

一种新颖的 DOA 估计算法

周 玮 冯大政 刘建强

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘 要: 子空间类波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计算法的关键在于得到高质量的信号子空间估计。该文利用矩阵伪逆的双正交性,针对源信号不相关而其本身是色信号的情况,给出了一种新颖的 DOA 估计算法,它不需要知道噪声统计特性。该算法利用一组空时相关矩阵的结构化信息,能稳健而精确地估计出信号子空间,从而得到 DOA 的精确估计。仿真实验证实了所给算法的有效性。

关键词: 阵列信号处理, 色噪声; 信号子空间, DOA 估计, 空时相关矩阵

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)10-1513-04

A Novel Approach to DOA Estimation

Zhou Yi Feng Da-zheng Liu Jian-qiang

(National Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract The key issue of the subspace-based Direction Of Arrival (DOA) estimation lies in the estimation of signal subspace with high quality. In the case of uncorrelated signals while the signals are temporally correlated ones, a novel approach for estimation of DOA in unknown correlated noise fields is proposed. Based on the biorthogonality between a matrix and its Moore-Penrose pseudo-inverse, the proposed method makes no assumptions on the spatial covariance matrix of the noise. The approach exploits the structural information of a set of spatio-temporal correlation matrices, and gives a robust and precise estimation of signal subspace to obtain a precise estimation of DOA. The performances are confirmed by computer simulation results.

Key words Array signal processing, Color noise, Signal subspace, DOA estimation, Spatio-temporal correlation matrices

1 引言

波达方向(DOA)估计是阵列信号处理中的一个重要研究内容,它在雷达、声纳、通信和医学成像等领域的应用日益受到重视。传统的DOA估计算法,如最大似然法、子空间拟合法、MUSIC法^[1]、ESPRIT法^[2]等,都假定阵元噪声是空时白噪声,或者是统计特性已知的色噪声。然而,在实际应用中,阵列接收的噪声通常是由多种噪声源所引起的,这使得白噪声假设通常是不合理的。例如,声纳应用中的噪声源就包括洋流噪声、交通噪声和海洋环境噪声^[3]。我们难以得到这些噪声的统计特性,而基于白噪声或已知噪声特性的方法在模型不匹配的情况下,其性能可能会严重下降^[4]。因此,色噪声背景中的DOA估计受到了国内外学者们的广泛重视^[3-7]。

虽然基于最大似然的DOA估计方法^[5]在理论上具有优异

的性能,它的性能可以达到无偏估计的方差下界(Cramer-Rao Bound, CRB)。但由于最大似然法通常需要进行多维非线性搜索,使得其计算量十分庞大,同时它需要高精度的初始值而且其全局收敛性理论上也没有得到证明,因而最大似然法难以在实际中应用。基于信号子空间和噪声子空间的子空间方法^[3,6,7],由于其计算量小而且估计性能仅比最大似然方法略有损失,因而它成为阵列信号处理的次最优算法的研究热点之一。

子空间类波达方向估计算法的关键在于得到高质量的信号子空间估计。当源信号是有色信号而噪声是具有未知协方差矩阵的(时间)白噪声,或者源信号的相关时间长于噪声的相关时间时,利用一组空时相关矩阵的联合块对角化^[7],或者利用辅助变量^[3],可以得到信号DOA的估计,而无论噪声的空间协方差矩阵如何。利用文献[8-10]中关于矩阵伪逆的双正交性的思想,针对源信号不相关而信号本身是色信号的

情况, 本文给出了一种新颖的 DOA 估计算法, 它不需要知道噪声统计特性。本文所给算法充分利用一组空时相关矩阵的结构化信息, 先得到信号子空间的估计, 从而可得到信号 DOA 的估计。计算机仿真实验证实了所给算法的有效性。

2 信号模型

考虑 m 个阵元的均匀线阵接收 n ($m > n$) 个远场窄带源, 阵元间距为 d , 入射波波长为 λ 。阵列接收的 m 维数据矢量可以表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \cdots \theta_n]^T$ 为信源 DOA 矢量, 阵列响应矩阵 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \cdots \mathbf{a}(\theta_n)]$, $\mathbf{a}(\theta_i) = [1 \quad e^{j2\pi d \sin(\theta_i)/\lambda} \cdots e^{j2\pi(m-1)d \sin(\theta_i)/\lambda}]^T$, $i=1, 2, \dots, n$ 为第 i 个信源的方向矢量; $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \quad \cdots \quad s_n(t)]^T$ 为入射信号的复振幅矢量; $\mathbf{n}(t) = [n_1(t) \quad \cdots \quad n_m(t)]^T$ 为阵列噪声矢量; 在本文中, 我们对信号模型作如下假设:

(1) 各源信号是零均值、各信号之间不相关的过程, 而信号本身是色信号, 即

$$E[\mathbf{s}(t + \tau)\mathbf{s}^H(t)] = \text{diag}[\rho_1(\tau) \cdots \rho_n(\tau)] \quad (2)$$

其中上标 H 表示共轭转置, $\text{diag}[\cdot]$ 表示对角阵。

(2) 噪声矢量是独立的, 具有相同二阶矩的零均值过程, 即

$$\begin{aligned} E[\mathbf{n}(t + \tau)\mathbf{n}^H(t)] &= \boldsymbol{\Sigma}\delta(\tau) \\ E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^T(s)] &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3)$$

其中协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 未知; 当 $\tau=0$ 时, $\delta(\tau)=1$, 当 $\tau \neq 0$ 时, $\delta(\tau)=0$; 并且信号矢量 $\mathbf{s}(t)$ 和噪声矢量 $\mathbf{n}(t)$ 是不相关的。

(3) 信号源的数目 n 已知。当信号源数目未知时, 文献 [11] 中给出的方法可以估计出色噪声环境中信号源的数目。

有了以上的假设条件, 阵列接收矢量的一组空时相关矩阵有下面的结构:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\tau) &= E[\mathbf{x}(t + \tau)\mathbf{x}^H(t)] \\ &= \mathbf{A}\text{diag}[\rho_1(\tau) \cdots \rho_n(\tau)]\mathbf{A}^H \\ &\triangleq \mathbf{A}\mathbf{A}(\tau)\mathbf{A}^H \end{aligned} \quad (4)$$

虽然利用一个空时相关矩阵的特征值分解就可以得到信号子空间(即由阵列响应矩阵 \mathbf{A} 的列向量张成的子空间)的估计, 但是这种方法显然并没有充分利用空时相关矩阵的全部信息。利用多个相关矩阵的结构信息来联合估计信号子空间可以得到高精度的信号子空间估计。下面基于一组空时相关矩阵 $\mathbf{R}(\tau)$, $\tau=1, \dots, K$ 的结构化信息, 先估计信号子空间, 从而估计源信号的 DOA。

3 一种新算法

由式(4)可知, 一组空时相关矩阵具有对角化结构, 但由于阵列响应矩阵 \mathbf{A} 不是酉矩阵, 而是一个列满秩矩阵, 因而这种对角化结构并不是矩阵的特征值分解。为了由这种对角结构来估计阵列响应矩阵, 引入矩阵的双正交原理。

双正交原理: 对于矩阵 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \cdots \mathbf{a}_n] \in C^{m \times n}$, ($m \geq n$), 它的 Moore-Penrose 伪逆是 $\mathbf{A}^+ = [\mathbf{a}_1^+ \cdots \mathbf{a}_n^+]^H \in C^{n \times m}$ 则有如下双正交关系:

$$(\mathbf{a}_i^+)^H \mathbf{a}_j = \mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_i^+ = \delta(i - j) \quad (5)$$

其中 \mathbf{a}_j^+ 称为 \mathbf{a}_j ($j=1, \dots, n$) 的伴随矢量。矩阵的双正交性在建立判据和计算单个分量的过程中起着关键作用。

3.1 降维处理

为了减少计算量和处理的方便, 可以做降维处理。降维处理就是使 $m \times n$ 响应矩阵 \mathbf{A} 变成 $n \times n$ 满秩方阵。理想的降维矩阵 \mathbf{L} 应满足条件 $\text{span}(\mathbf{L}) = \text{span}(\mathbf{A})$, 另外, 矩阵 \mathbf{L} 最好还是单位正交阵。在没有噪声或快拍数无穷的情况下, 通过矩阵 $\mathbf{R}(l)$ 的奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)可得到降维矩阵。然而在实际应用中, 快拍数都是有限的, 这时可以由多个相关矩阵 $\mathbf{R}(\tau)$, $\tau=1, \dots, K$ 得到具有较高精度的降维矩阵。令 $\mathbf{C} = \sum_{\tau=1}^K \mathbf{R}^H(\tau)\mathbf{R}(\tau)$, \mathbf{C} 的特征值分解

(Eigenvalue Decomposition, EVD) $\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^H$ 则可取降维矩阵, \mathbf{L} 为 \mathbf{C} 的主特征矢量组成的矩阵, 即 $\mathbf{L} = [\mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_n]$ 。

令 $\mathbf{A}_0 = \mathbf{L}^H \mathbf{A} \in C^{n \times n}$, 则做降维处理后的相关矩阵如下:

$$\mathbf{R}_0(\tau) = \mathbf{L}^H \mathbf{A}\mathbf{A}(\tau)\mathbf{A}^H \mathbf{L} = \mathbf{A}_0 \mathbf{A}(\tau) \mathbf{A}_0^H \in C^{n \times n}, \quad \tau = 1, \dots, K \quad (6)$$

式(6)的矢量外积形式为

$$\mathbf{R}_0(\tau) = \mathbf{A}_0 \mathbf{A}(\tau) \mathbf{A}_0^H = \sum_{i=1}^n \rho_i(\tau) \mathbf{a}_{0i} \mathbf{a}_{0i}^H, \quad \tau = 1, \dots, K \quad (7)$$

令 \mathbf{a}_{0i}^+ 为 \mathbf{a}_{0i} 的伴随矢量, 则由(4)式可得

$$\mathbf{R}_0(\tau) \mathbf{a}_{0i}^+ = \rho_i(\tau) \mathbf{a}_{0i} \quad (8)$$

由上式易见, 若 $\boldsymbol{\omega}$ 是矩阵 \mathbf{A}_0 中某一列矢量的伴随矢量的话, 那么矢量 $\mathbf{R}_0(\tau)\boldsymbol{\omega}$, $\tau=1, \dots, K$ 就是一组相互平行的列矢量, 从而可以构造下面的代价函数, 由它可以得到矩阵 \mathbf{A}_0 的一列矢量的伴随矢量:

$$\min J(\boldsymbol{\omega}, c_2, \dots, c_K) = \sum_{p=2}^K \|\mathbf{R}_0(p)\boldsymbol{\omega} - c_p \mathbf{R}_0(1)\boldsymbol{\omega}\|^2 \quad (9)$$

若 $\boldsymbol{\omega}$ 或 c_2, \dots, c_K 固定, 代价函数 $J(\boldsymbol{\omega}, c_2, \dots, c_K)$ 都是一个二次函数。通过求代价函数 $J(\boldsymbol{\omega}, c_2, \dots, c_K)$ 的最小值点, 可以得到

\mathbf{A}_0 的一列矢量。

3.2 计算单个分量

下面给出一种最小化式(9)的迭代算法, 在迭代求解过程中, 矢量 $\boldsymbol{\omega}$ 的初始值取为 $\mathbf{R}_0(1)$ 的最大特征值对应的特征矢量。对于第 k 步, 计算 $c_2(k), \dots, c_K(k)$ 使代价函数最小。因此, 对于 $k=1, 2, \dots$, 有如下迭代过程:

$$(1) \quad c_i(k) = \frac{\boldsymbol{\omega}^H(k-1)\mathbf{R}_0^H(1)\mathbf{R}_0(i)\boldsymbol{\omega}(k-1)}{\|\mathbf{R}_0(1)\boldsymbol{\omega}(k-1)\|^2}, \quad i=2, \dots, K \quad (10)$$

(2) 求单位模矢量 $\boldsymbol{\omega}(k)$ 使得

$$\boldsymbol{\omega}^H(k) \left\{ \sum_{p=2}^K [\mathbf{R}_0(p) - c_p(k)\mathbf{R}_0(1)]^H [\mathbf{R}_0(p) - c_p(k)\mathbf{R}_0(1)] \right\} \boldsymbol{\omega}(k) \quad (11)$$

最小, 即 $\boldsymbol{\omega}(k)$ 是如下矩阵的最小特征值所对应的特征矢量

$$\mathbf{C}(k) = \sum_{p=2}^K [\mathbf{R}_0(p) - c_p(k)\mathbf{R}_0(1)]^H [\mathbf{R}_0(p) - c_p(k)\mathbf{R}_0(1)] \quad (12)$$

(3) 重复以上两步, 直到 $\|\boldsymbol{\omega}(k) - \boldsymbol{\omega}(k-1)\| < \varepsilon$ (ε 为误差限, 此处取 $\varepsilon=10^{-6}$) 为止, 且令 $\mathbf{a}_0^+ = \boldsymbol{\omega}(k)$ 。

在迭代过程中, 每步都是一个可以精确求解的最小二乘问题。模拟结果表明该迭代算法能够快速地收敛。

得到 \mathbf{a}_0 的伴随矢量 \mathbf{a}_0^+ 后, 令矩阵 $\mathbf{F} = \sum_{p=1}^K [\mathbf{R}_0(p)\mathbf{a}_0^+] [\mathbf{R}_0(p)\mathbf{a}_0^+]^H$

利用双正交性可知, \mathbf{a}_0 与 \mathbf{F} 的最大特征值相关联的特征矢量相对应。

3.3 多阶段分解计算多个分量

得到 \mathbf{A}_0 的一列矢量 \mathbf{a}_0 及其伴随矢量 \mathbf{a}_0^+ 后, 可从 $\mathbf{R}_0(\tau)$ 中去掉分量 $\rho_0(\tau)\mathbf{a}_0\mathbf{a}_0^H$, 即 $\tilde{\mathbf{R}}_0(\tau) = \mathbf{R}_0(\tau) - [\mathbf{R}_0(\tau)\mathbf{a}_0^+]\mathbf{a}_0^H$, 这里 $(\mathbf{a}_0^+)^H\mathbf{a}_0 = 1$ 。此时, $\tilde{\mathbf{R}}_0(\tau)$ 不是满秩的, 它的秩是 $n-1$ 。为了增加下一阶段计算单个分量的计算效率, 应将 $\tilde{\mathbf{R}}_0(\tau)$ 降维成 $(n-1) \times (n-1)$ 矩阵。降维的优点在于避免权矢量再次收敛到已得到的分量上且能减少计算时间。

由双正交性, 易知 $\tilde{\mathbf{R}}_0(\tau)\mathbf{a}_0^+ = 0$, 这意味着 $\text{span}[\tilde{\mathbf{R}}_0(\tau)] \perp \mathbf{a}_0^+$ 利用与 \mathbf{a}_0^+ 相关联的 Householder 变换矩阵可得到一个降维矩阵

$$\mathbf{L}_1 = [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}_{n-1}] - \tilde{\mathbf{a}}_0^+ (\mathbf{a}_0^+ + \mathbf{e}_1)^H / (1 + \mathbf{a}_{01}^+) \quad (13)$$

其中 \mathbf{I}_{n-1} 表示 $(n-1) \times (n-1)$ 单位矩阵, $\mathbf{0}$ 是 $(n-1)$ 维零矢量, $\mathbf{e}_1 = [1, 0, \dots, 0]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 。如果 $\mathbf{a}_0^+ = [\mathbf{a}_{01}^+, \dots, \mathbf{a}_{0n}^+]^T$, 那么 $\tilde{\mathbf{a}}_0^+ = [\mathbf{a}_{02}^+, \dots, \mathbf{a}_{0n}^+]^T$ 。容易验证 $\mathbf{L}_1\mathbf{a}_0^+ = 0$, 因此 \mathbf{L}_1 张成 \mathbf{a}_0^+ 的正交补空间。即使 $\tilde{\mathbf{R}}_0(\tau)$ 存在噪声, 也有 $\text{span}[\mathbf{L}_1] = \text{span}[\tilde{\mathbf{R}}_0(\tau)]$ 。因此, \mathbf{L}_1 是一个理想的、有效的降维矩阵。

于是, 新的降维相关矩阵为

$$\mathbf{R}_1(\tau) = \mathbf{L}_1 \tilde{\mathbf{R}}_0(\tau) \mathbf{L}_1^H \in \mathbb{C}^{(n-1) \times (n-1)} \quad (14)$$

由此完成了第一阶段分解。新的 $(n-1)$ 维分量可从 $\mathbf{R}_1(\tau)$ 得

到, 除了维数降 1 以外, 求解过程完全与第一阶段相同。因此, 分量 \mathbf{a}_1 和 \mathbf{a}_1^+ 可以利用上节的方法从 $\mathbf{R}_1(\tau)$ 中得到。分解过程直到第 $(n-2)$ 步为止。

给定 q ($1 \leq q \leq n-2$), 用 $\mathbf{R}_q(\tau)$, ($\tau=1, \dots, K$) 替代式(10), (11), (12)中的 $\mathbf{R}_0(\tau)$, ($\tau=1, \dots, K$), 类似地可得到 \mathbf{a}_q 的伴随矢量 \mathbf{a}_q^+ , 从而得到 \mathbf{a}_q 。

降维矩阵 $\mathbf{L}_{q+1} = \text{null}(\mathbf{a}_q^+)$, 可以用类似于 \mathbf{L}_1 的方法得到。降维相关矩阵可由

$$\mathbf{R}_{q+1}(\tau) = \mathbf{L}_q [\mathbf{R}_q(\tau) - (\mathbf{R}_q(\tau)\mathbf{a}_q^+)\mathbf{a}_q^H] \mathbf{L}_q^H \quad (15)$$

递归计算。如此重复直到 $q=n-2$, 此时降维相关矩阵 $\mathbf{R}_{n-1}(\tau)$ 是 2×2 复矩阵。给定 \mathbf{a}_{n-2} 和 \mathbf{a}_{n-2}^+ , 位于 \mathbb{C}^2 中的最后一个分量可以由下式:

$$\mathbf{a}_{n-2}^+ \perp \mathbf{a}_{n-1}, \mathbf{a}_{n-2} \perp \mathbf{a}_{n-1}^+$$

唯一确定。至此完成了多阶段分解。

3.4 多阶段重构

分解过程导致连续降维相关矩阵 $\mathbf{R}_q(\tau)$ 和计算单个分量及其伴随矢量。分解完成后, 所有具有充分维数的分量可由如下过程重构:

令 $\mathbf{A}_{n-2} = [\mathbf{a}_{n-2} : \mathbf{a}_{n-1}] \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$, 则 $\mathbf{A}_{q-1} = [\mathbf{a}_{q-1} : \mathbf{L}_q^H \mathbf{A}_q] \in \mathbb{C}^{(n-q+1) \times (n-q+1)}$, 直到 $\mathbf{A}_0 = [\mathbf{a}_0 : \mathbf{L}_1^H \mathbf{A}_1] \in \mathbb{C}^{n \times n}$ 为止。

由 $\mathbf{A}_0 = \mathbf{L}^H \mathbf{A}$ 可知, 信号子空间与矩阵 $\mathbf{L}\mathbf{A}_0$ 的列矢量张成的子空间相同, 它即为由一组空时相关矩阵联合求解得到的子空间。得到信号子空间的估计 $\mathbf{L}\mathbf{A}_0$ 后, 任何一种子空间方法(如, MUSIC法^[1]和ESPRIT法^[2])均可用来估计信号的 DOA。

4 计算机仿真结果

为了验证本文所给算法的有效性, 作下面的计算机模拟实验。在实验中, 阵列由 m 个相距半波长的阵元组成, 延迟矩阵的个数 $K=4$ 。源信号为两个等功率的不相关窄带信号, 到达方向分别为 0° 和 5° , 它们分别是由零均值的复高斯白过程激励一个 1 阶 AR 模型(系数为 0.6)产生的高斯色信号。各个阵元上的噪声是零均值的高斯噪声, 其协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的元素为 $\Sigma_{kl} = \sigma^2 0.9^{|k-l|} e^{j\pi(k-l)/2}$, 这样的源信号和噪声结构也在文献[3]和[7]中。实验结果取 100 次 Monte Carlo 实验的平均数据, 信噪比定义为 $\text{SNR} = 10 \cdot \lg(\sigma_s^2 / \sigma^2)$, 其中 σ_s^2 为信号的功率。为了对比, 将本文中的算法与文献[7]中的辅助变量法作一比较。在辅助变量法中, 用文献[7]中的式(20)得到信号子空间的估计, 其中的加权矩阵取其相应的最佳值。在这两种方法中, 一旦得到信号子空间的估计, 我们用 ESPRIT 法来估计信号的 DOA。图 1 是阵元数 $m=10$, 快拍数为 400

时两种方法的根均方误差随信噪比的变化曲线,可以看出本文所给算法在低 SNR 时的性能要优于辅助变量法,而在 SNR 较高时这两种方法的性能趋于一致。图 2 是阵元数 $m=10$, SNR = 0dB 时两种方法的根均方误差随快拍数的变化曲线,可以看出所给算法在快拍数较小时的性能要优于辅助变量法,而在快拍数较高时两种方法的性能趋于一致。因而,由图 1 和图 2 可知,本文所给算法比辅助变量法更加稳健。

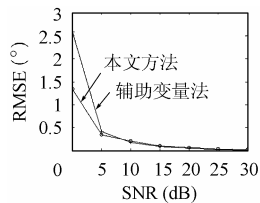


图 1 不同信噪比时两种方法的性能

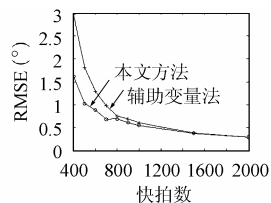


图 2 不同快拍数时两种方法的性能

图 3 是 SNR = 0dB, 快拍数为 400 时两种方法的根均方误差随阵元个数的对比图,由图可知所给算法在阵元数较小时具有优于辅助变量法的性能,而在阵元数较多时两种方法的性能趋于一致。

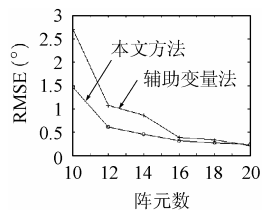


图 3 不同阵元数时两种方法的性能

5 结束语

波达方向(DOA)估计是阵列信号处理中的一个重要研究内容。利用矩阵与其伪逆的列矢量之间的双正交性,针对源信号不相关而信号本身是色信号的情况,本文给出了一种新颖的 DOA 估计算法,它不需要知道噪声统计特性。该算法利用一组空时相关矩阵的结构化信息,能稳健而精确地估计出信号子空间,进而估计信号的 DOA。计算机仿真实验表明了本文所提算法的有效性。由于本文提出的方法是先估计信号子空间,因而在阵列流形已知的情况下容易推广到一般的阵列结构中去。

参考文献

[1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Trans. on AP*, 1986, 34(3): 276 – 280.

- [2] Roy R, Kailath T. ESPRIT- Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, 37(7): 984 – 995.
- [3] Viberg M, Stoica P, Ottersten B. Array processing in correlated noise fields based on instrumental variables and subspace fitting. *IEEE Trans. on SP*, 1995, 43(5): 1187 – 1199.
- [4] Li F, Vaccaro R J. Performance degradation of DOA estimators due to unknown noise fields. *IEEE Trans. on SP*, 1992, 40(3): 686 – 689.
- [5] Pesavento M, Gershman A B. Maximum-likelihood direction-of-arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise. *IEEE Trans. on SP*, 2001, 49(7): 1310 – 1324.
- [6] 吴云韬, 廖桂生, 陈建峰. 一种色噪声环境下的 DOA 估计新算法. *电子学报*, 2001, 29(12): 1605 – 1607.
- [7] Belouchrani A, Amin M G, Abed-Meraim K. Direction finding in correlated noise fields based on joint block-diagonalization of spatio-temporal correlation matrices. *IEEE Signal Processing Letters*, 1997, 4(9): 266 – 268.
- [8] Feng D Z, Zhang X D, Bao Z. An efficient multistage decomposition approach for independent components. *Signal Processing*, 2003, 83(1): 181 – 197.
- [9] Feng D Z, Bao Z, Zhang X D. Multistage decomposition algorithm for blind source separation. *Progress in Nature Science*, 2002, 12(5): 378 – 382.
- [10] 冯大政, 保铮, 张贤达. 信号盲分离问题多阶段分解算法. *自然科学进展*, 2002, 12(3): 324 – 328.
- [11] Wu Y H, Tam K W. On determination of the number of signals in spatially correlated noise. *IEEE Trans. on SP*, 1998, 44(11): 3023 – 3029.

周 伟: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为谱估计、自适应信号处理。

冯大政: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为神经网络、盲信号处理、雷达成像、智能信号处理。

刘建强: 男, 1978 年生, 助教, 研究方向为盲信号处理。