

# 低渗气藏中气体渗流 Klinkenberg 效应研究进展

朱益华<sup>1</sup>, 陶 果<sup>1</sup>, 方 伟<sup>2</sup>, 王胜奎<sup>3</sup>

(1. CNPC 测井重点实验室, 中国石油大学, 北京 102249; 2. 中油测井技术服务有限责任公司, 北京 100043; 3. 胜利油田胜利采油厂, 东营 257060)

**摘 要** 低渗气藏的开发在我国油气田开发中起着越来越重要的作用, 因此, 研究低渗气藏中气体渗流的规律有着理论和应用价值. 本文回顾了低渗气藏中气体渗流 Klinkenberg 效应研究的发展历程, 详细从 Klinkenberg 效应的特征、机理、数学描述以及滑脱因子的计算几个方面进行了总结, 系统地进行分析, 并指出了 Klinkenberg 渗透率测量中存在的一些实际问题, 在总结前人研究成果的基础上, 针对这些问题提出了用格子 Boltzmann 方法研究低渗气藏中气体渗流 Klinkenberg 效应, 不仅可以克服测量过程中存在的问题, 并且可以对滑脱因子的影响因素进行定量地分析, 为今后更深入的研究和广泛应用奠定了基础.

**关键词** 低渗气藏, Klinkenberg 效应, 滑脱因子, 格子 Boltzmann

中图分类号 P631

文献标识码 A

文章编号 1004-2903(2007)05-1591-06

## Research progress of the Klinkenberg Effect in Tight Gas Reservoir

ZHU Yi-hua<sup>1</sup>, TAO Guo<sup>1</sup>, FANG Wei<sup>2</sup>, WANG Sheng-kui<sup>3</sup>

(1. CNPC Well Logging Key Laboratory, Chinese University of Petroleum, Beijing 102249, China; 2. China National Logging Corporation, Beijing 100043, China; 3. Shengli Production Plant of Shengli Oilfield, Dingying 257060, China)

**Abstract** Understanding the percolation rules of the gas flow in tight gas reservoir is very important to the development of a low permeability gas reservoir. This paper viewed the progress and development of Klinkenberg effect in tight gas reservoir. We concluded characteristic, mechanism, mathematics description and calculation of slip factor of Klinkenberg effect detailedly in this paper. By systematically analyzing, we indicated several practical problems on Klinkenberg permeability measurement. Based on predecessors' research results, we pointed out a new research orientation. It's to simulate Klinkenberg effect in tight gas reservoir by lattice Boltzmann. This method can not only solve the problems in measurement, but also can analyze effect factors quantificationally. This provides the base for further research and extensive application in low permeable gas reservoir.

**Keywords** low permeability gas reservoir; Klinkenberg effect; slip factor; lattice Boltzmann

## 0 引 言

Klinkenberg 效应最初是从实验室中发现的. 1937 年, Muskat 等人<sup>[1]</sup>首次注意到空气和水的渗透率有很大差异, 他们发现, 对于同一岩心, 大多数测得的水的渗透率值比空气所测得的要低. 在低渗透率样品, 这种差异是非常大的. 1941 年, Klinkenberg<sup>[2]</sup>在他的论文指出, 这种差异不是归因于液体的自然性, 而是测量空气渗透率时的压力的关系.

Klinkenberg 效应也由他的发现而正式以他的名字命名. 在低渗透性的样品中, 研究 Klinkenberg 渗透率的过程非常慢并且相当耗时, 变得十分昂贵. 因此, 在过去的一些年中, 人们找出了很多气体和 Klinkenberg 渗透率之间不同的关系<sup>[3,4,5]</sup>, 仅仅通过气体渗透率的测量来预测 Klinkenberg 渗透率. 但是, 由于复杂的多孔介质结构, 很少有用解析方法和数值方法进行研究的报道发表. 格子 Boltzmann 方法的数值模拟是统计物理和计算物理学中的一个

收稿日期 2006-12-10; 修回日期 2007-03-20.

基金项目 国家自然科学基金项目基金(50374048)资助.

作者简介 朱益华, 1981 年生, 女, 汉族, 湖北松滋人, 中国石油大学博士研究生, 主要从事应用地球物理方法研究.  
(E-mail: yh\_zhu@126.com)

新领域,对复杂边界问题的处理尤为有效.2003年,刘曰武等人<sup>[6]</sup>用格子 Boltzmann 方法分别模拟氢气、氮气和二氧化碳气体渗透实际岩心的过程,结果很明显地再现了 Klinkenberg 效应.

## 1 Klinkenberg 效应国内外研究现状

自 Klinkenberg<sup>[2]</sup>于 1941 年发现滑脱现象以来,这方面的研究进展一直比较缓慢.

在国外, Jones 和 Owens<sup>[3]</sup>, Sampath 和 Keighin<sup>[4]</sup>, Rushing<sup>[5]</sup>研究了不同的围压、孔隙流体压力和含水饱和度对低渗透条件下气体滑脱效应的影响,并提出了估算滑脱因子的相关式.

国内的研究主要表现在近几年,王勇杰<sup>[7]</sup>及陈代均<sup>[8]</sup>研究了单相气体在不含束缚水的低渗岩心中渗流时气体滑脱效应的影响.其渗流曲线与达西定律不同,为一上凹型曲线,当压力梯度为零时,存在“拟初始流量”,且气测渗透率大于液测渗透率.

Wu<sup>[9]</sup>对考虑 Klinkenberg 效应的非线性流动进行了研究,给出了多孔介质中气体定常和非定常流动的解析解.

针对低渗气藏的试井分析问题,李治平<sup>[10]</sup>建立了考虑滑脱效应影响的数学模型,并通过自定义的拟压力函数和拟时间函数,采用成熟的油井试井理论来解释低渗气藏的试井数据.

李铁军<sup>[11,12]</sup>对考虑气体滑脱效应的一维径向单相渗流情形进行了数值模拟研究,并将模拟结果与不考虑滑脱效应的情况进行了对比.王茜<sup>[13]</sup>等人建立了考虑气体滑脱效应影响的三维两相数学模型,并用数值方法进行了求解.

2004年,李允等人<sup>[14]</sup>通过上千次的试验,提出了通过试验测定启动压差、滑脱因子和有效应力变化对渗流过程影响的理论和方法,实现了关于低渗气藏渗流规律的实验研究和参数定量测定.姚约东等人<sup>[15]</sup>从岩心和气体的特性,以及温度、压力等因素系统地研究了气体渗流 Klinkenberg 效应的影响因素,确定出 Klinkenberg 效应因子的变化规律为:与岩心综合参数成正比,与绝对温度成正比,与气体的粘度成正比,与气体分子量的平方根成反比.

吴英等人<sup>[16]</sup>通过室内物理模拟实验验证了气体在低渗介质中的渗流存在滑脱效应,气体在低渗介质中的渗流遵循非达西渗流规律,得出气体在低渗介质中渗流的影响因素有:吸附作用、渗透率、孔隙度、回压、温度、气体粘度和气体组分.后来,他们<sup>[17]</sup>又通过对实验数据的处理和回归分析,得到低

渗气藏气体渗流克林肯贝尔常数与地层平均渗透率呈幂函数关系,并得到相应的关系表达式.通过对实验数据的进一步处理,得到确定低渗气藏气体渗流克林肯贝尔常数大小的双对数理论图版.所确定的低渗气藏气体渗流克林肯贝尔常数和非达西系数数学表达式为以后建立气、水两相渗流数学模型,数值模型以及求解奠定了基础.

2005年,严文德等人<sup>[18]</sup>通过对低渗透气藏渗流机理的分析,建立了低渗透气藏气-水两相流动非线性渗流数学模型,同时引入考虑滑脱效应的气相相对渗透率概念,建立了相应的数值模型和模拟模型.

刘曰武等人<sup>[6]</sup>从一种全新的角度出发,用格子 Boltzmann 数值模拟方法研究了气流穿越多孔介质问题,验证了多孔介质 Klinkenberg 效应.将数值计算结果与实验室结果进行了比较,结果表明格子 Boltzmann 方法是研究 Klinkenberg 效应的一种有效的方法.

## 2 Klinkenberg 效应

低渗、特低渗气藏具有常规气藏不具备的许多特征,岩石越致密,渗透率越低,气体渗流的明显特征是存在 Klinkenberg 效应,又叫滑脱效应.

### 2.1 Klinkenberg 效应的特征

根据国内外的大量研究成果,对于低渗透气藏,在不考虑束缚水的影响时,气体在低速渗流情形的运动规律与液体不同,表现为低速渗流时,渗流曲线为一上凹型曲线,如图 1 所示.当压力梯度较低时,表现为曲线斜率逐渐递减的非线性流动;当压力梯度较高时,表现为线性流动.这种现象的原因就在于气体流的“滑脱效应”.

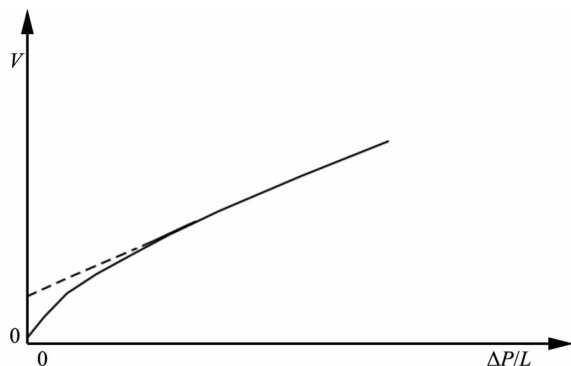


图 1 Klinkenberg 效应示意图

Fig. 1 Scheme of Klinkenberg effect

## 2.2 Klinkenberg 效应的机理

人们常用空气的流动作为测定渗透率的方法. 大量研究都曾表明, 在相同的多孔介质中, 用空气测定的渗透率比用液体测定的渗透率要大. 从流体力学中知道, 当毛细管的直径接近分子平均自由程时, 气体在其中的流速大于用 Poiseuille 定律推算的流速. 同样, 在多孔介质中, 低压气流的流速要比用 Darcy 定律推算的流速大. 在以 Darcy 定律为基础的层流理论中, 我们曾假定, 由于流体内切应力的存在, 固体壁上流体的速度等于零, 但在气流中情况与此相反, 因为气体的分子与固体壁面没有密切接触, 气体在固体壁面上可以具有一定非零速度<sup>[17]</sup>. 气体流动按其密度的高低可分为连续流、过渡流、滑流和自由分子流 4 个层次<sup>[18]</sup>. 气体分子运动过程中与其它分子两次碰撞之间的距离称为一个自由程. 气体的密度可用平均

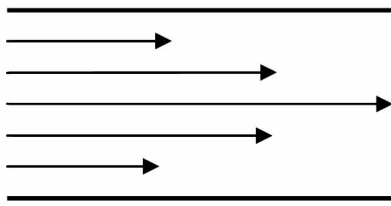


图 2 液体流动的速度分布

Fig. 2 Velocity distribution of liquid flow

自由程来表征, 因此, 当气体分子的平均自由程接近通道的尺寸时, 界面上的各个分子都将处于运动状态, 且贡献一个附加能量. 这种现象就叫做滑流现象或 Klinkenberg 效应(或滑流流动, Knudsen 流动, 自由分子流动)<sup>[19]</sup>. 滑流现象也存在于气体有效渗透率受它影响的气体-液体流动系统中. 在其它条件不变的情况下, 存在以下两个特点:

(1) 孔道直径越小, 滑脱效应越明显;

(2) 压力越低, 气体密度越小, 滑脱效应也越明显.

与中、高渗气藏相比, 低渗透气藏孔道微细的特点造成了气体滑脱效应较强的现象. 这就是低渗透气藏低速非线性渗流特征形成的机理. 在低压、低渗气体下, 需要考虑滑脱效应; 在低渗( $< 0.1 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$ )和高层压力( $> 14 \text{ MPa}$ )条件下, 滑脱效应也非常显著<sup>[20]</sup>.

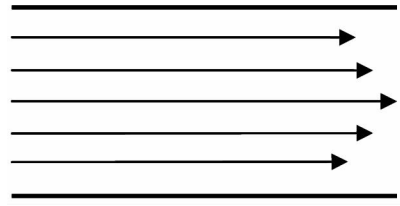


图 3 气体流动的速度分布

Fig. 3 Velocity distribution of gas flow

## 2.3 Klinkenberg 效应的数学描述

1941 年, Klinkenberg<sup>[2]</sup> 利用一根玻璃毛细管作为模型导出了如下的气体渗透率公式:

$$K_g = K_l(1 + 4c\lambda/r) = K_l(1 + b/p_m), \quad (1)$$

$$b = 4c\lambda p_m/r, \quad (2)$$

式中,  $p_m$  是平均孔隙压力;  $K_l$  为岩石的绝对渗透率;  $K_g$  为考虑滑脱效应的气体渗透率;  $r$  是平均孔隙喉道半径;  $\lambda$  是压力  $p_m$  下气体分子平均自由程;  $c$  是接近于 1 的比例常数;  $b$  是气体滑脱因子, 是  $\lambda$  和  $r$  的函数, 也是  $K_l$  的函数.

令  $\eta_g = 1 + b/p_m$ ,  $\eta_g$  表示由于气体滑脱效应引起的渗透率修正系数. 则可将上式改写为:

$$K_g = \eta_g K_l. \quad (3)$$

根据定义可知,  $\eta_g > 1$ , 显然 Klinkenberg 效应的存在使得气相的有效渗透率增大.

## 2.4 滑脱因子的计算

### 2.4.1 实验数据回归法<sup>[21]</sup>

在实验测定时, 可改变几次平均压力, 再按照气测法公式计算出气体渗透率, 并将测试结果绘制在

如下图所示的直角坐标系中, 通过线性回归求得直线的截距和斜率. 所求截距即为等值液测渗透率, 斜率即为滑脱因子  $b$ .

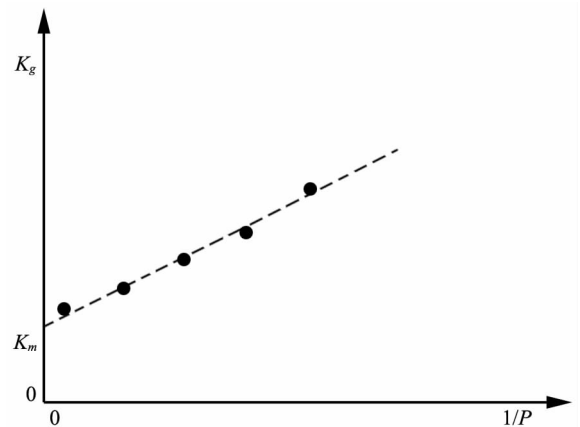


图 4 滑脱因子求解示意图

Fig. 4 Scheme of solving slip factor

### 2.4.2 经验公式计算法

经验关系一般形式如下:

$$b = ak_l^{-c}, \tag{4}$$

$$K_l = CK_g. \tag{5}$$

如:一个气渗透率为 0.1 mD,在 60 psi 的平均压力下,相关因子为 0.87,因此,Klinkenberg 渗透率为

$$K_l = CK_g (0.87 \text{ mD}).$$

1980年, Jones 和 Owens<sup>[3]</sup> 经过对 100 多块渗透率变化范围为 0.0001~1mD 的低渗致密气藏岩心的分析,提出了如下的相关式来计算滑脱因子  $b$ :

$$b = 0.86k_l^{-0.33}, \tag{6}$$

式中,  $b$  为滑脱因子(atm);  $K$  为 Klinkenberg 渗透率(mD).

1982年, Sampath 和 Keighin<sup>[4]</sup> 在大量的实验基础之上,认为计算滑脱因子时应考虑孔隙度的影响:

$$b = 0.0995(k_l/\phi)^{-0.53}, \tag{7}$$

式中,  $b$  为滑脱因子(MPa);  $\phi$  为孔隙度(小数);  $K$  为 Klinkenberg 渗透率(mD).

Rushing<sup>[5]</sup> 在考虑含水饱和度的情况下,通过对实验数据进行回归分析,得到了估算滑脱因子的如下相关式:

$$b = 38 \left( \frac{K}{1 - S_w} \right)^{-0.45}, \tag{8}$$

式中,  $b$  是滑脱因子(psi);  $S_w$  为含水饱和度(小数);  $K$  为 Klinkenberg 渗透率(mD).

下表列举了在一些文献中报道过的经验关系<sup>[22,3,23,4,24]</sup>.

表 1 滑脱因子  $b$  的经验关系

Table 1 Relationship of slip factor ( $b$ )

| 经验关系                             | 单位      | 来源                    | 计算 $b$ |
|----------------------------------|---------|-----------------------|--------|
| $b=0.777k_l^{-0.39}$             | atm, mD | API RP27(1956)        | 8.72   |
| $b=0.0995(k_l/\phi)^{-0.53}$     | Mpa, mD | Sampath+Keighin(1982) | 2.83   |
| $b=6.9k_l^{-0.36}$               | psi, mD | Jones(1972)           | 5.38   |
| $b=0.86k_l^{-0.33}$              | atm, mD | Jones+Owen(1980)      | 10.06  |
| $b=16.4k_l^{-0.382} (He)$        | psi, mD | Jones(1987)           | 4.41   |
| $b=44.6(k_l/\phi)^{-0.447} (He)$ | psi, mD | ibid                  | 4.09   |

\* :空气或氮气计算,  $K_l=2.0 \text{ mD}$ ,  $\phi=0.1$

注:  $b_{He} = b_{air}/0.35^{(6)}$

### 3 Klinkenberg 渗透率测量中存在的问题

根据 1991 年 McPhee 和 Arthur<sup>[25]</sup> 的研究表明, Klinkenberg 渗透率的测量对所使用获取和分析数据的方法、过程及技术都很敏感. 主要包括以下

几个方面:(1)所使用的流动模式的选择;(2)压力误差的敏感性;(3)非常数滑脱因子影响.

### 4 格子 Boltzmann 方法研究 Klinkenberg 效应

格子 Boltzmann 方法的数值模拟是统计物理和计算物理学中的一个新领域,对复杂边界问题的处理尤为有效<sup>[26~36]</sup>. 格子 Boltzmann 方法是基于气体运动学基础上的数值方法. 由于它具有几何灵活,并行本性,易于编程,精度较高等特点,引起人们的极大兴趣. 它的物理基础源于对微观世界的简化和近似,粒子之间的碰撞法则或相互作用相对简单. 它的数学解释是对简化的 Boltzmann 方程进行时间、空间和散射方向的全面离散. 尽管格子 Boltzmann 方程的形式简单,但其反映的宏观方程及物理规律仍揭示着问题的本质. 目前格子 Boltzmann 方法的应用已深入到许多领域,如多相流及化学反应流等计算物理领域已取得重大进展.

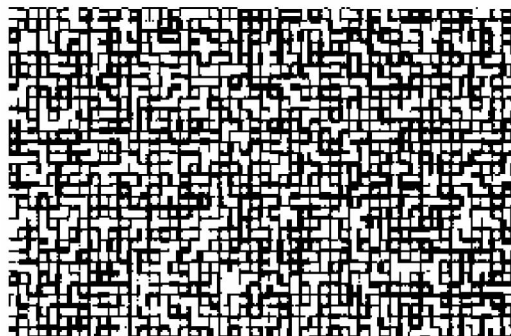


图 5 数值多孔介质结构<sup>[6]</sup>

Fig. 5 Numerical porous media structure

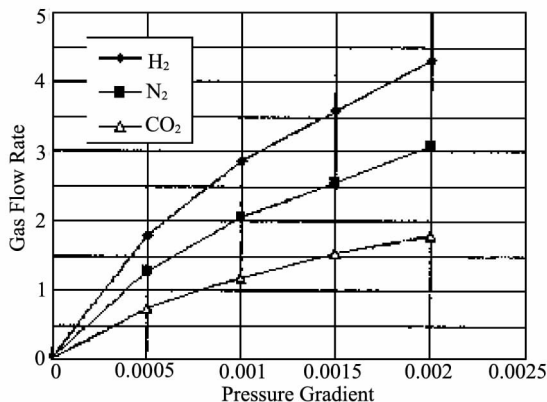


图 6 H<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> 和 CO<sub>2</sub> 流动速度和压力梯度之间的关系<sup>[6]</sup>

Fig. 6 Relationship between flow rates and pressure gradients for H<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> and CO<sub>2</sub>

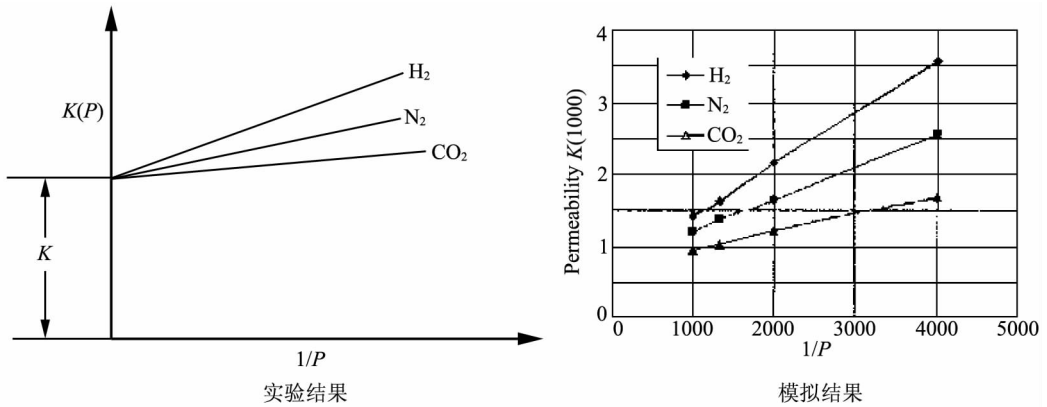
图7 模拟结果与实验结果的比较<sup>[6]</sup>

Fig. 7 Comparisons of simulation results and experimental results

用格子 Boltzmann 方法可以用来模拟气体渗透实际岩心的过程,用这种方法,可以克服以上问题(1)和(2),并可对(3)中的滑脱因子  $b$  的影响因素定量地进行分析。2003 年,刘曰武等人<sup>[6]</sup>用格子 Boltzmann 数值模拟方法研究了气流穿越多孔介质问题,分别模拟了 H<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> 和 CO<sub>2</sub> 三种气体在随机多孔介质模型中的渗透过程,如图 5 和图 6 所示,结果表明气体流动速度和压力梯度的非线性关系,验证了多孔介质 Klinkenberg 效应,并将数值计算结果与实验室结果进行了比较,如图 7 所示,结果表明格子 Boltzmann 方法是研究 Klinkenberg 效应的一种有效的方法。

## 5 结 论

(1)气体在低渗透岩心中渗流遵循非达西渗流定律,根据大量实验研究表明,Klinkenberg 效应使其表现为渗透率在渗流过程中随温度、压力等影响因素而变化。研究低渗气藏中气体的渗流规律由于受实验条件及研究模型自身条件的制约,很难定量地确定这种变化规律。这使得数值模型方法进行低渗气藏气体渗流 Klinkenberg 效应的研究成为一种必然的趋势。但因为多孔介质孔隙结构的复杂性,边界条件难以处理,很多数值模拟方法不得不望而却步,或者将孔隙结构进行简化。这都必将与实际情况存在一定的差异。

(2)格子 Boltzmann 方法基于对物理系统的微观运动描述,作时间和空间的离散化,建立直接模拟物理系统演化的格子模型,其根本思想是对数学物理问题重新建立离散模型。物理系统的宏观特性直接由模型的演化方程来计算,从而导出某些宏观的

物理参数等。它从统计物理的角度出发,能从物理机理上去研究这种效应,从而对气藏的渗流机理进行深入的研究和分析。

(3)用格子 Boltzmann 方法可以用来模拟气体渗透实际岩心的过程,结果已经很明显地再现了 Klinkenberg 效应,因此,可以用格子 Boltzmann 方法来研究了滑脱因子  $b$  的影响因素,从岩心和气体的特性,以及温度、压力等因素系统地进行研究,确定出 Klinkenberg 效应因子的变化规律,得到了新的校正因子。另外,也可以利用格子 Boltzmann 方法数值模拟取代部分实验室岩心实验,准确地得到低渗气藏岩心的渗透率。

## 参 考 文 献 (References):

- [1] Muskat M. The flow of homogeneous fluids through porous media, McGrawHill, New York, 1937.
- [2] Klinkenberg L J. The permeability of porous media to liquids and gases, API Drilling And Production practice, 1941, 200~213.
- [3] Jones F O, Owens W W. A laboratory study of low permeability gas sands, SPE7551.
- [4] Sampath K, Keighin C W. Factors affecting gas slippage in tight sandstones, SPE9872.
- [5] Rushing J A, Newsham K E, Van Fraassen K C. Measurement of the two-phase gas slippage phenomenon and its effect on gas relative permeability in tight gas sands, SPE84297.
- [6] 刘曰武,周富信,闫广武. Lattice Boltzmann 方法模拟多孔介质 Klinkenberg 效应(英文)[J]. 计算物理, 2003, 20(3): 157~160.
- [7] 王勇杰,王昌杰,高家碧. 低渗透多孔介质中气体滑脱行为研究[J]. 石油学报, 1995, 16(3): 101~105.
- [8] 陈代珣,王章瑞. 致密介质中低速渗流气体的非达西现象[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2000, 23(增刊): 25~27.
- [9] Wu, YU-Shu, Karsten P, Peter P, Gas Flow in Porous Media

- with Klinkenberg Effect [J]. *Transport in Porous Media*, 1998, 32, 117~137.
- [10] 李治平, 赵必荣. 考虑滑脱效应的低渗透气藏试井分析方法[J]. *西南石油学院学报*, 1991, 13(4): 46~57.
- [11] 李铁军, 吴小庆. 一个低渗透气藏数学模型数值求解法[J]. *西南石油学院学报*, 1999; 21(1): 25~28.
- [12] 李铁军, 李允. 低渗透储层气体渗流数学模型及计算方法研究[J]. *天然气工业*, 2000, 20(5): 70~72.
- [13] 王茜, 张烈辉, 钱治家, 等. 考虑科林贝尔效应的低渗、特低渗气藏数学模型[J]. *天然气工业*, 2003, 23(6): 100~102.
- [14] 李允, 陈军, 张烈辉. 一个新的低渗气藏开发数值模拟模型[J]. *天然气工业*, 2004, 24(8): 65~68.
- [15] 姚约东, 李相方, 葛家理, 等. 低渗气层中气体渗流克林贝尔效应的实验研究[J]. *天然气工业*, 2004, 24(11): 100~102.
- [16] 吴英, 宁正福, 姚约东. 低渗气藏非达西渗流实验及影响因素分析. *西南石油学院学报*, 2004, 26(6): 35~38.
- [17] 吴英, 程林松, 宁正福. 低渗气藏克林贝尔常数和非达西系数确定新方法. *天然气工业*, 2005, 25(5): 78~80.
- [18] 严文德, 郭肖, 贾英. 考虑滑脱效应的低渗透气藏气-水两相渗流数值模拟器. *新疆石油地质*, 2005, 26(2): 186~188.
- [19] 贝乐. J. 多孔介质流体动力学. 北京: 中国建筑工业出版社, 1983.
- [20] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1999.
- [21] 何更生. 油层物理[M]. 北京: 石油工业出版社, 1994.
- [22] API RP 27 "Recommended practice for determining permeability of porous media", 3rd edition, API, Washington DC, 1956.
- [23] Jones S C. "A rapid, accurate unsteady-state klinkenberg permeameter", *Soc. Petroleum Eng. Journ.*, Oct., 1972, 383~97.
- [24] Jones S C. "Using the inertial coefficient,  $\beta$ , to characterise heterogeneity in reservoir rock", paper SPE 16949 presented at 62nd. Ann. Tech. Conf. of Soc. Petroleum Eng., Dallas, TX, Sept., 1987
- [25] McPhee C A, Arthur K G. "Klinkenberg permeability: problems and practical polutions", paper presented at 2nd Europ. Symp. of SCA, London, 1991.
- [26] 董桥梁, 周玉冰, 姚姚. 格子 Boltzmann 方法地震波场模拟[J]. *地球科学—中国地质大学学报*, 1997, (06).
- [27] 程永光, 张师华, 陈鉴治. 用 Lattice Boltzmann 方法模拟水击[J]. *水利学报*, 1998, (06).
- [28] 李学民, 曹俊兴, 王兴建. 用格子波耳兹曼方法模拟双重孔隙介质中的流体迁移[J]. *物探化探计算技术*, 2002, 24(3): 220~223.
- [29] 李学民, 曹俊兴, 何晓燕, 王兴建. 用格子玻尔兹曼方法模拟非均匀介质中的电场响应[J]. *地球物理学报*, 2004, 47(2): 349~353.
- [30] 刘劲松, 许云, 乌达巴拉, 刘福田, 郝天珧. 细胞自动机用于地震偏移: 数值模拟试验[J]. *地球物理学进展*, 2004, 19(3): 621~624.
- [31] 岳文正, 陶果, 朱克勤. 饱和多相流体岩石电性的格子气模拟[J]. *地球物理学报*, 2004, 47(5): 905~910.
- [32] 岳文正, 陶果, 朱克勤. 二维格子气自动机模拟孔隙介质的电传输特性[J]. *地球物理学报*, 2005, 48(1): 189~195.
- [33] 陶果, 岳文正, 谢然红, 朱益华. 岩石物理的理论模拟和数值实验新方法[J]. *地球物理学进展*, 2005, 20(1): 4~11.
- [34] 岳文正, 李征, 朱克勤, 陶果. 格子玻耳兹曼方法计算混合物整体电导率[J]. *地球物理学报*, 2005, 48(2): 434~438.
- [35] 赵雪平, 杨宝俊. 固体介质中细胞自动机有限深势阱的量子力学分析[J]. *地球物理学进展*, 2006, 21(1): 53~60.
- [36] 钟霖浩, 罗德海, 冯士德, 高守亭. 准地转大洋风生环流的格子 Boltzmann 数值模拟[J]. *地球物理学报*, 2006, 49(5): 1258~1270.