,可每天解算一组.  $\mathbf{A}$  为重力场参数系数矩阵,可根据(9)式计算得到;  $\mathbf{B}$  为积分常量、尺度和偏差参数系数矩阵,积分常量的系数矩阵元素始终为 1,尺度和偏差系数矩阵可根据(7)式计算得到。

基于上述观测方程,利用最小二乘法可整体求解位系数、积分常量、尺度和偏差参数.考虑到法方

程的可叠加性,也可将弧段内的积分常量、尺度和偏差参数消去,只保留与位系数有关的法方程,然后将每一弧段的法方程进行叠加,最终求解位系数的总法方程。

应该指出,利用最小二乘法直接解算由(10)式组成的法方程,耗时巨大,为此本文采用共轭梯度算法,可大大提高计算效率,减少计算存储量,具体实现过程可参见文献[8,23,24].利用上述方法计算 70 阶以下的低阶位系数,方程病态并不严重.但当位系数超过 70 阶以上的时,上述观测方程是病态性会大大增加,此时为了改善位系数的计算精度,特别是高阶位系数的精度,必须采用正则化算法,如奇异值分解方法(SVD),Tikhonov 正则化方法等<sup>[25~28]</sup>。

### 3 计算与分析

利用能量法,由动力法或约化动力法轨道计算出的重力场在一定程度上受定轨中所采用的先验重力场模型的影响<sup>[8,11,12]</sup>.克服这一影响的有效方法是采用几何法轨道,因为几何法定轨不采用任何先验重力模型<sup>[11,12]</sup>.为此,本文采用 TUM 提供的 2002 年 4 月~2003 年 3 月中共 300 天的几何法轨道和 GFZ 提供的加速度计数据进行重力场模型恢复,模型阶数为 60,记为 XISM-CHAMP1S(Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping 缩写为 XISM).数据采样间隔为 30 秒,这样共有约  $300 \times 2880 = 864000$  个观测历元,参数个数为 3717 个.我们对观测数据进行了预处理,计算出的扰动位大于 3 倍中误差(以高精度重力场模型如 EIGEN-CG03C 计算结果为基准).计算中非地球引力的保守力主要考虑日、月引力,固体潮、海潮和相对论效应等<sup>[29]</sup>.由于几何轨道仅提供了卫星位置,而利用能量法恢复地球重力场模型还需要知道卫星速度,为此我们利用牛顿数值微分公式并辅助移去-恢复方法计算卫星速度,参见文献[12].采用不同重力场模型位系数差的阶方差评定本文解算出的重力场模型精度,公式如下:

$$\sigma_l = \sqrt{\sum_{m=0}^l [(C_{lm} - \bar{C}_{lm})^2 + (S_{lm} - \bar{S}_{lm})^2]} \quad l = 2, 3, \dots, 60, \quad (11)$$

其中  $C_{lm}$  和  $S_{lm}$  为参考模型位系数,  $\bar{C}_{lm}$  和  $\bar{S}_{lm}$  为估计出的位系数,  $l$  和  $m$  为位系数的阶和次。

图 1 为 XISM-CHAMP1S、EIGEN-CHAMP03S、EIGEN2、EIGEN1S 和 EGM96 模型与 EIGEN-CG03C 模型的位系数差的阶方差. EIGEN-CHAMP03S 模型

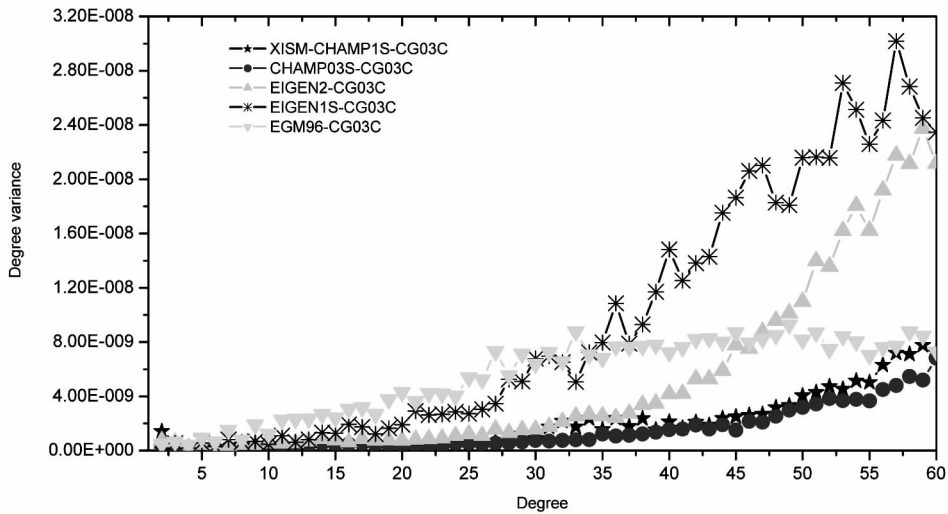


图 1 各重力场模型与 EIGEN-CG03C 模型位系数差的阶方差

Fig. 1 Degree Variances between EIGEN-CG03C and XISM-CHAMP1S, EIGEN-CHAMP03S, EIGEN2, EIGEN1S, EGM96

表 1 各重力场模型与 EIGEN-CG03C 得到的大地水准面高度差值统计结果

Table 1 The Statistical Results of Geoid Differences between EIGEN-CG03C and XISM-CHAMP1S, EIGEN-CHAMP03S, EIGEN2, EIGEN1S, EGM96

重力场模型	阶数	最大值/cm	最小值/cm	标准偏/cm
XISM-CHAMP1S	30	9.58	-11.52	2.48
	40	20.26	-18.73	3.32
	50	30.53	-35.65	7.15
	60	89.87	-96.28	13.58
EGM96	30	46.73	-41.50	11.25
	40	113.16	-103.77	16.57
	50	153.82	-155.50	22.20
	60	199.62	-220.67	26.13
EIGEN1S	30	40.78	-33.82	7.80
	40	95.67	-74.77	19.31
	50	217.02	-267.61	40.49
	60	566.53	-506.70	67.61
EIGEN2	30	10.56	-11.47	2.99
	40	28.67	-23.18	6.59
	50	108.96	-105.59	17.66
	60	431.84	-401.05	44.85
EIGEN-CHAMP03S	30	6.12	-4.86	1.06
	40	10.38	-8.84	2.63
	50	22.69	-19.28	5.24
	60	48.90	-42.41	10.72

(2004 年公布)是利用近 3 年的 CHAMP 数据计算得到的,模型最大阶次为 140. EIGEN-CG03C 模型(2005 年最新公布)是由 CHAMP、GRACE 卫星观测数据加入地面重力数据获得的高精度 360 阶地球重力场模型,是目前国际上所公认的精度最高的地球重力场模型<sup>[30]</sup>.

为进一步验证 XISM-CHAMP1S 模型的可靠程度和精度,取前 30 阶、40 阶、50 阶、60 阶位系数分别计算区域为:经度  $-150^{\circ} \sim 150^{\circ}$ , 纬度  $-60^{\circ} \sim 60^{\circ}$ , 间隔为  $1^{\circ}$  的网格点的大地水准面高,这样共有 36421 个格网值,并与 EIGEN-CG03C 模型的计算值进行比较,结果见表 1.

从上述结果可以看出:

(1) XISM-CHAMP1S、EIGEN2 和 EIGEN-CHAMP03S 模型的低阶位系数有很好的 consistency,但随着位系数阶数的增加,XISM-CHAMP1S 和 EIGEN-CHAMP03S 模型的精度要优于 EIGEN2, EIGEN-CHAMP03S 模型与 EIGEN-CG03C 最为接近.

(2) XISM-CHAMP1S 模型与 EIGEN-CG03C 模型前 30、40、50、60 阶位系数获得的大地水准面高差值的标准偏差分别为 2.48cm、3.32cm、7.15cm 和 13.58cm,明显优于同阶次的 EGM96、EIGEN1S 和 EIGEN2 模型.

(3) 总体而言,XISM-CHAMP1S 模型比 EIGEN-CHAMP03S 模型精度略低,而明显优于 EGM96、EIGEN1S 和 EIGEN2 模型.

(4) XISM-CHAMP1S 模型的二阶项不太理想,可能是由于积分常量或尺度参数与二阶项有一定的相关性造成的,具体原因还有待进一步研究。

## 4 结 论

本文针对 CHAMP 重力场的恢复,基于能量守恒方程,提出了改进的能量守恒方法。该方法可整体解算位系数、积分常量、尺度和偏差参数。基于约 300 天的 CHAMP 几何法轨道和加速度计数据,利用上述方法获得的 60 阶次地球重力场模型 XISM-CHAMP1S,该模型不受任何先验重力场模型影响,所包含的仅仅是 CHAMP 测定的重力场信息,其精度明显高于同阶次的 EGM96、EIGEN1S 和 EIGEN2 模型,而与 EIGEN-CHAMP03S 模型精度最为接近。

**致 谢** 德国 GFZ 数据中心提供了所需的 CHAMP 加速度计数据,慕尼黑技术大学的 Gerlach C. 和 Svehla D. 两位学者提供了 CHAMP 几何法轨道,在此一并表示感谢。

## 参 考 文 献 (References):

[1] Hwang C. Gravity recovery using COSMIC GPS data: application of orbital perturbation theory[J]. *Journal of Geodesy*. 2001,75: 117~136.

[2] 沈云中. 应用 CHAMP 卫星星历精化地球重力场模型的研究[D]. 武汉:中国科学院测量与地球物理研究所,2000.

[3] Reubelt T, Austen G, Grafarend E W. Harmonic analysis of the earth's gravitational field by means of semi-continuous ephemeris of a low earth orbiting GPS-tracked satellite, case study: CHAMP[J]. *Journal of Geodesy*, 2003,77: 257~278.

[4] 徐天河. 利用 CHAMP 卫星轨道和加速度计数据推求地球重力场模型[D]. 郑州:信息工程大学测绘学院,2004.

[5] 周旭华. 卫星重力及其应用研究[D]. 武汉:中国科学院测量与地球物理研究所,2005.

[6] 张兴福,沈云中,胡雷鸣. 基于 CHAMP 短弧长动力学轨道的地球重力场模型[J]. *地球物理学报*, 2007, 50(1): 106~110.  
Zhang X F, Shen Y Z, Hu L M. A gravity field model based on CHAMP short-arc dynamical orbits[J]. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2007, 50(1): 106~110.

[7] Visser P N A M, Sneeuw N, Gerlach C. Energy integral method for gravity field determination from satellite orbit coordinates[J]. *Journal of Geodesy*. 2003,77: 207~216.

[8] Han S C, Jekeli C, Shum C K. Efficient gravity field recovery using in situ disturbing potential observables from CHAMP[J]. *Geophys. Res. Letters*. 2002,29(16): 1789~1794.

[9] Howe E, Stensengt L, Tscherning C C. Analysis of one month

of CHAMP state vector and accelerometer data for the recovery of the gravity potential[J]. *Advances in Geosciences*. 2003, 1: 1~4.

[10] Gerlach C, Sneeuw N, Visser P, *et al.* CHAMP field recovery using the energy balance approach[J]. *Advances in Geosciences*. 2003,1: 73~80.

[11] Gerlach C, Foldvary L, Svehla D, *et al.* A CHAMP-only gravity field model from kinematic orbit using the energy integral [J]. *Geophysical Research Letters*. 2003, 30 (20): 2037~2041.

[12] 徐天河 杨元喜. 利用 CHAMP 卫星几何法轨道恢复地球重力场模型[J]. *地球物理学报*. 2005, 48(2): 288~293.  
Xu T H, Yang Y X. CHAMP gravity field recovery using kinematic orbits[J]. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005, 48(2): 288~293.

[13] 王正涛. 卫星跟踪卫星测量确定地球重力场的理论与方法[D]. 武汉:武汉大学,2005.

[14] Howe E. CHAMP satellite gravity field determination by collocation[D]. Copenhagen, The University of Copenhagen, 2005.

[15] 程芦颖, 许厚泽. 地球重力场恢复中的位旋转效应[J]. *地球物理学报*, 2006, 49(1): 93~98.  
Cheng L Y, Xu H Z. The rotation of the gravity potential on the Earth's gravity field recovery[J]. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, 49(1): 93~98.

[16] 周旭华, 吴斌, 许厚泽, 彭碧波. 数值模拟估算低低卫-卫跟踪观测技术反演地球重力场的空间分辨率[J]. *地球物理学报*, 2005, 48(2): 282~287.  
Zhou X H, Wu B, Xu H Z, Peng B ZB. Resolution estimation of Earth gravity field recovery through the low-low satellite to satellite technology by numerical simulation[J]. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005, 48(2): 282~287.

[17] 沈云中, 许厚泽, 吴斌. 星间加速度解算模式的模拟与分析[J]. *地球物理学报*, 2005, 48(4): 807~811.  
Shen Y Z, Xu H Z, Wu B. Simulation of recovery of the geopotential model based on intersatellite acceleration data in the low-low satellite to satellite tracking gravity mission[J]. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005, 48(4): 807~811.

[18] 郑伟, 邵成刚, 罗俊, 许厚泽. 基于卫-卫跟踪观测技术利用能量守恒法恢复地球重力场的数值模拟研究[J]. *地球物理学报*, 2006, 49(3): 712~717.  
Zheng W, Shao C G, Luo J, Xu H Z. Numerical simulation of Earth's gravitational field recovery from SST based on the energy conservation principle[J]. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, 49(3): 712~717.

[19] 周旭华, 许厚泽, 吴斌, 彭碧波, 陆洋. 用 GRACE 卫星跟踪数据反演地球重力场[J]. *地球物理学报*, 2006, 49(3): 718~723.  
Zhou X H, Xu H Z, Wu B, Peng B B, Lu Y. Earth's gravity field derived from GRACE satellite tracking data[J]. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, 49(3): 718~723.

[20] 周旭华, 吴斌, 彭碧波, 许厚泽. 全球水储量变化的 GRACE

- 卫星检测[J]. 地球物理学报, 2006, 49(6): 1644~1650.
- Zhou X H, Wu B, Peng B B, Xu H Z. Detection of global water storage variation using GRACE[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2006, 49(6): 1644~1650.
- [21] 李斐, 鄢建国, 平劲松. 月球探测及月球重力场的确定[J]. 地球物理学进展, 2006, 21(1): 31~37.
- Li F, Yan J G, Ping J S. Lunar exploration and lunar gravity field determination[J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2006, 21(1): 31~37.
- [22] 鄢建国, 平劲松, 李斐, 松本晃志, 王广利, 史弦. 基于绕月单卫星和双星测量的月球重力场恢复仿真分析[J]. 地球物理学报, 2007, 50(2): 425~429.
- Yan J G, Ping J S, Matsumoto K, Li F, Wang G L, Shi X. Simulation of the lunar gravity field recovery based on lunar solo and bi-orbiters[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2007, 50(2): 425~429.
- [23] 扈晓宇, 刘洪, 李幼铭. 预条件共轭梯度反褶积的改进及其应用[J]. 地球物理学进展, 2006, 21(4): 1192~1197.
- Xi X Y, Liu H, Li Y M. The improvement and application of preconditional conjugate gradient deconvolutions [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2006, 21(4): 1192~1197.
- [24] 刘天佑, 杨宇山, 李媛媛, 冯杰, 吴小羊. 大型积分方程降阶解法与重力资料曲面延拓[J]. 地球物理学报, 2007, 50(1): 290~296.
- Liu T Y, Yang Y S, Li Y Y, Feng J, Wu X Y. The order-depression solution for large-scale integral equation and its application in the reduction of gravity data to a horizontal plane [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2007, 50(1): 290~296.
- [25] 金龙, 陈小宏, 刘其成. 基于奇异值分解的时移地震互均衡方法[J]. 地球物理学进展, 2005, 20(2): 294~297.
- Jin L, Chen X H, Liu Q C. New method for time-lapse seismic matching based on SVD[J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 2005, 20(2): 294~297.
- [26] 柳响林, Pavel Ditmar. 基于 B-spline 和正则化算法的低轨卫星轨道平滑[J]. 地球物理学报, 2006, 49(1): 99~105.
- Liu X L, Pavel D. Smoothing a satellite orbit on the basis of B-spline and regularization[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2006, 49(1): 99~105.
- [27] 徐世浙. 迭代法与 FFT 法位场向下延拓效果的比较[J]. 地球物理学报, 2007, 50(1): 285~289.
- Xu S Z. A comparison of effects between the iteration method and FFT for downward continuation of potential fields[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2007, 50(1): 285~289.
- [28] 宁津生, 汪海洪, 罗志才. 基于多尺度边缘约束的重力场信号的向下延拓[J]. 地球物理学报, 2005, 48(1): 63~68.
- Ning J S, Wang H H, Luo Z C. Downward continuation of gravity signals based on the multiscale edge constraint[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2005, 48(1): 63~68.
- [29] 周江存, 孙和平. 海潮对卫星重力场恢复的影响[J]. 地球物理学报, 2007, 50(1): 115~121.
- Zhou J C, Sun H P. Effect of ocean tide on recovery of satellite gravity field [J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2007, 50(1): 115~121.
- [30] Förste C, Flechtner F, Schmidt R, *et al.* A new high resolution global gravity field model derived from combination of GRACE and CHAMP mission and altimetry/gravimetry surface gravity data[C]. EGU General Assembly 2005, Vienna, Austria, 24~29.