

文章编号: 1001- 4322(2000)06- 0677- 04

# 用统计光学方法分析位相畸变光束的倍频转换\*

高艳霞<sup>1</sup>, 范滇元<sup>2</sup>

(1. 深圳大学理学院应用物理系, 深圳 518060; 2. 中科院上海光机所高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)

**摘要:** 主要介绍了一种对位相畸变光倍频的描述方法, 具体从统计光学观点出发, 针对高斯型随机位相畸变, 在薄晶体近似下, 分析位相畸变光束的倍频转换过程, 给出了基波、倍频波随位相畸变特征量变化的理论模型和数值计算结果。

**关键词:** 位相畸变; 倍频转换; 统计光学方法

中图分类号: O 437

文献标识码: A

激光束的谐波转换是获得短波长和可调谐激光的有效手段, 自 1961 年 Franken 等首次实现激光的二次谐波转换以来, 人们对激光倍频转换已做了广泛的研究。因实际过程中光束都不可能是理想的平面波或高斯光束, 均会有一定程度的位相畸变和光强不均匀, 所以对畸变光束谐波转换的理论研究是非常有价值的。Eimerl<sup>[1]</sup>和 Cousins<sup>[2]</sup>在理论上对激光束的非均匀光强分布对转换效率的影响进行了研究。但到目前为止, 适用于位相不均匀或畸变光束的谐波转换尚无现成的理论。另一方面, 频率转换在要求高的谐波转换效率的同时, 又要求保持一定的光束质量, 光束质量也是高功率激光系统的关键参数之一, 而位相畸变是影响光束质量的主要因素。从本质上讲, 因为光束的位相畸变具有随机性, 应该用统计光学的方法处理这类问题, 在高功率激光器中, 可用高斯型随机变量来描述位相畸变<sup>[3]</sup>。本文即是针对高斯型随机位相畸变, 利用统计光学方法从理论上分析在基波具有一定畸变的情况下, 转换所得倍频波的相对畸变程度, 以期了解位相畸变对谐波转换的具体影响, 以便为高功率激光频率转换的设计提供一些有益的理论参考依据。

## 1 理论模型

频率转换过程中, 光束在晶体中传播存在两种噪声, 一种是晶体不理想造成的, 另一种是因为光束本身具有统计不确定性。若假定晶体是理想的, 那么光在晶体中传播的畸变将主要由光束自身的统计特性来决定, 这种光束自身的畸变不可避免会直接影响到倍频的转换质量。一般说来, 这种畸变被分为振幅畸变和位相畸变两种。本文主要考虑位相畸变。首先考虑具有如下形式的初始入射光波

$$E(x, y) = E_0 \exp[-(x^2 + y^2)/w_0^2] \exp[i\mathcal{Q}(x, y)] \quad (1)$$

其中,  $E_0$  为振幅;  $w_0$  为光斑尺寸;  $\mathcal{Q}(x, y)$  为点  $(x, y)$  处的位相畸变。用夫琅和费衍射积分, 聚焦后焦点处光波分布可表示为

$$E'(x', y') = \frac{E_0}{\lambda f} \iint \exp[-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} + i\mathcal{Q}(x, y)] \exp[-\frac{ik}{f}(xx' + yy')] dx dy \quad (2)$$

式中  $\lambda$  为激光波长;  $f$  为透镜焦距;  $k$  为光波矢。在统计问题中, 实际感兴趣的是光强的系综平均值  $I^{(\omega)}(x', y')$ , 按照文献[1], 高斯型随机位相畸变  $\mathcal{Q}(x, y)$  可被假定为各态历遍的, 在空间各向同性, 而且其平均值为零, 这样光强的系综平均值  $I^{(\omega)}(x', y')$  可表示为

$$I^{(\omega)}(x', y') = \frac{E_0^2}{\lambda^2 f^2} \exp[-(x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2)/w_0^2] \exp[-\sigma_{\mathcal{Q}}^2 + c\mathcal{Q}(u)] \times \exp[-(ik/f)[x'(x_1 - x_2) + y'(y_1 - y_2)]] dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 \quad (3)$$

\* 收稿日期: 2000-1-15; 修订日期: 2000-7-14

基金项目: 国家 863 惯性约束聚变领域基金资助课题(863-416-5)

作者简介: 高艳霞(1972-), 女, 博士, 从事超短脉冲传输、频率转换及其它通讯领域等应用研究。

式中,  $u = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ;  $c\varphi$  是随机变量  $\varphi(x, y)$  的自相关函数, 对于平均值为零的随机量,  $c\varphi = \sigma_\varphi^2 \exp(-u^2/2l_0^2)$ 。由此可见基波的畸变主要由特征量均值  $\sigma_\varphi^2$  和表示空间相干性的相干尺度  $l_0$  唯一确定<sup>[4]</sup>。对于特殊情况:  $I_x^{(\omega)} = I_y^{(\omega)}$ , 在畸变量很小 (即  $\sigma_\varphi^2 \ll 1$ ) 时, (3) 式在极坐标中可表示为<sup>[8]</sup>

$$I^{(\omega)}(r) = \exp(-\sigma_\varphi^2) [I_0 \exp(-2r^2/w_f^2) + I_0' \exp(-2r^2/w^2)] \quad (4)$$

其中,  $I_0 = \pi w_0^4 E_0^2 / (\lambda^2 f^2)$ ,  $w_f = \lambda f / (\pi w_0)$ ,  $I_0' = I_0 \sigma_\varphi^2 l_0^2 / (w_0^2 + l_0^2)$ ,  $w = w_f (l_0^2 + w_0^2)^{1/2} / l_0$  是引入的符号。

从(4)式中可以看到, 除一衰减因子  $\exp(-\sigma_\varphi^2)$  外, 它的第一项对应无位相畸变的远场光强分布, 而第二项实际上代表的是由位相畸变引起的散射光分布。在通常情况下  $l_0 \ll w_0, w \gg w_f, I_0' \ll I_0$ 。在畸变量很小 ( $\sigma_\varphi^2 = 0.01$ ) 时, 基波脉冲形状如图 1(a) 所示, 基本上还是理想的高斯分布。

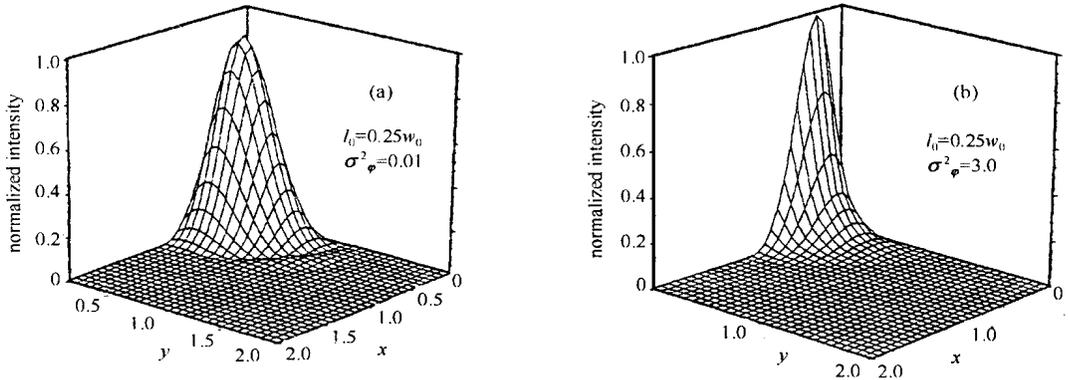


Fig 1 Calculated transverse relative intensity distribution of fundamental wave

图 1 基波横向归一化光强分布图

实际上, 对于线偏振光在晶体中传播时, 光波将晶体光轴的取向分解为偏振互相垂直的两个分量, 即  $E_x$  和  $E_y$ , 通常  $E_x$  和  $E_y$  一般是不相等的, 所以  $x$  轴和  $y$  轴光强分布并不均匀, 应对(3)式做严格的数值计算, 取  $\sigma_\varphi^2 = 3, l_0 = 0.25w_0$ , 所得脉冲横向空间分布示于图 1(b), 此时脉冲已偏离理想的高斯分布, 出现一定的畸变。从图中可以看到: 脉冲分布主要由两部分组成, 即是无畸变的远场分布叠加了一个相当于峰值功率很低但束宽很大的一个本底噪音。此时由于畸变量很大,  $x$  轴和  $y$  轴光强分布已不均匀, 但仍可近似认为脉冲光强由无畸变的远场光强和位相畸变引起的散射光两部分组成。当  $\sigma_\varphi^2$  增大时, 散射光能量增大, 而无畸变的远场光强却减小, 因而实际上整个基波的最大峰值功率降低。相对而言, 散射光在脉冲的底部表现得更加明显, 从整个脉冲来看, 似乎脉冲被压扁了, 脉冲根部的覆盖面变大, 与无畸变的远场分布相比, 相当于增加了一个峰值功率很低但束宽很大的本底。

进行倍频的实验光路图如图 2, 图中  $M_1, M_2$  是透镜。在满足薄晶体近似情况下, 二类位相匹配倍频的倍频强度可表示为<sup>[5,6]</sup>

$$I^{(2\omega)}(r) = \frac{6\omega A g_1 d^2 g_3}{2(1+d^2)} E_0^2 \text{sn}^2(g_2 E_0 \sqrt{\frac{1}{1+d^2}}, d) 2\pi r dr, \quad (5)$$

$$g_1 = \frac{k_2 \omega_2 \cos \alpha_2}{k_1 \omega_1 \cos \alpha_1}, g_2 = \frac{1}{2} \mu_0 d_{\text{eff}} \frac{\omega_2 \omega_3}{[k_2 \cos(\alpha_2) k_3 \cos(\alpha_3)]^{1/2}},$$

$$g_3 = \frac{(k_2 \cos \alpha_2)}{k_1 \cos(\alpha_1)^{1/2}}, E_0^2 = 2 I_x^{(\omega)}(r) / (cn_1 \epsilon) + 2 I_y^{(\omega)}(r) / (cn_2 \epsilon)$$

$n_1, n_2$  是折射率;  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  是基频光(o, e 光)和倍频光的中心频率;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是走离角;  $A$  是光束截面积;  $I_x^{(\omega)}(r), I_y^{(\omega)}(r)$  分别是 o 光和 e 光初始光强分布;  $\text{sn}(a, b)$  是第一类雅可比椭圆函数;  $k_1, k_2, k_3$  分别是

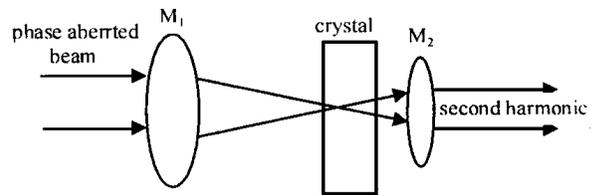


Fig 2 Optical scheme of SHG

图 2 倍频的实验光路原理图

基波 o 光, e 光和倍频波波矢, 下面我们就根据方程 (3) 和 (5), 研究在高斯型随机位相畸变下基波、倍频波的畸变情况。

### 2 数值计算结果和讨论

以晶体  $\text{KB e}_2\text{BO}_3\text{F}_2$  为例来做具体的分析, 计算中用到的参数如表 1 所示<sup>[7]</sup>。理论分析表明, 在光束空间相干性不太好时, 光束质量对  $\sigma_\phi$  比较敏感<sup>[8]</sup>, 所以我们主要考虑  $\sigma_\phi$  对倍频转换的影响, 同时在整个计算过程中取  $l_0 = 0.25w_0$ , 并设二基波场偏振分量比为  $d = 0.644$ 。计算过程中在保证精度的同时, 对高斯分布积分空间取光斑大小的 3.5 倍。

表 1 KBBF 晶体的基本特性

Table 1 Basic characteristics of KBBF crystal for SHG (type-II)

fundamental $\lambda_i/\text{nm}$	$\theta_i/(\text{^\circ})$	$\alpha_i$	$\alpha_e$	$\alpha_e/\text{m rad}$	$d_{\text{eff}}/(\text{pm} \cdot \text{V}^{-1})$
1053	30.1	51.0	0	47.7	0.57

在基波畸变量很小 ( $\sigma_\phi^2 = 0.01$ ) 且满足位相匹配的情况下, 根据方程 (5) 进行严格的数值计算, 得倍频波的脉冲形状如图 3 所示。由图 1(a) 和图 3 比较可知: 在倍频晶体理想的情况下, 由于此时基波本身几乎是理想的高斯分布, 也由于相位匹配条件起到选择作用, 所以过小的基波畸变量基本上不会造成倍频光横向分布的附加畸变。

当基波畸变量增大到  $\sigma_\phi^2 = 0.5$  时, 倍频过程后得到的谐波脉冲的底部出现一范围较大的拖尾, 象在理想基波倍频得到的倍频波上叠加了一强度很低束宽很大的本底, 如图 3 所示。这主要是由于基波实际上由两部分组成, 当畸变量增大到  $\sigma_\phi^2 = 0.5$  时, 其中的散射波强度随之相对增强, 经过倍频过程后, 散射波在倍频脉冲中也相对显著起来。

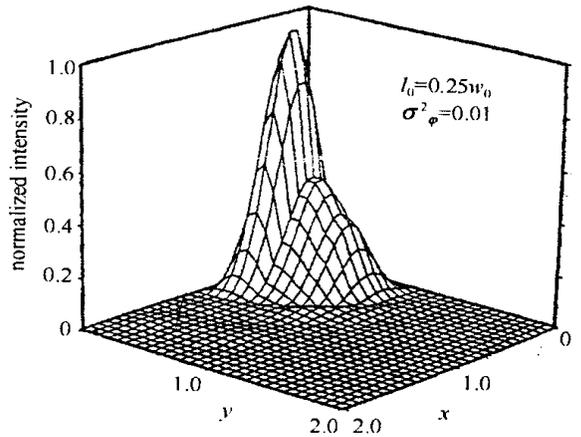


Fig. 3 Transverse distribution of second harmonic  
图 3 倍频波横向归一化光强分布图

基波及倍频波随不同畸变特征量  $\sigma_\phi$  横向分布变化, 如图 4 所示。可以看出, 随基波畸变程度的加剧, 经倍频过程后得到的谐波质量急剧变差, 倍频转换效率也严重下降。(1) 随着畸变参数  $\sigma_\phi$  的增大, 基波已严重偏离理想的高斯分布, 同时散射光所形成的本底在脉冲分布中所占比例也越来越大, 所以经过倍频后的二次谐波横向光强分布似乎象被拉伸, 整个脉冲整体变平, 脉冲覆盖面积变大, 峰值位置也变得不明显。(2) 随着基波畸变程度的加剧, 原理想情况下的倍频匹配条件此时已无法满足, 因而倍频光波的横向分布出现严重的形变, 转化效率也随之下降。由于基波已经不再具有规则的横向分布, 同时受到位相匹配的限制, 此时能够实现倍频转换的基波能量将非常少, 甚至倍频转换根本就无法实现。(3) 当畸变量增大时, 在整个光束截面上, 理想情况下对称的强度分布已经全部被打乱了, 同时由于基波光斑变大, 导致能量的不规则弥散, 使位相匹配更加难以实现。光能量的不规则弥散, 对转换晶体以及相应的其他频率转换器件都会有不同程度的影响。预计: 对于光波的远场特性, 由于位相畸变参数  $\sigma_\phi$  的增大, 光束的空间相干性将变差, 使轴上光强最大值变小, 当光束通过透镜  $M_2$  时, 将会出现“焦移”现象, 脉冲峰值会更加靠近透镜出射面。同时由于光斑尺寸变大, 透镜尺寸有限所引起的衍射效应将会变大。如果在这种情况下, 再用输出光来产生三次谐波, 会给光束的输入耦合造成困难。(4) 有分析表明<sup>[7]</sup>, 对应位相畸变光束, 如畸变光束的角谱在光束全口径范围内平均小于  $0.85\text{m rad}$  的话, 位相畸变光束能获得 50% 的转换效率, 如畸变光束的角谱范围远小于  $0.85\text{m rad}$ , 则位相畸变几乎不影响谐波转换效率。因此, 对于聚变激光器, 应该严格要求 80% 以上的能量都集中在约  $0.1\text{m rad}$  的空间角谱范围内, 此时, 激光束能获得较高的转换效率。

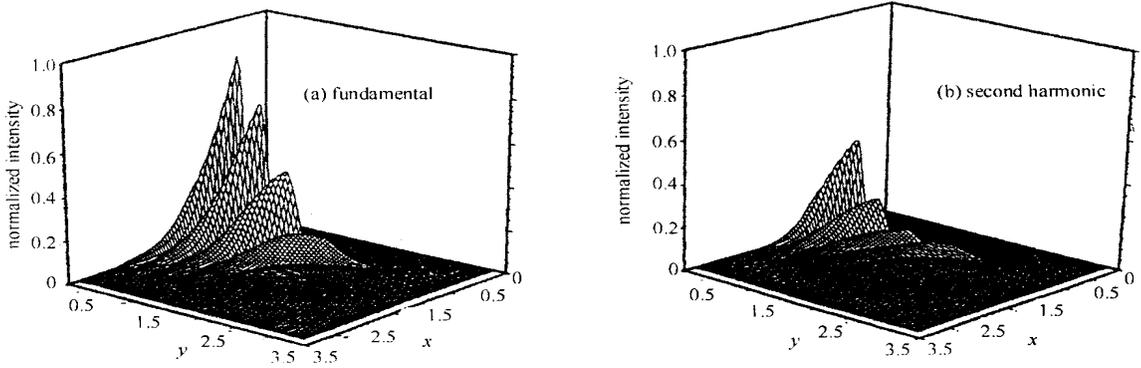


Fig 4 Transverse distribution of fundamental wave and second harmonic wave for different  $\phi$

图 4 基波和倍频波在不同畸变特征量  $\phi$  下的横向归一化光强分布图

### 3 总 结

波矢失配的大小是影响谐波转换效率的主要因素, 由于存在位相畸变, 不可能实现全光束口径范围内的波矢匹配, 因此位相畸变光束倍频转换效率必然会受到很大影响. 光本身就是统计的, 这主要介绍了一种对位相畸变光倍频的描述方法, 从统计光学的观点出发, 应用高斯型随机位相畸变, 研究位相畸变光束倍频转换特性. 为说明问题显著以及分析方便起见, 我们只考虑了高斯型光强分布, 对于一般的光强分布同样可以按照本文的处理方法进行数值分析. 另外, 给出的是在薄晶体近似下的结果, 也仅是对光束本身做了统计描述, 若从耦合波方程出发, 把统计过程与波转换过程完全结合起来, 将转换晶体可能出现的统计特性也考虑进去, 相信会得到与实际更加吻合的结果, 这也是我们将要进行的工作.

### 参考文献:

- [1] Eimerl D. High average power harmonic generation[J]. *IEEE J Quant Electron*, 1987, **23**(5): 575.
- [2] Cousins A K. Power conversion efficiency in second harmonic generation with nonuniform beams[J]. *IEEE J Quant Electron*, 1993, **29**(1): 217.
- [3] Manes K R, Smmons W W. Statistical optics applied to high power glass lasers[J]. *J Opt Soc*, 1985, **2**(4): 528.
- [4] Siegman A E. New developments in laser resonators[A]. *Proc SPIE*[C], 1990, **1224**: 2.
- [5] Craxton R S. High efficiency frequency tripling schemes for high-power Nd: glass lasers[J]. *IEEE J Quant Electron*, 1981, **17**(9): 1771.
- [6] 姚建铨. 非线性光学频率变换及激光调谐技术[M]. 北京: 科学出版社.
- [7] Zhang Tiejun, Yonemura M. Properties of CsLiB<sub>6</sub> and KBe<sub>2</sub>BO<sub>3</sub>F<sub>2</sub> crystals for second harmonic generation with ultra-short laser pulses[J]. *J Appl Phys*, 1997, **36**: 6353.
- [8] Qian Liejia, Zhang Zhuhong, Fan Dianyuan, et al. Focusing characteristics and beam quality of phase aberrated beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 1995, **15**: 166.

## Statistical Optics Method Applied to Second Harmonic Generation of Phase Aberrated Beam

GAO Yan-xia<sup>1</sup>, FAN Dian-yuan<sup>2</sup>

(1. Department of Applied Physics, Collage of Science Shenzhen University, Shenzhen 518060, China;

2. Lab of High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Shanghai 201800, China)

**ABSTRACT:** A method to describe the frequency conversion of aberrated beams was developed. Based on the statistical optics method, the second harmonic generation of phase-aberrated beams with thin crystal and a Gaussian random variable phase aberration were investigated. The calculated results of the fundamental wave and the second harmonic wave with the profiles of non-uniform and aberrated phase are given in detail.

**KEY WORDS:** phase-aberrated beams; frequency conversion; statistical optics method