

分级计算迭代在 Radon-Ambiguity 变换和分数阶 Fourier 变换对 chirp 信号检测及参数估计的应用

郭斌 张红雨

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

摘要: 该文在分析 Radon-Ambiguity 变换(RAT)和分数阶 Fourier 变换对 chirp 信号的检测和参数估计的基础上,建立了多分量 chirp 信号检测和参数估计系统模型,提出了分级计算迭代方法,大大减少了计算量,提高了运算速度。

关键词: 分数阶 Fourier 变换; Radon-ambiguity 变换; Chirp 信号

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)12-3024-03

The Application of Iterative Algorithm to Chirp Signal Detection and Parameter Estimation Using Radon-Ambiguity Transform and Fractional Fourier Transform

Guo Bin Zhang Hon-gyu

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: On the basis of studying chirp signal detection and parameter estimation using Radon-ambiguity transform and fractional Fourier transform, a novel iterative algorithm is put forward, which is proved much higher calculation speed through simulation.

Key words: Fractional Fourier transform; Radon-ambiguity transform; Chirp signal

1 引言

线性调频(chirp, LFM)信号广泛应用于雷达和声纳等系统中, chirp信号的检测和参数估计是一个重要的研究课题^[1-6]。chirp信号在不同的分数阶Fourier域上呈现出不同的能量聚集性,检测含有未知参数的chirp信号是以旋转 α 角进行扫描,观测信号的分数阶Fourier变换,形成信号能量在参数 (α, u) 平面上的二维分布,在此平面上进行峰值点的二维扫描搜索以检测 chirp 信号并估计其参数^[1]。Radon-Ambiguity 变换 (RAT) 结合分数阶 Fourier 变换 (DFRFT)对 chirp信号的检测^[2],将二维扫描搜索降为一维扫描搜索,减少了计算量。如果对被检测的chirp信号的调频率完全不知道其可能所在的范围或对估计的chirp信号调频率要求比较高的精度,则应将一维扫描搜索的范围适当扩大或减小扫描搜索的步进。这样又使得计算量成倍增加,计算速度大大降低。本文采用分级计算迭代的方法进行一维扫描搜索,以指数函数的曲线趋近所求精度的估计值,进一步减少计算量,提高计算速度。

2 Chirp 信号检测及参数估计

2.1 Radon-ambiguity变换检测chirp信号并估计调频率^[1,2]

假定观测信号模型为

$$r(t) = \sum_{i=1}^n A_i \exp(j2\pi f_i t + j\pi f_{m_i} t^2) + n(t) \quad (1)$$

其中 A_i, f_i, f_{m_i} 分别为第 i 个 chirp 信号的幅值、初始频率、调频率, $n(t)$ 为高斯白噪声。第 i 个 chirp 信号的模糊函数为

$$AF_{s_i}(\tau, \xi) = A_i^2 \exp(j2\pi f_i \tau) \delta(\xi - f_{m_i} \tau) \quad (2)$$

从式(2)可以看出,理想情况下, chirp信号的模糊函数的模值在模糊平面的分布是一条经过原点的斜率为调频率 f_{m_i} 的直线,如图1虚线所示。在求模糊函数的Radon变换时只需求所有经过原点的直线的积分,并随 α 取值不同,遍历整个模糊平面。当积分直线 PQ 与直线 $\xi - f_{m_i} \tau = 0$ 重合时,积分值达到峰值,如图1所示。这时有关系式(3)估计 chirp 信号调频率。

$$f_{m_i} = -\cot \alpha \quad (3)$$

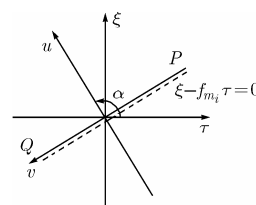


图1 chirp 信号模糊函数的 Radon 变换

2.2 分数阶Fourier变换对初始频率的估计^[1,2]

观测模型中第 i 个 chirp(LFM)信号代入上式,得到其

Wigner-Ville分布^[1]为

$$W_{x_i}(t, f) = A_i^2 \delta(f - f_i - f_{m_i} t) \quad (4)$$

从式(4)可以看出, 理想情况下, chirp信号的Wigner-Ville分布是一条经过点(0, f_i)的斜率为调频率 f_{m_i} 的直线。在RAT法估计出chirp信号的 f_{m_i} 前提下, 可以对chirp信号做旋转角度 $\alpha = \arctan f_{m_i} + \pi/2$ 的分数阶Fourier变换, 如图 2 所示。从图 2 可以看出, chirp信号的分数阶Fourier变换的峰值将出现在分数阶域 u 上的 u_i 点。初始频率 f_i 和 u_i 有如下关系式:

$$f_i = \frac{u_i}{\cos[\arctan(f_{m_i})]} \quad (5)$$

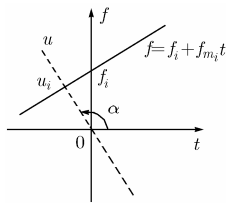


图 2 对 chirp 信号初始频率估计的几何解释

2.3 分数阶Fourier变换对幅值的估计^[1,2]

对观测模型中第 i 个 chirp(LFM)信号, 不妨令其初始频率 $f_i = 0$ 。对 chirp 信号做旋转角度 α 的DFRFT, 其中 $f_{m_i} = -\cot \alpha$ 。设经过归一化和采样后的chirp信号DFRFT为

$$X_p \left(\frac{m}{2\Delta x} \right) = \frac{A_i A_i}{2\Delta x} \exp \left[\frac{j\pi (\cot \alpha) m^2}{(2\Delta x)^2} \right] \cdot \sum_{n=-N}^N \exp \left[\frac{-j2\pi (\csc \alpha) mn}{(2\Delta x)^2} \right] \quad (6)$$

从式(6)可以看出, 当 $f_{m_i} = -\cot \alpha = 0$ 时, $X_p \left(\frac{m}{2\Delta x} \right)$ 的模出现最大值。这时, $N = (\Delta x)^2$, $\alpha = \pi/2$, $p = 2\alpha/\pi = 1$,

$A_i = \exp \left[j(p-1) \frac{\pi}{4} \right] / \sqrt{|\sin \alpha|} = 1/\sqrt{|\sin \alpha|}$, 代入式(6)取模得

$$|A_i| \approx \frac{|X_p|_{\max} \sqrt{|\sin \alpha|}}{\sqrt{N}} \quad (7)$$

当 $f_i \neq 0$ 时, 上式关系仍成立, 所以可由式(7)估计出chirp信号的幅值 A_i 。

3 分级计算迭代方法和系统模型框图

虽然Radon-ambiguity变换结合分数阶Fourier变换对chirp信号的检测^[2], 将二维扫描搜索减为一维扫描搜索, 减少了计算量, 但是, 如果对被检测的chirp信号的调频率完全不知道其可能所在的范围或对估计的chirp信号调频率要求比较高的精度, 则应将一维扫描搜索的范围适当扩大或减小扫描搜索的步进。这样也使得计算量成倍增加。利用分级计算迭代的方法进行一维扫描搜索, 可大大减小计算量, 提高

计算速度。

首先, 根据调频率 f_m 的扫描范围 (a_1, b_1) , 确定初始扫描搜索的步进 λ_1 。初始扫描搜索的步进 λ_1 取比检测范围长度 $c (c = b_1 - a_1)$ 低一个数量级的最小值, 如 $c = 0.158 = 1.58 \times 10^{-1}$, 则 $\lambda_1 = 10^{-2} = 0.01$ 。以初始扫描范围 (a_1, b_1) , 初始步进 λ_1 , 进行第 1 次扫描搜索的RAT计算, 估计出调频率 f_1 的粗略值。然后, 以第 1 次估计值为初始值, 进行如下的关系替换过程:

$$\left. \begin{aligned} a_{n+1} &= f_n - \lambda_n \\ b_{n+1} &= f_n + \lambda_n \\ \lambda_{n+1} &= 0.1\lambda_n \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中 (a_{n+1}, b_{n+1}) 为第 $n+1$ 次扫描的范围, λ_{n+1} 为第 $n+1$ 次的步进长度, f_n 为第 n 次扫描估计的调频率, λ_n 为第 n 次的步进长度。如果以扫描范围 (a_n, b_n) , 步进 λ_n , 进行RAT扫描搜索估计出调频率 f_n , 写作表达式为

$$f_n = \text{RAT}(a_n, b_n, \lambda_n) \quad (9)$$

那么, 将式(9)代入式(8), 有式(10)的迭代过程。从式(10)可以看出, 调频率 f_n 将以指数函数 $f(n) = (0.1)^n$ 的曲线趋近所求精度的估计值, 直到 f_n 满足所要求的精度。

$$\left. \begin{aligned} a_{n+1} &= \text{RAT}(a_n, b_n, \lambda_n) - \lambda_n \\ b_{n+1} &= \text{RAT}(a_n, b_n, \lambda_n) + \lambda_n \\ \lambda_{n+1} &= 0.1\lambda_n \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

根据本文对 Radon-ambiguity 变换和分数阶 Fourier 变换对 chirp(LFM)信号的检测与参数估计的讨论, 以及分级计算迭代方法的介绍, 可以得到对多分量 chirp 信号检测与参数估计的系统模型框图, 如图 3 所示。单线箭头表示模块间参数的传递, 双线箭头表示其他模块对 DFRFT 模块的调用。

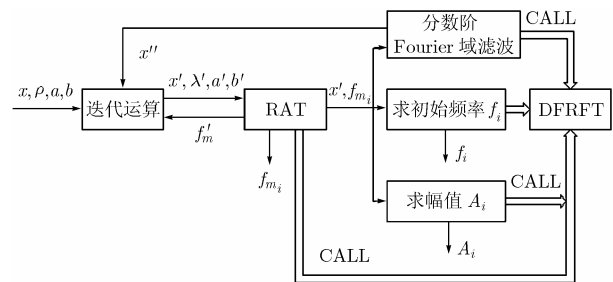


图 3 多分量 chirp 信号检测和参数估计系统框图

4 仿真实验与分析

本文在MATLAB7.0环境下, 根据本文上述讨论的算法, 编写MATLAB程序实现多分量chirp信号检测与参数估计。假定一个被观测信号中有 2 个 chirp 信号分量, 第 1 个 chirp 信号分量 s_1 的参数为: 幅值 $A_1=1\text{mV}$, 初始频率 $f_1=5\text{Hz}$, 调频率 $f_{m1}=5 \text{ Hz/s}$; 第 2 个 chirp 信号分量 s_2 的参数为: 幅值 $A_2=0.8 \text{ mV}$, 初始频率 $f_1=1\text{Hz}$, 调频率 $f_{m2}=15 \text{ Hz/s}$ 。观测时间

$t_0=2s$, 采样频率 $f_s=200Hz$, 干扰噪声 n 为加性高斯白噪声, 信噪比为 $-3dB$. 被观测信号的波形如图4所示, 其中实线为信号的实部, 虚线为信号的虚部。

调用检测系统中RAT模块, 独立地对观测信号做RAT变换, 以检测chirp信号的存在, 其中输入参数为: 观测信号 x , 调频率扫描搜索精度 $\rho=0.1$, 调频率初始搜索范围 $(a, b)=(-20,40)$ 。仿真结果如图5所示。调用整个检测系统, 输入参数: 观测信号 x , 调频率扫描搜索精度 $\rho=0.01$, 调频率初始搜索范围 $(a, b)=(-400,400)$, 对观测信号进行检测与参数估计的仿真。仿真检测结果为: 信号分量 s_1 的调频率 $f_{m1}=4.87Hz/s$, 初始频率 $f_1=5.00Hz$, 幅值 $A_1=0.97mV$; 信号分量 s_2 的调频率 $f_{m2}=15.01Hz/s$, 初始频率 $f_2=1.01Hz$, 幅值 $A_2=0.71mV$ 。由仿真结果可以看出, 在较强的噪声环境下, 参数的估计效果仍然很好。

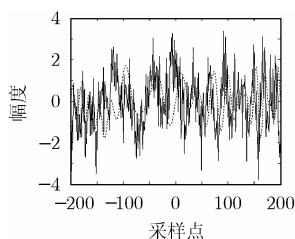


图4 被观测信号的幅度

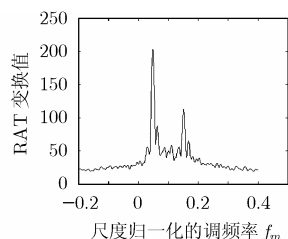


图5 RAT变换的仿真结果

根据检测出的信号分量的调频率, 得到每个chirp信号分量的分数阶Fourier变换所对应的变换阶次 $p_1=-0.96902$ 和 $p_2=-0.90515$ 。对观测信号 x 分别做 p_1 和 p_2 阶的分数阶Fourier变换, 仿真结果如图6所示。

仿真实验结果表明: 在调频率精度 $\rho=0.01$, 调频率初始搜索范围 $(a, b)=(-400,400)$ 的情况下, 一般的一维逐点扫描搜索需要80000次RAT计算, 能求出所有信号分量的调频率, 而用分级计算迭代的方法扫描搜索用了4次迭代过程, 第1次进行80次RAT计算, 第2、3、4次每次进行20次RAT计算, 总共进行140次RAT计算, 就能求出信号中能量最强的信号分量的调频率, 再通过分数阶域滤波, 滤除能量最强的信号分量后, 再对能量次强的信号扫描搜索进行4次迭代过程, 进行140次RAT计算求出其调频率, 依次类推, 直到信号分量小于一定阈值。可以明显看出, 分级计算

迭代方法大大减少了计算量, 提高了运算速度。仿真程序的运算计数也予以证实。

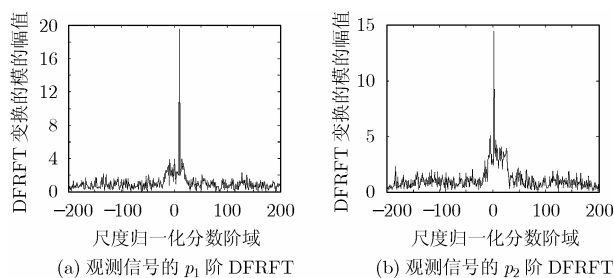


图6 观测信号DFRFT的仿真结果

5 结束语

本文分析了Radon-Ambiguity变换和分数阶Fourier变换对chirp信号检测及参数估计, 建立了多分量chirp信号检测和参数估计系统模型框图, 提出了具体的分级计算迭代的方法在RAT一维扫描搜索计算中的应用, 仿真实验证明该方法大大减少了计算量, 提高了运算速度。

参考文献

- [1] 陶然, 齐林, 王越. 分数阶Fourier变换的原理与应用. 清华大学出版社, 2004, 第7章.
- [2] 赵兴浩, 陶然, 周思永, 王越. 基于Radon-Ambiguity变换和分数阶傅里叶变换的chirp信号检测及多参数估计. 北京理工大学学报, 2003, 23(3): 371-374.
- [3] Akay O. Fractional convolution and correlation via operator methods and an application to detection of linear FM signals. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(5): 979-993.
- [4] 赵兴浩, 邓兵, 陶然. 分数阶傅里叶变换数值计算中的量纲归一化. 北京理工大学学报, 2005, 25(4): 360-364.
- [5] Ozaktas H M, et al. Digital computation of the fractional fourier transform. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44(9): 2141-2150.
- [6] Wang Minsheng, Chan A K, and Chui C K. Linear frequency-modulated signal detection using Radon-Ambiguity transform. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 46(3): 571-586.

郭 斌: 男, 1975年生, 硕士生, 研究方向为数字信号处理、数字水印。

张红雨: 男, 1968年生, 博士, 高级工程师, 研究方向为非线性系统、通信、计算机网络和信息安全。