

矿井支护系统可靠熵研究

孙广义¹, 马云东², 肖福坤¹

(1. 黑龙江科技学院 资源与环境工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150027; 2. 辽宁工程技术大学 资源与环境工程学院, 辽宁 阜新 123000)

摘要: 把矿井“围岩-支护”系统看作是一个围岩稳定性变化的信息源, 而把矿井支护系统可靠性看作是一个信息的采集、传输、加工和反馈的处理过程。分析了信息熵与矿井可靠性之间的关系, 得出可靠熵的概念。根据信息熵是系统不确定或无序程度的原理, 建立了矿井支护系统可靠熵模型与计算方法, 它是系统平均可靠性的度量。将此方法应用到实践当中, 取得了非常好的效果。

关键词: 采矿工程; 信息熵; 可靠熵; 结构可靠度; 矿井支护

中图分类号: TD 355

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2005)增1-5198-04

STUDY ON RELIABILITY ENTROPY OF SUPPORT SYSTEM IN MINE

SUN Guang-yi¹, MA Yun-dong², XIAO Fu-kun¹

(1. Resources and Environment Engineering College, Heilongjiang Institute of Science and Technology, Harbin 150027, China;

2. Resources and Environment Engineering College, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)

Abstract: The stability change of surrounding rock supporting system in mine is taken as an information source and the support reliability is treated as a handling process of information collection, transmission, process and feedback. By analyzing the relation between information entropy and reliability of the mineral well, and the concept of reliability entropy is obtained. Since the information entropy represent uncertainty of system or degree of disorder, the reliability entropy models of support system in mines and calculation method are set up, which express an average reliability of system. This method has been applied in practice, and a good effect is realized.

Key words: mining engineering; information entropy; reliability entropy; structure reliability degree; mine support

1 引言

结构可靠性理论主要是对结构构件可靠性进行分析和研究, 而对结构体系的可靠性理论与方法正在研究中。结构构件可靠性理论与结构体系可靠性理论两者之间存在很大的差别。因矿井支护系统是由大量单个支架组成的系统(单个支架相当一个子系统), 单个支架(或子系统)的失效并不等于支护系统失效, 只有整个系统中失效支架达到一定的数量程度时, 才导致整个支护系统失效。

结构的失效概率很小时, 可靠度指标对结构构

件强度的变化非常敏感。构件的强度稍加变化, 其失效概率变化较大, 而实际失效情况并不是这样。矿井支护系统是对安全要求很高的一个高可靠性(失效概率很小)概率事件, 这一理论特征不符合矿井生产实际失效情况。

2 信息熵的主要原理与概念

2.1 信息熵的主要原理

1948 年香农等对前人的研究成果加以总结, 强调“信息量”的概念, 把信息熵与统计物理学熵概念相联系。他把信息量作为信息论的中心概念, 在

收稿日期: 2004-10-20; **修回日期:** 2004-11-16

作者简介: 孙广义(1957-), 男, 博士, 2002年毕业于辽宁工程技术大学采矿工程专业, 现任教授, 主要从事矿业系统工程方面的研究工作。E-mail: guangyi_sun@tom.com。

这种思想指导下, 信息理论中的“信息量”被定义为

$$I(x_i) = -\ln P(x_i) \quad (1)$$

式中: $P(x_i)$ 为 x_i 的发生概率。

而信息熵是表示平均信息量不确定程度的度量, 它为信息量的概率统计数学期望值 $E(I(x_i))$, 即

$$H(x) = E(I(x_i)) = E(-\ln P(x_i)) = -\sum_{i=1}^n P(x_i) \ln P(x_i) \quad (2)$$

因此, 给出信息熵定义:

设 $x \in X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, X 为随机变量, $P(x_i)$ 为 x_i ($i=1, 2, \dots, m$) 发生的概率, 且 $\sum_{i=1}^m P(x_i) = 1$ 。则有

(1) 离散随机变量信息熵为

$$H(x) = -\sum_{i=1}^m P(x_i) \ln P(x_i) \quad (3)$$

(2) 连续随机变量的信息熵为

$$H(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ln f(x) dx \quad (4)$$

式中: $P(x)$ 为离散随机变量的概率; $f(x)$ 为连续随机变量分布密度函数, 且 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ 。

2.2 信息熵的主要性质

一维标准正态分布的信息熵为^[1]

$$H_1(x) = \frac{1}{2} + \ln \sqrt{2\pi} = \ln \sqrt{2\pi e}$$

一维非标准正态分布函数的信息熵为

$$H_2(x) = \ln \sqrt{2\pi e} +$$

$$\ln \sigma \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx + \ln \sigma \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx \quad (5)$$

而最大信息熵为

$$H_m(x) = \ln \sqrt{2\pi e} \sigma \quad (6)$$

信息熵表示实验之前平均信息源不确定^[2, 3]的度量, 或实验后信息量多少的度量。熵值越大, 表示系统的混乱程度或不确定程度越大。随机变量的方差越大, 其信息熵值也越大, 说明系统越混乱。

3 系统可靠性熵描述

3.1 熵与可靠性的关系

为解决结构可靠性理论中的失效概率很小时, 可靠性变化敏感的问题, 文[4, 5]提出用可靠性的对数的负值来表示工程结构的安全性:

$$N_R = -\ln P_R \quad (7)$$

式(7)是信息论中的信息量式(1)的相同形式, 其均值就是信息熵式(2)。

3.2 可靠熵定义

设共有 n 个支架共同影响矿井支护系统的可靠性, 且影响支架可靠性为随机变量。用 L 表示 n 个支架对矿井支护系统可靠性的输出信息总的影响程度, 则 L 为

$$L = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (8)$$

式中: x_n 为影响矿井支护可靠性的第 n 个支架。

而影响矿井支护系统可靠性的 n 个支架中每个出现的概率为

$$P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\} \quad (9)$$

式中: P_n 为矿井支护系统可靠性第 n 个影响支架出现的概率。

(1) 定义: 矿井支护系统可靠性的 n 个影响支架发生概率的对数取负值称为矿井支护系统可靠性信息量, 用 I 表示^[6]:

$$I = \sum_{i=1}^n I(x_i) = -\ln P(x_i) \quad (10)$$

矿井支护系统可靠性信息量是一个随机变量, 仅代表一个支架的可靠性度量, 不便于分析和研究, 需要对其进行转换。

(2) 定义: 表示矿井支护系统不确定性或无序程度的度量称为矿井支护系统熵, 即矿井支护系统可靠性信息量的数学期望称为矿井支护系统熵, 用 $H(x)$ 表示:

$$H(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \ln f(x) dx \quad (11)$$

矿井支护系统熵表示“围岩-支护”系统的无序程度或系统的不确定性, 也可理解为支护设计时平均信息量的不确定性度量。

围岩内部结构和压力的变化状态, 必须要通过其位移或压力场变化的数值来反映, 而支架正是这种状态变化的承载体。可以把“围岩-支护”系统

看作一个围岩稳定性变化的信息源，把矿井支护系统可靠性看作是一个信息处理的过程(数据的采集、传输、处理加工和反馈过程)。

矿井支护系统可靠性也可理解为风险性的大小，而信息熵是表示风险性大小的一种有效度量。参考系统质量熵与时效熵的度量表达式^[7, 8]，设矿井支护系统的最大熵为 $H_m(x)$ ，而实际矿井支护系统熵为 $H_2(x)$ ，则可靠熵定义为利用信息熵(矿井支护系统熵)的方式表示矿井支护系统可靠性，而实际支护系统熵与矿井支护系统最大熵的比值称为支护系统的失效熵^[9]。可靠熵 P_{HR} 可表示为

$$P_{HR} = 1 - \frac{H_2(x)}{H_m(x)} \tag{11}$$

式中： $H_2(x)$ 为矿井支护系统实际发生的熵， $H_m(x)$ 为矿井支护系统的最大熵。 $H_2(x)$ 熵越小，系统的有序程度或可靠性越高； $H_m(x)$ 是矿井支护工程系统中某一范围的总熵。所以 $H_2(x)/H_m(x)$ 越小，支护系统的可靠熵式(11)越大，且 $0 \leq P_{HR} \leq 1$ 。

4 应用实例

4.1 大雁矿务局二矿放顶煤工作面支护可靠度熵函数研究^[9]

该工作面位于一采区 360 区段。煤层倾角平均 15° ，厚度 4.77~5.48 m。煤层伪顶为 0.40~0.45 m 厚的灰色泥岩，直接顶为厚 8.34 m 的细砂岩，老顶为 7.0 m 的兰灰色粗砂岩。开采高度 3.0 m，放顶煤高度 1.5 m，留底煤 0.3~0.5 m。采用 MG-4×300 型采煤机，ZFS4000-15/34 支撑掩护式放顶煤液压支架支护顶板。经过井下实际矿山压力观测，其均值 $\mu_s = 467.0$ kPa，方差 $\sigma_s = 13.34$ kPa。根据支架的使用状况和服务时间，其平均支护强度为 $\mu_R = 594.15$ kPa，均方差为 $\sigma_R = 56.4$ kPa。顶板压力与液压支架的相关系数 $\rho = 0.71$ 。可靠度指标 β 为

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_s}{\sqrt{\sigma_R^2 + 2 \times \rho \sigma_R \sigma_s + \sigma_s^2}} = \frac{549.15 - 267.0}{\sqrt{56.2^2 + 2 \times 0.71 \times 56.2 \times 13.34 + 13.34^2}} = 4.929$$

可靠熵 P_{HR} 为

$$P_{HR} = 1 - \frac{H_2(x)}{H_m(x)} = 1 - \frac{0.500\ 03}{5.613} = 0.911$$

结果分析：本回采工作面顶板支护设计安全系数取为 2.22，从可靠性角度考虑，支架具有较大的富裕能力，支护系统可靠性可以得到保证。可靠熵

为 0.911，可靠熵比可靠度指标计算结果保守。

4.2 鹤岗矿务局南山矿单体支柱工作面支护可靠度熵函数研究^[10]

该回采工作面采用走向长壁开采。煤层厚度 3.5 m，为第一分层开采工作面，采高 1.8 m。工作面直接顶为 17 m 厚的中细砂页岩，中等稳定，伪顶为厚 0.4~0.6 m 砂、页岩互层，较破碎。工作面采用 DZ-44 型单体液压支柱配合金属铰接顶梁支护，柱距 0.6 m，排距 0.7 m。采用 4~5 排顶板管理方法，支护密度 4.38 根/m²。设计顶板压力为 411 kPa。通过 5 个周期来压期间的矿山压力观测，顶板压力均值为 134.95 kPa，均方差 43.77 kPa。液压支柱工作阻力的均值为 433.44 kPa，均方差 15.56 kPa，相关系数 $\rho_{RS} = -0.35$ 。可靠度指标 β 为

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{R_i} - \sum_{j=1}^n a_j \mu_{s_j}}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{RS} a_i a_j \sigma_{R_i} \sigma_{s_j} \right)^{1/2}} = \frac{233.44 - 134.94}{\sqrt{242.21 + 564.90 + 2 \times 0.35 \times 15.56 \times 23.77}} = 4.13$$

可靠熵 P_{HR} 为

$$P_{HR} = 1 - \frac{H_2(x)}{H_m(x)} = 1 - \frac{0.500\ 08}{4.904\ 6} = 0.899\ 9$$

结果分析：本回采工作面支护设计周期来压期间安全系数取为 3.0，可靠熵计算结果为 0.899 9。该回采工作面可以进一步降低支护密度，提高生产效率。

5 结论

(1) 可靠度熵函数是从信息熵与可靠度指标综合有机结合而来，而信息熵表示平均信息量的不确定性。所以可靠度熵函数具有随机变量数学期望值的含义，是多次实验的可靠性平均值，是一个系统的可靠性度量。

(2) 用可靠熵计算结果比可靠性保守，每个可靠熵与可靠性相应下降了 7.8%，这主要是可靠熵是系统平均可靠性的结果。

参考文献(References):

[1] 邱苑华. 管理决策与应用熵学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002.(Qiu Wanhua. Manage Decision and Application Entropy[M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2002.(in Chinese))

- [2] 孙光辉. 信息熵与不确定性[J]. 青岛大学学报(自然科学版), 2000, 13(3): 50 - 51.(Sun Guanghui. Shannon entropy and undetermined property[J]. Journal of Qingdao University(Natural Science), 2000, 13(3): 50 - 51.(in Chinese))
- [3] 陈丽英. 略论熵与不确定度的关系[J]. 长春精密机械学院学报, 1999, 22(1): 62 - 64.(Chen Liying. The relationship between entropy and uncertainty[J]. Changchun Inst. Opt. and Fine Mech., 1999, 22(1): 62 - 64.(in Chinese))
- [4] Brown C B. Fuzzy safety measure[J]. J. of Eng., Mechanics Div., 1979, 105(5): 78 - 92.
- [5] Bresler B, Hansen J M. Damageability and Reliability of Existing structure[A]. In: Proc. of Ninth US National Congress of Applied Mechanics[C]. ASME, 1982. 185 - 190.
- [6] 徐祖信, 刘遂庆, Guercio R. 熵在水分配系统优化设计中的应用[J]. 同济大学学报, 1997, 25(1): 71 - 76.(Xu Zuxin, Liu Suiqing, Guercio R. Application of entropy in the optimal design of water distribution system[J]. Journal of Tongji University, 1997, 25(1): 71 - 76.(in Chinese))
- [7] 李习彬. 熵, 信息理论与系统工程方法论的有效分析[J]. 系统工程理论与实践, 1994, (2): 37 - 42.(Li Xibin. Entropy, the analyzing effectively of information theory and an analysis of the effectiveness of system engineering's methodology[J]. System Engineering Theory and Practice, 1994, (2): 37 - 42.(in Chinese))
- [8] 孙广义. 矿井支护系统可靠性理论研究[博士学位论文][D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2003.(Sun Guangyi. Study on function of reliability degree entropy of support system in mines[Ph. D. Thesis][D]. Fuxin: Liaoning Technical University, 2003.(in Chinese))
- [9] 黑龙江矿业学院. 大雁矿务局二矿综采放顶煤工作面矿压观测报告[R]. 哈尔滨: 黑龙江矿业学院, 1994.(Heilongjiang Mining Institute. Mine Stress Observation Report on Working Face of Comprehensive Mechanized Mining Method to Blast Down the Roof Coal in Dayan Mineral Bureau Two Ore[R]. Harbin: Heilongjiang Mining Institute, 1994.(in Chinese))
- [10] 孙广义, 马云东. 回采工作面支护设计可靠性研究[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2002, 21(4): 433 - 435.(Sun Guangyi, Ma Yundong. Study on supporting designing reliability in coal face[J]. Journal of Liaoning Technical University, 2002, 21(4): 433 - 435.(in Chinese))