

三维三分量 CSAMT 法有限元 正演模拟研究初探

王 若¹, 王妙月¹, 卢元林²

(1. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029; 2. 中国地质装备总公司, 北京 100102)

摘 要 首先从麦克斯韦方程出发,用伽里金方法推导了三维三分量 CSAMT 法的有限元方程.在研究过程中,认识到加入散度条件的必要性,在公式中强加了散度条件,提高了了解的完备性.其次将成功应用于二维线源频率域电磁法有限元模拟中的两种技术推广到三维中,一是边界条件统一采用一阶吸收边界,使线源产生的电磁波在边界上按波的传播规律被吸收,以降低平面波假设造成的影响;二是总体系数矩阵的存储,用两个二维数组分别记录总体系数矩阵的非零元素及其在总体结点编号中所处的位置,使总体系数矩阵的存储量达到最小的同时,物理意义明确,迭代求解时迅速简便.最后用均匀半空间模型进行了验证.

关键词 三维三分量,CSAMT 法,有限元正演,总体系数矩阵存储,散度条件

中图分类号 P631 **文献标识码** A **文章编号** 1004-2903(2007)02-0579-07

Preliminary study on 3D3C CSAMT method modeling using finite element method

WANG Ruo¹, WANG Miao-yue¹, LU Yuan-lin²

(1. Institute Geology of and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

2. China Geo-Equipment corporation, Beijing 100102, China)

Abstract The finite element equation of 3D3C CSAMT electric field is derived from Maxwell equations using Galerkin method. The divergence condition is added forcedly to the electric field boundary value problem after knowing its necessity, which makes the solution correct. Two kinds of technique are extended to 3D CSAMT method modeling, which are used successfully in 2D electromagnetic modeling with line source in frequency domain. One of them is that the first order absorption border condition is applied to the outside boundary, which can avoid the error caused by plane wave assumption and by the artificial boundary of calculation area. The other is about how to store the total coefficient matrix, we design two arrays to store the total coefficient matrix with non-zero elements and the corresponding node matrix respectively, which reduce the consumption of memory, at the same time, whose meaning is simple and easy to be understood, and it is convenient to solve FEM equations set by using iteration method. At last the theory is tested by the response of half homogeneous space model.

Keywords 3D3C, CSAMT method, finite element modeling, storing the total coefficient matrix, divergence condition

0 引 言

CSAMT 方法是电磁法的一种,野外作业时使用人工有限长线电流源做场源,习惯上在离发射源垂直距离为 3~5 倍的趋肤深度外一定梯形区域内

来接收电磁信号,测线方向需要平行于发射源的布设方向,通过接收测线方向的电场和与测线方向垂直的磁场来获得卡尼亚视电阻率和视相位.从观测方式来看,CSAMT 方法是一个三维问题,需要用三维方法来模拟.

收稿日期 2006-07-10; **修回日期** 2006-08-20.

基金项目 中国科学院知识创新工程重要方向项目(KZCX2-YW-113 和 KZCX2-YW-121)联合资助.

作者简介 王若,1971 年 11 月生,女,河北辛集人,博士,主要从事直流电法,电磁法的正反演研究,现为中国科学院地质与地球物理研究所助研.

有效的三维正演模拟是正确认识 CSAMT 资料的基础,也是频率域三维电磁波理论和应用研究的难点。

三维 MT 正演模拟上世纪 70 年代就得到了应用^[1]。以后,各种正演方法如积分方程法,有限差分法得到了发展^[2~15]。有限元方法相对于有限差分方法和积分方程法能更有效地处理三维复杂问题,但至今这方面的研究仍然处于探索阶段^[16]。

对于 CSAMT 方法,文献^[17]用有限元方法计算了三层模型,但是只对电场的分量进行了模拟研究。而计算卡尼亚视电阻率时需用到电场的两个分量来计算磁场,所以需要开发三维三分量的电场模拟。然而三维三分量有源电磁模拟在某些方面仍然存在挑战,如计算机内存和解大型方程组等问题。

本文首先用伽里金方法将三维 CSAMT 的电场边值问题表示成加权余量方程的形式;然后用有限元法来求解,在推导过程中,引进文献^[18]中的一阶吸收边界条件和系数矩阵数组存储技术,并将散度条件强加于边值问题中;最后用均匀半空间模型对理论进行了初步验证。

1 边值问题

对于三维电磁场问题,研究的区域是三维的,设源的方向为 x 方向,位于地面上,研究区域如图 1 所示。

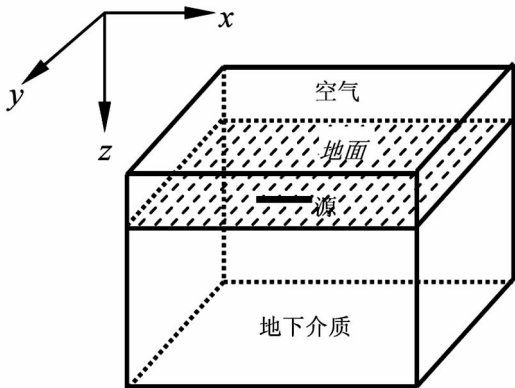


图 1 研究区域示意图

Fig. 1 Diagrammatic sketch of research area

若电磁场的时间因子为 $e^{-i\omega t}$,则含源麦克斯韦方程组可写为:

$$\begin{cases} \mathbf{V} \times \mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{H} \\ \mathbf{V} \times \mathbf{H} = (\sigma - i\omega\epsilon)\mathbf{E} + \mathbf{J}_{cx} \end{cases} \quad (1)$$

其中, \mathbf{E} 是电场, \mathbf{H} 是与电场垂直的磁场, \mathbf{J}_{cx} 是 x 方向的外加源矢量,

$$J_{cx} = Ids\delta(y)\delta(z),$$

I 是外加电流强度, ds 是偶极源的长度, ω 是圆频率, μ 是介质的磁导率, k 是波数,

$$k^2 = \omega^2\mu\epsilon + i\omega\mu\sigma,$$

ϵ 为介电常数, σ 是介质电导率。

对(1)第一式两边求旋度,将第二式代入并忽略位移电流,得到

$$\mathbf{V} \times \mathbf{V} \times \mathbf{E} = i\omega\mu(\sigma\mathbf{E} + \mathbf{J}_{cx}), \quad (2)$$

将(2)式展开,采用与二维无限长线源有限元正演推导相似的外边界条件^[14](其物理意义见文献^[18]),内边界条件因为在有限元法中自动满足,所以在伽里金法的推导过程中不再考虑。可将边值问题归纳为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial y\partial x} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial y\partial x} + i\omega\mu\sigma E_x = -i\omega\mu J_{cx} \\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial z\partial y} + i\omega\mu\sigma E_y = 0 \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial y\partial z} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial x\partial z} + i\omega\mu\sigma E_z = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial n} + k\mathbf{E} \cos\theta = 0 \quad \in \Gamma, \end{cases} \quad (3)$$

2 伽里金方法

伽里金方法可有效地求微分方程近似解,并较好地有限单元法所用。首先将解区域 V 分割成一系列的六面体单元,每个单元有自己的编号,且三个方向的边长分别为 a, b, c 。计算中所用的子单元坐标系 (xyz) 和边长为 2 的母单元所用的坐标系 $(\xi\zeta\eta)$ 的对应关系如图 2 所示。两种坐标系的关系为

$$\begin{cases} x = \frac{a}{2}\xi, \\ y = \frac{b}{2}\zeta, \\ z = \frac{c}{2}\eta. \end{cases} \quad (4)$$

单元中的场值可用八个角点的形函数表示为

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i u_i, \quad (5)$$

其中, $u_i (i=1, 2, 3 \dots 8)$ 是单元的八个角点的待定电场值。

令余量为(3)式等号两边各项之差,用变量 r 来表示,权为(5)式中的形函数 $N_i (i=1, 2, \dots, 8)$,得到单元的加权余量方程为

$$\iiint_{\Omega} N_i r dx dy dz = 0, \quad (6)$$

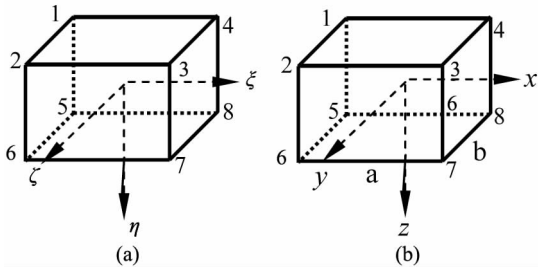


图 2 六面体单元的编号

(a) 母单元, (b) 子单元

Fig. 2 Hexahedral numbering

(a) master cell, (b) slave cell

3 有限单元法

用有限单元法可有效地解决伽里金方法得到的加权余量方程. 式(5)中的形函数为

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \zeta_i \zeta)(1 + \eta_i \eta), \quad (7)$$

其中, ξ_i, ζ_i, η_i 是图 2 中各个角点的坐标, $i=1, 2, 3 \dots 8$. 将(7)、(3)代入(6)式, 并根据奥——高定理

$$\iiint_e \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \mathbf{N}^T \right) dx dy dz = \iint_s \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \mathbf{N}^T l_x dy dz,$$

其中: s 为包围小单元的边界面, l_x 为 yz 边界面上的点 (x, y, z) 处的外法线向量的方向余弦. 进行一系列的推导后, 可得到分块矩阵方程组

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^1 & \mathbf{K}_{12}^1 & \mathbf{K}_{13}^1 \\ \mathbf{K}_{21}^1 & \mathbf{K}_{22}^1 & \mathbf{K}_{23}^1 \\ \mathbf{K}_{31}^1 & \mathbf{K}_{32}^1 & \mathbf{K}_{33}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_x \\ \mathbf{E}_y \\ \mathbf{E}_z \end{pmatrix} + k^2 \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_{22}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{33}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_x \\ \mathbf{E}_y \\ \mathbf{E}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

各子矩阵均为 8×8 的矩阵, 其中,

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{11}^1 = - \iiint_e \left[\left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \right) \right] dx dy dz, \\ \mathbf{K}_{12}^1 = \iiint_e \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \right) dx dy dz, \\ \mathbf{K}_{13}^1 = \iiint_e \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial z} \right) dx dy dz, \\ \mathbf{K}_{22}^1 = - \iiint_e \left[\left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz, \\ \mathbf{K}_{23}^1 = \iiint_e \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial z} \right) dx dy dz, \\ \mathbf{K}_{33}^1 = - \iiint_e \left[\left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \right) \right] dx dy dz, \\ \mathbf{K}_{21}^1 = \mathbf{K}_{12}^{1T}, \quad \mathbf{K}_{32}^1 = \mathbf{K}_{23}^{1T}. \end{cases}$$

(9)

$$\mathbf{K}_{11}^2 = \mathbf{K}_{22}^2 = \mathbf{K}_{33}^2 = \iiint_e k^2 \mathbf{N} \mathbf{N}^T d\Omega. \quad (10)$$

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{11}^3 = \iint_\Gamma \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \mathbf{N}^T l_z + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \mathbf{N}^T l_y \right) dS, \\ \mathbf{K}_{22}^3 = \iint_\Gamma \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \mathbf{N}^T l_x + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \mathbf{N}^T l_z \right) dS, \\ \mathbf{K}_{33}^3 = \iint_\Gamma \left(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \mathbf{N}^T l_x + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \mathbf{N}^T l_y \right) dS, \\ \mathbf{K}_{12}^3 = \iint_\Gamma \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \mathbf{N}^T l_y dS, \\ \mathbf{K}_{13}^3 = \iint_\Gamma \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \mathbf{N}^T l_z dS, \\ \mathbf{K}_{21}^3 = \iint_\Gamma \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \mathbf{N}^T l_x dS, \\ \mathbf{K}_{23}^3 = \iint_\Gamma \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \mathbf{N}^T l_z dS, \\ \mathbf{K}_{31}^3 = \iint_\Gamma \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \mathbf{N}^T l_x dS, \\ \mathbf{K}_{32}^3 = \iint_\Gamma \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \mathbf{N}^T l_y dS. \end{cases} \quad (11)$$

4 电场散度条件的强加

用上述推导的结果来计算电场, 计算结果并不正确. 因为我们从(2)式直接展开得到了边值问题, 而没有应用散度条件, 所以须将散度条件强加于得到的公式中.

在有源区域, 散度条件为:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho. \quad (12)$$

其中 \mathbf{D} 为电通量密度, ρ 为电荷密度.

根据连续性方程:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (14)$$

其中 \mathbf{J} 为电流密度. 在时谐场的情况下, 上式可以写作:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = j\omega\rho. \quad (15)$$

其中, j 是纯虚数, ω 是圆频率. 将(15)式中的 ρ 代入(13)中, 并考虑 $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ 得到:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{J}}{j\omega} \right) / \epsilon. \quad (16)$$

在无源区域, 散度条件为:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (17)$$

文献[19]表明, 上述有限元推导得到的解在有源区域不满足(16)式, 在无源区域不满足(17)式, 所以需要增加一个罚项来强制散度条件. 将(16)、(17)式加入到(3)式中, 则边值问题写作:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial x} + i\omega\mu\sigma E_x + \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} \\ = -i\omega\mu J_{cx} + \frac{\partial J_{cx}}{\partial x} i\omega\epsilon \\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial z \partial y} + i\omega\mu\sigma E_y + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial x \partial z} + i\omega\mu\sigma E_z + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial n} + kE \cos\theta = 0 \quad \in \Gamma, \end{cases} \quad (18)$$

上述散度条件的强加使得(9)的第1、4、6式和(11)的前三个式子分别变为下面的形式:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{11}^I = - \iiint_V \left[\left(\frac{\partial N}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial N^T}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N^T}{\partial y} \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N^T}{\partial x} \right) \right] dx dy dz, \quad (19) \\ \mathbf{K}_{22}^I = \mathbf{K}_{33}^I = \mathbf{K}_{11}^I. \\ \mathbf{K}_{11}^3 = \iiint_V \left(\frac{\partial N}{\partial z} N^T l_z + \frac{\partial N}{\partial y} N^T l_y + \frac{\partial N}{\partial x} N^T l_x \right) dS, \\ \mathbf{K}_{22}^3 = \mathbf{K}_{33}^3 = \mathbf{K}_{11}^3. \end{cases} \quad (20)$$

其余元素不变。

(20)式是与边界条件相关的矩阵,将(3)或(18)式中的边界条件加入到方程(20)中.对于(20)式中的第一式,可写为:

$$\begin{aligned} & \iint_V \left[\frac{\partial N}{\partial x} N^T l_x + \frac{\partial N}{\partial y} N^T l_y + \frac{\partial N}{\partial z} N^T l_z \right] dS \mathbf{E} \\ & = \iint_V \frac{\partial N}{\partial n} N^T dS \mathbf{E} = \iint_V N \frac{\partial N^T}{\partial n} dS \mathbf{E}. \quad (21) \end{aligned}$$

结合边界条件

$$\frac{\partial E}{\partial n} + k \cos\theta E = 0$$

可有

$$\frac{\partial N^T}{\partial n} = -k \cos\theta N^T,$$

代入(21)式:

$$\begin{aligned} & \iint_V \left[\frac{\partial N}{\partial x} N^T l_x + \frac{\partial N}{\partial y} N^T l_y + \frac{\partial N}{\partial z} N^T l_z \right] dS \mathbf{E} \\ & = \iint_V -k \cos\theta N N^T dS \mathbf{E}. \quad (22) \end{aligned}$$

则(20)式重新写作:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{11}^3 = \iint_V -k \cos\theta N N^T dS \mathbf{E}, \quad (23) \\ \mathbf{K}_{22}^3 = \mathbf{K}_{33}^3 = \mathbf{K}_{11}^3. \end{cases}$$

至此,(8)式中的各个 \mathbf{K} 值都可解析地求出.

当小单元的各个 \mathbf{K} 值得到后,便可对各个单元

进行集成,形成总的系数矩阵以求出研究区域各个结点上的电场值.

5 大型稀疏矩阵的存储

在二维线电流源的模拟中,我们引进了两个数组,占用最少的内存(即大量的零值不被存储,只存储少量的非零值)存储了集成后的系数矩阵.在三维有限元模拟当中,我们用相同的思想来存储集成后的系数矩阵.在三维情况下,集成时除边界上的点外,每个结点只和其周围的27个结点有关(包括自身结点,即图3中结点14),所以集成后的系数矩阵中每一行只包括27个非零值.如图3所示,阿拉伯数字表示集成时所用的结点编号,NEL1~NEL8表示与所要集成的结点有关的小单元的编号.设计两个数组,第一个二维系数数组存储每行的27个非零值,数组的第一维代表所要集成结点的总体编号,第二维代表与之关联的27个结点的局部编号(如图3中所示).与变带宽存储和一维按行索引存储的概念相同,我们还需要一个二维的结点数组来存储每行的这27个值在总体系数矩阵中的位置,这个结点数组两维的意义与系数数组的相同,二者的大小一致,每一个系数数组元素都对应着一个结点元素,可方便地识别出与集成时的目的点相关的27个结点的系数值和这27个结点在总体系数矩阵中的位置.这样设计的两个数组中没有零元素,减少了很多存储量,且物理意义明确,便于各种迭代解法来调用^[18].

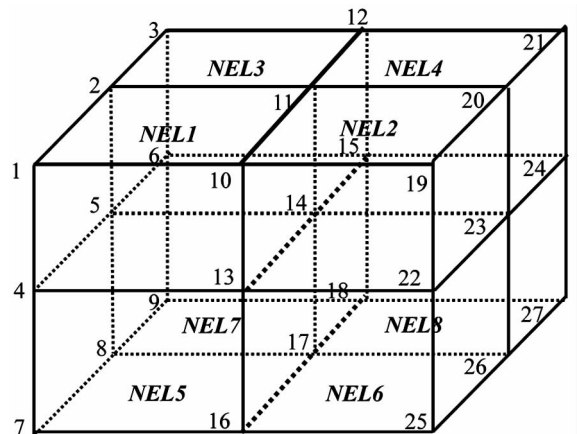


图3 集成时相关结点的编号

Fig. 3 relative numbering in integration

6 磁场与视电阻率的计算

将(1)中第一式展开可写出磁场 H_y 的表达式:

$$H_y = \frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right). \quad (24)$$

$$\rho = \frac{i}{\omega\mu} \left(\frac{E_x}{H_y} \right)^2 \Big|_{z=0}. \quad (27)$$

关于电场两个偏导数的计算公式^[20]为,

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{2l} (-11E_{x1} + 18E_{x2} - 9E_{x3} + 2E_{x4}). \quad (25)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} \Big|_{z=0} = \frac{1}{2l} (-11E_{z1} + 18E_{z2} - 9E_{z3} + 2E_{z4}). \quad (26)$$

其中, E_{x1} 为地面上的结点的电场值, E_{x2} 、 E_{x3} 、 E_{x4} 分别为地面下第一、二、三个结点的电场值, E_{z1} 为地面上的所求偏导数对应的结点的垂直分量的电场值, E_{z2} 、 E_{z3} 、 E_{z4} 分别为在 x 方向与之相邻的第一、二、三个结点的垂向电场值。

求得 $\frac{\partial E_x}{\partial z}$ 和 $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ 后代入(24)式便可计算出地面上与 x 方向电场垂直的磁场。

当地面上互相垂直的电场与磁场已知后,便可通过下面的公式计算卡尼亚视电阻率:

7 数值模拟

鉴于三维数值模拟的复杂性,我们设计了一个均匀半空间模型对程序进行初步验证. 源放于 x 轴的中间位置,长度为 5 个网格(共 250 m),源的中点在(11,6,6)结点上. 将模型空间剖分成一系列的六面体单元,在 x 轴方向(源的布置方向)、 y 轴方向(在地面与源垂直的方向)、 z 轴方向(垂直向下的方向)的网格数分别为 20,30,20. 剖分的原则为源附近与源平行方向剖分较细,目标区(y 轴方向为 18~27 网格, x 轴方向为 4~17 网格)为均匀网格,格距是 50 m,源与勘探区间 y 轴方向为渐变大网格剖分,在边界上为大网格剖分. 在 z 轴方向地面向下为渐变网格剖分,由地面向空气中延伸的网格以较大的尺度向外延伸。

表 1 2^{13} Hz 时三维三分量正演得到的电阻率值

Table 1 Resistivity result of 3D3C modeling at frequency 2^{13} Hz

电阻率值	与源垂直方向(y 轴)的网格值											
	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
源方向(x 轴)的网格值	4	12.064	10.968	10.265	9.872	9.643	9.545	9.485	9.427	9.34	9.169	12.064
	5	10.494	10.141	9.935	9.727	9.652	9.563	9.487	9.382	9.243	9.079	10.494
	6	9.607	9.365	9.3	9.307	9.324	9.347	9.34	9.304	9.233	9.118	9.607
	7	9.074	9.383	9.151	9.332	9.27	9.271	9.189	9.087	8.954	8.804	9.074
	8	7.045	7.045	7.815	8.01	8.39	8.491	8.525	8.436	8.294	8.097	7.045
	9	9.209	9.784	9.722	9.729	9.785	9.792	9.82	9.834	9.849	9.859	9.209
	10	9.634	9.549	9.846	9.682	9.8	9.778	9.808	9.814	9.824	9.829	9.634
	11	9.741	9.47	9.89	9.666	9.806	9.772	9.801	9.802	9.809	9.81	9.741
	12	9.239	8.885	9.47	9.305	9.519	9.52	9.568	9.57	9.568	9.569	9.239
	13	10.919	11.672	10.902	10.799	10.566	10.482	10.434	10.437	10.47	10.482	10.919
	14	7.865	7.922	8.671	8.677	9.055	9.135	9.241	9.256	9.236	9.213	7.865
	15	7.896	8.201	8.313	8.584	8.729	8.864	8.925	8.947	8.946	9.006	7.896
	16	8.867	9.217	9.54	9.751	9.839	9.832	9.761	9.66	9.566	9.513	8.867
	17	9.309	8.461	7.966	7.737	7.706	7.784	7.926	8.103	8.317	8.588	9.309

给定均匀半空间模型的电阻率值为 $10 \Omega \cdot \text{m}$. 正演时所用的勘探频率为 $2^{13} \sim 2^1$ Hz, 勘探区中 2^{13} Hz 时的正演结果示于表 1 中, 横向为 y 轴方向的网格值, 纵向为 x 方向的网格值. 从表 1 可见, 在勘探区中, 高频时正演得到的电阻率值与真值非常接近。

我们取地表(11,22)网格处从高频到低频的视电阻率值作成频率测深曲线示于图 4 中, 用“●”表示各个频点的值, 用均匀半空间正演理论也以相同的参数做正演, 将正演结果示于图 4 中, 用“△”表示. 从图中可见, 1D 正演和 3D 正演的形态基本一致. 只

是在大多数频点,三维有限元正演的视电阻率稍低于一维正演的视电阻率值.经统计,二者的百分比误差为13.23%.这说明三维的正演模拟程序已基本正确,但误差较大,仍需进一步改进.

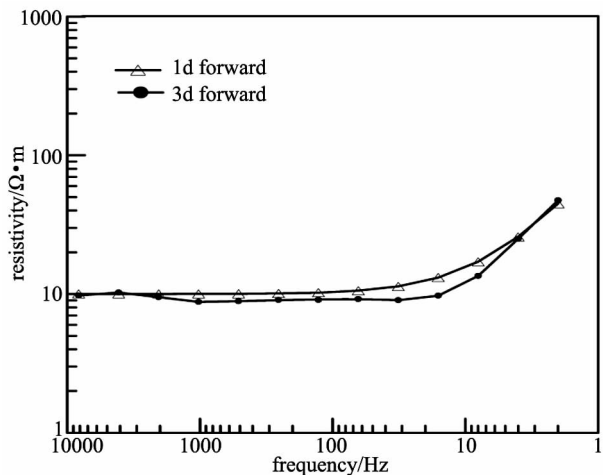


图4 均匀半空间理论响应与三维三分量正演结果的对比

Fig. 4 Comparison between the theory response of half homogeneous space and result of 3D3C modeling

8 结论与建议

我们用伽里金方法推导了CSAMT法电场三维三分量有限元方程,并做了均匀半空间的数值模拟,从以上工作中,得到以下几点结论:

(1) 将电场的散度条件强加于有限元方程中,使有源电磁场有限元方程的解比较完备.

(2) 在将小单元集成过程中,设计了两个数组来存储集成后的系数矩阵,使集成后的系数矩阵物理意义明确,并且存储量达到最小(即没有零值).

(3) 均匀半空间模型验证了三维三分量有限元的推导是基本正确的.

(4) 在研究过程中,认为该算法存在以下问题有待于进一步改进

解方程组时没有用频率域二维有源电磁法模拟(文献14)中的高斯赛德尔迭代法来求解最后形成的有限元方程.在试验中它的解精度没有用变带宽解法的解精度高,故用文献[20]中的变带宽解法来求解,这使二维存储数组的优势没有得到充分发挥,下一步来探索可发挥其优势的共轭梯度法,若成功,可使模拟时所用的剖分单元数进一步增加,以扩大研究区域.

参考文献(References):

- [1] Raiche A P. An integral equation approach to 3D modeling [J]. Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 1974, 36: 363~376.
- [2] Ting S C, Hohmann G W. Integral equation modeling of three-dimensional magnetotelluric response [J]. Geophysics, 1981, 46, 182~197.
- [3] Wannamaker P E, Hohmann G W, SanFilipo S W A. Electromagnetic modeling of three-dimensional bodies in layered earths using integral equations [J]. Geophysics, 1984, 49(1): 60~74.
- [4] Wannamaker P E, Hohmann G W, Ward S H. Magnetotelluric responses of three-dimensional bodies in layered earths [J]. Geophysics, 1984, 49(9), 1517~1533.
- [5] Adhidjaja J I, Hohmann G W. A finite-difference algorithm for the transient electromagnetic response of a three-dimensional body [J]. Geophys. J. Int., 1989, 98: 233~242.
- [6] 谭捍东.大地电磁法三维正反演问题研究[D],北京:中国地质大学,2000.
- [7] Wannamaker P E. Advances in three-dimensional magnetotelluric modeling using integral equations [J]. Geophysics, 1991, 56(11) 1716~1728.
- [8] Mackie R L, Madden T R, Wannamaker P E. Three-dimensional magnetotelluric modeling using difference equations-Theory and comparisons to integral equation solutions [J]. Geophysics, 1993, 215~226.
- [9] Tsili Wang, Tripp A C. FDTD simulation of EM wave propagation in 3-D media [J]. Geophysics, 1996, 61(1), 110~120.
- [10] Reddy I K, Rankin D, Phillips R J. Three-dimensional modeling in magnetotelluric and magnetic variational sounding [J]. Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 1997, 51: 313~325.
- [11] 谭捍东.大地电磁法三维正反演问题研究[D],北京:中国地质大学,2000.
- [12] 殷长春.赤道向频率域电磁测深三维电磁模拟技术的研究 [J].石油地球物理勘探,1994,29(6):746~757.
Yin C C. Research on three dimensional electromagnetic modeling technique in latitudinal frequency domain electromagnetic sounding [J]. Oil Geophysical Prospecting (in Chinese), 1994, 29(6): 746~753.
- [13] 沈金松.用交错网格有限差分法计算三维频率域电磁响应 [J].地球物理学报,2003,46(2):281~288.
Shen J S. Modeling of 3D electromagnetic responses in frequency domain by using staggered grid finite difference method [J]. Chinese J. Geophys (in Chinese), 2003, 46(2): 281~288.
- [14] 阮百尧,王有学.三维地形频率域人工源电磁场的边界元模拟方法 [J].地球物理学报,2005,48(5):1197~1204.
Ruan B Y, Wang Y X. A boundary element modeling method for the electromagnetic field by artificial source in frequency domain with 3D topography [J]. Chinese J. Geophys (in Chinese), 2005, 48(5): 1197~1204.

- [15] Elena Y F. MT and control source modeling algorithms for 3D media with topography and large resistivity contrasts[J]. In : Proceedings of 3D EM22 International Symposium, Univ. of Utah , Salt Lake City ,1999, 21~24.
- [16] 黄临平,戴世坤.复杂条件下 3D 电磁场有限元计算方法[J].地球科学-中国地质大学学报,2002, 27(6):775~779.
- [17] 阎述,陈明生.电偶极源频率电磁测深三维地电模型有限元正演[J].煤田地质与勘探,2000, 28(3):50~56.
- [18] 王若,王妙月,底青云.频率域线源大地电磁法有限元正演模拟[J].地球物理学报,2006,49(6):1856~1866.
- [19] 金建铭著,王建国译.电磁场的有限单元法.第一版[M].西安:西安电子科技大学出版社,1998.
- [20] 徐世浙.地球物理中的有限单元[M]法.北京:科学出版社,1994.

《地球物理学进展》2007 年征订启事

各期刊订户:

2007 年《地球物理学进展》由季刊改为双月刊,每年 6 期,每期定价不变,仍为 35 元,全年定价变为:210 元。特此通知。

订刊联系方式

(1) 本刊编辑部(邮局汇款与单位电汇均可)

汇款地址 100029 北京市 9825 信箱《地球物理学进展》编辑部

电话传真 010-62007709,010-62007696,010-62369620

联系人 刘少华,赵 雷

电子邮件 shliu@cgs.org.cn, geophys@163.com

开户行 中国农业银行北京建德支行 账号 190901040000456

收款单位 中国科学院地质与地球物理研究所

(务必在注释行写上:购《地球物理学进展》款,同时写上您的姓名和联系地址)

(2) 天津全国非邮发联合证订服务部

邮编地址 300385 天津市大寺泉集北里别墅 17 号

电话传真 022-23973378,022-23962479

网 址 <http://www.LHZD.com>

E - mail LHZD@public.tpt.tj.cn