有限自动机矩阵模型的应用
——有限自动机 r 阶输入存贮性质判定新方法

陈燕敏,邓培民,易 忠
CHEN Yan-min,DENG Pei-min,YI Zhong

广西师范大学 数学科学学院,广西 桂林 541004
The Mathematics Science College of Guangxi Normal University,Guilin,Guangxi 541004,China
E-mail:yanmin7979@126.com

CHEN Yan-min,DENG Pei-min,YI Zhong.Application of finite automata based on its matrix model——New method for determining property of r-order input memory in finite automata.Computer Engineering and Applications,2007,43(29):86-89.

Abstract: Based on the matrix model of a finite automata and with the tools of the matrix theory and the boolean algebra,this paper gives out a new method for determining the property of r-order input memory in the finite automata.The method is not only suitable to the design of its algorithm and to be realized on the computer,but also promotes the research and the development of the finite automata.

Key words: finite automata;matrix model;boolean-state-mapping matrix;boolean-output-mapping matrix,r-order input memory

摘 要:在有限自动机矩阵模型表示方法基础上,采用矩阵理论和布尔代数为工具,给出了有限自动机 r 阶输入存贮性质判定的新方法。该方法不仅有利于算法设计和计算机自动处理,也促进了有限自动机的研究和发展。

关键词:有限自动机;矩阵模型;布尔状态映射矩阵;布尔输出映射矩阵;r阶输入存贮
文章编号:1002-8331(2007)29-0086-04 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP301.1

1 引言

自动机理论[1]是研究离散数字系统的功能,结构及两者关系的数学理论。随着微电子及信息等科学技术的迅猛发展,自动机理论已逐步向不同领域渗透,成为了许多学科的重要理论和应用基础。有限自动机理论是自动机理论的一个重要分支,它是神经网络,保密学,控制理论等众多学科领域的重要研究工具[1-5],探索有限自动机理论研究的新思路具有非常重要的学术意义。

文献[6]对有限自动机 $M=\langle I,O,S,\delta,\lambda\rangle$ 直接从状态流程表出发,而不是依赖线路的结构函数,建立了 M 的矩阵模型表示方法,在这个矩阵模型表示方法的基础上,采用矩阵理论和布尔代数为工具,文献[7]给出了一些关于无输出情形的特殊有限自动机(状态自动机)的代数性质和物理意义,文献[8]提出了一种有限自动机等价判定的新方法,文献[9]给出了一种有限自动机极小化的新方法。作为矩阵模型在有限自动机研究中的一种应用,本文将在文献[6-9]基础上,研究有限自动机 r 阶输入存贮性质判定问题。

有限自动机输入存贮性质问题的研究,在神经网络、模糊系统、动态系统等方面具有重要影响[10,11]。论文将从矩阵模型表示的角度出发,讨论给出了一种有限自动机阶输入存贮性质判定的新方法。

讨论之前,首先介绍有关的基本概念。

2 预备知识

定义 1[3] 设 $M=\langle I,O,S,\delta,\lambda\rangle$ 为有限自动机,以 $Q_1(k)$ 表示条件:存在 I^{k+1} 到 O 的单值映射 f,使得任何 M 的初始状态和输入序列 $I(0),I(1),I(2),\cdots$,若输出序列为 $O(0),O(1),O(2),\cdots$,则有 $O(i)=f(I(i-k),\cdots,I(i))$,$i=k,k+1,\cdots$,若 $Q_1(r)$ 成立但对任何 $k<r$ 都有 $Q_1(k)$ 不成立,则称 M 具有 r 阶输入存贮。

定理 1[1] 设 $M=\langle I,O,S,\delta,\lambda\rangle$ 为有限自动机,以 $Q_2(k)$ 表示条件:任何 M 的状态 s_1,s_2,和长 k 输入序列 α,都有 $\delta(s_1,\alpha)\sim\delta(s_2,\alpha)$。则条件 $Q_1(k)$ 和 $Q_2(k)$ 等价。

判别有限自动机 r 阶输入存贮性质的判定方法[1]:对任何 $k\geqslant 0$,在 M 的状态字母表 S 上定义二元关系 R_k 如下:$s_1R_ks_2$ 当且仅当任何长 k 输入序列 α 都有 $\delta(s_1,\alpha)\sim\delta(s_2,\alpha)$。对任何 $k\geqslant 0$,按关系 R_k 将 S 划分所得的划分块记为 $C_{k1},\cdots,C_{kn_k}$(即为 n_k 块),若 $s_1R_ks_2$,则 $s_1R_{k+1}s_2$。故 R_k 决定的划分是 R_{k+1} 决定的划分的分细,即 C_{kj} 是某一个 $C_{k+1,i}$ 的子集,$j=1,2,\cdots,n_k$。因此,

基金项目:国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60473005);广西省自然科学基金(the Natural Science Foundation of Guangxi Province of China under Grant No.0135005);教育部优秀青年教师资助项目(No.2002-40)。

作者简介:陈燕敏(1979-),女,广西师范大学硕士研究生;邓培民(1950-),男,广西师范大学教授;易忠(1961-),男,广西师范大学教授,博士。

$n_k \geqslant n_{k+1}$。显然,当 $n_k = n_{k+1}$ 时,关系 R_k 和关系 R_{k+1} 相同。由于 $s_1 R_{k+1} s_2$ 的充分必要条件为任何 $x \in \boldsymbol{X}$ 都有 $\delta(s_1, x) R_k \delta(s_2, x)$,因此,若关系 R_k 和关系 R_{k+1} 相同,则关系 R_{k+1} 和关系 R_{k+2} 相同。由于 $n_0, n_1, \cdots$ 是单调下降的正整数序列,故存在 r 使得 $n_r = n_{r+1}$ 且 $n_0 > n_1 > \cdots > n_{r-1} > n_r$。容易验证,$Q_2(k)$ 成立的充分必要条件为 $n_k = 1$,因此,可表述为以下定理:

定理 2 [1] 设按关系 R_k 将 M 的状态字母表 S 划分为 n_k 块,设 $r = \min k[n_k = n_{k+1}, k = 0, 1, \cdots]$,若 $n_r = 1$,则 M 具有 r 阶输入存贮;若 $n_r > 1$,则 M 不具有有限阶输入存贮。

显然,二元关系 R_k 在极小有限自动机上,可以表述如下:$s_1 R_k s_2$ 当且仅当任何长 k 输入序列 α 都有 $\delta(s_1, \alpha) = \delta(s_2, \alpha)$。

定理 3 [9] 设有限自动机 $M - \langle I, O, S, \delta, \lambda \rangle$,$I$、$O$、$S$ 的布尔量表示为 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Q}$,矩阵模型为 $\begin{cases} \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{A}(x) \times \boldsymbol{Q} \\ \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{B}(x) \times \boldsymbol{Q} \end{cases} (x \in \boldsymbol{X})$。对 $x_0 \in \boldsymbol{X}$,$1 \leqslant i, j \leqslant n$ 有

$$\delta(Q_j, x_0) = Q_i \Leftrightarrow B(x_0) \text{ 的第 } j \text{ 列为} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow \text{第 } i \text{ 行。}$$

定理 4 [9] 设有限自动机 $M - \langle I, O, S, \delta, \lambda \rangle$,$I$、$O$、$S$ 的布尔量表示为 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Q}$,矩阵模型为 $\begin{cases} \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{A}(x) \times \boldsymbol{Q} \\ \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{B}(x) \times \boldsymbol{Q} \end{cases} (x \in \boldsymbol{X})$,对 $a_1 a_2 \cdots a_m \in X^*$,$a_1, a_2, \cdots, a_m \in X$,$1 \leqslant i, j \leqslant n$,有

$\delta(Q_j, a_1 a_2 \cdots a_m) = Q_i \Leftrightarrow B(a_m) \times B(a_{m-1}) \times \cdots \times B(a_1)$ 的第 j 列

$$\text{为} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow \text{第 } i \text{ 行。}$$

定义 2 [9] 设有两个 m 维布尔列向量(分量均为布尔量):$\boldsymbol{E} = (a_1, a_2, \cdots, a_m)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{G} = (b_1, b_2, \cdots, b_m)^{\mathrm{T}}$,这里,上标"T"表示矩阵转置,定义向量运算 $\oplus'$ 如下:$\boldsymbol{E} \oplus' \boldsymbol{G} = (a_1 \oplus b_1, a_2 \oplus b_2, \cdots, a_m \oplus b_m)^{\mathrm{T}}$,其中 $\oplus$ 为布尔异或加运算。

定义 3 [9] 设 $\boldsymbol{D}(x)(x \in \boldsymbol{X})$ 为布尔函数矩阵,定义 $\boldsymbol{D}(x)$ 的列向量间的一个关系 $\boldsymbol{R}\oplus'$ 如下:$\boldsymbol{D}(x)$ 的两列 $\boldsymbol{D}_i(x)$,$\boldsymbol{D}_j(x)$ 符合关系 $\boldsymbol{R}\oplus'$ 当且仅当 $\boldsymbol{D}_i(x) \oplus' \boldsymbol{D}_j(x) = 0 (\forall x \in \boldsymbol{X})$。

显然,$\boldsymbol{R}\oplus'$ 为 $\boldsymbol{D}(x)$ 列间的一个等价关系,从而为 $\boldsymbol{D}(x)$ 列的划分。

3　有限自动机 r 阶输入存贮性质的判断

定理 5 设有限自动机 $M - \langle I, O, S, \delta, \lambda \rangle$,$I$、$O$、$S$ 的布尔量表示为 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Q}$,矩阵模型为 $\begin{cases} \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{A}(x) \times \boldsymbol{Q} \\ \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{B}(x) \times \boldsymbol{Q} \end{cases} (x \in \boldsymbol{X})$,对 $x_0 \in \boldsymbol{X}$,$1 \leqslant i, j \leqslant n$,有 $\delta(Q_i, x_0) = \delta(Q_j, x_0) \Leftrightarrow B(x_0)$ 的第 i, j 列作 $\oplus'$ 运算的结果为零向量。

证明:设 $\delta(Q_i, x_0) = \delta(Q_j, x_0) = Q_k (1 \leqslant i, j, k \leqslant n) \Leftrightarrow$

$$\text{由定理 3,} \boldsymbol{B}(x_0) \text{ 的第 } i, j \text{ 列都为} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow \text{第 } k \text{ 行} \Leftrightarrow$$

$\boldsymbol{B}(x_0)$ 的第 i, j 列作 $\oplus'$ 运算的结果为零向量。

定理 6 设有限自动机 $M - \langle I, O, S, \delta, \lambda \rangle$,$I$、$O$、$S$ 的布尔量表示为 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Q}$,矩阵模型为 $\begin{cases} \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{A}(x) \times \boldsymbol{Q} \\ \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{B}(x) \times \boldsymbol{Q} \end{cases} (x \in \boldsymbol{X})$,对 $a_1 a_2 \cdots a_m \in X^m$,$a_1, a_2, \cdots, a_m \in X$,$1 \leqslant i, j \leqslant n$,有 $\delta(Q_i, a_1 a_2 \cdots a_m) = \delta(Q_j, a_1 a_2 \cdots a_m) \Leftrightarrow \boldsymbol{B}(a_m) \times \boldsymbol{B}(a_{m-1}) \times \cdots \times \boldsymbol{B}(a_1)$ 的第 i, j 列作 $\oplus'$ 运算的结果为零向量。

证明:设 $\delta(Q_i, a_1 a_2 \cdots a_m) = \delta(Q_j, a_1 a_2 \cdots a_m) = Q_l (1 \leqslant i, j, l \leqslant n) \Leftrightarrow$

$$\text{由定理 4,} \boldsymbol{B}(a_m) \times \boldsymbol{B}(a_{m-1}) \times \cdots \times \boldsymbol{B}(a_1) \text{ 的第 } i, j \text{ 列都为} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow \text{第 } l$$

行 $\Leftrightarrow \boldsymbol{B}(a_m) \times \boldsymbol{B}(a_{m-1}) \times \cdots \times \boldsymbol{B}(a_1)$ 的第 i, j 列作 $\oplus'$ 运算的结果为零向量。

定理 7 设极小有限自动机 $M - \langle I, O, S, \delta, \lambda \rangle$,$I$、$O$、$S$ 的布尔量表示为 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Q}$,矩阵模型为 $\begin{cases} \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{A}(x) \times \boldsymbol{Q} \\ \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{B}(x) \times \boldsymbol{Q} \end{cases} (x \in \boldsymbol{X})$,则 $\boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{R}_k \boldsymbol{Q}_j \Leftrightarrow$ 矩阵 $\boldsymbol{B}(x_1) \times \boldsymbol{B}(x_2) \times \cdots \times \boldsymbol{B}(x_k)$ 的第 i, j 列作 $\oplus'$ 运算的结果为零向量($\forall x_1, x_2, \cdots, x_k \in X$;$1 \leqslant i, j \leqslant n$)。

证明:因为 M 是极小有限自动机,所以 $\boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{R}_k \boldsymbol{Q}_j \Leftrightarrow \delta(Q_i, x_1 x_2 \cdots x_k) = \delta(Q_j, x_1 x_2 \cdots x_k)$ 对 $\forall x_1, x_2, \cdots, x_k \in X \Leftrightarrow$ 矩阵 $\boldsymbol{B}(x_1) \times \boldsymbol{B}(x_2) \times \cdots \times \boldsymbol{B}(x_k)$ 的第 i, j 列作 $\oplus'$ 运算的结果为零向量,$\forall x_1, x_2, \cdots, x_k \in X$;$1 \leqslant i, j \leqslant n$。

利用关系 $R\oplus'$,可设计出有限自动机 r 阶输入存贮性质的判定算法如下:

算法 1 有限自动机 r 阶输入存贮性质的判定算法

设有限自动机 $M - \langle I, O, S, \delta, \lambda \rangle$,$I$、$O$、$S$ 的布尔量表示为 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Q}$,矩阵模型为 $\begin{cases} \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{A}(x) \times \boldsymbol{Q} \\ \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{B}(x) \times \boldsymbol{Q} \end{cases} (x \in \boldsymbol{X})$。

步骤 1(将 M 化为极小有限自动机):

先通过文献[9]中的算法 1,将 M 化为极小有限自动机 $M' - \langle I', O', S', \delta', \lambda' \rangle$,$I = I'$,$O = O'$,$S$ 的状态个数 $\geqslant S'$ 的状态个数,所以 M' 的输入变量 I' 也可表示为布尔变量 X,输出变量 O' 表示为布尔变量 Z,设状态 S' 表示为布尔变量 Q',矩阵模型为:$\begin{cases} \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{A}'(x) \times \boldsymbol{Q}' \\ \boldsymbol{Q}' = \boldsymbol{B}'(x) \times \boldsymbol{Q}' \end{cases} (x \in \boldsymbol{X})$。

步骤 2(求 M' 的 R_k 等价类):

$R\oplus'$ 将 $B'(x_1) \times \cdots \times B'(x_k)(x_i \in X, i = 1, 2, \cdots, k)$ 的列划分为等价类,即 $B'(x_1) \times \cdots \times B'(x_k)$ 的两列,设为 $D_i(x)$,$D_j(x)$,$D_i(x)$

和 $D_j(x)$ 符合关系 $R\oplus'$ 当且仅当 $D_i(x)\oplus' D_j(x)=0(\forall x\in X)$。通过 $B'(x_1)\times\cdots\times B'(x_k)$ 的第 i 列与 Q_i' 对应，引出一个 Q' 集上的划分：$C_{k1},C_{k2},\cdots,C_{kn_k}$ 由定理 9 可知，它是 M' 的状态 S' 的 R_k 等价类。

步骤 3（求出 M' 的最终二元关系等价类）：

对 $k=1,2,3,\cdots$，重复步骤 2，直到有某个 k_0，使 R_{k_0+1} 等价类与 R_{k_0} 等价类相同为止。由下定理 8、定理 9 可知，k_0 必存在，且 M' 的二元关系 R_{k_0} 等价类就是 M' 的最终二元关系等价类（算法结束）。

设关系 R_{k_0} 将 M' 的状态字母表 S' 划分的块数记为 n_{k_0}，由定理 2 便可得，当 $n_{k_0}=1$ 时，M' 具有 r 阶输入存贮，当 $n_{k_0}>1$ 时，M' 不具有有限阶输入存贮。由于 $M\sim M'$，M 具有 r 阶输入存贮当且仅当具有阶输入存贮，所以可得以下结论：当 $n_{k_0}>1$ 时，M 具有 r 阶输入存贮，当 $n_{k_0}>1$ 时，M 不具有有限阶输入存贮。

定理 8 算法 1 必终止，即算法过程步骤 3 中满足条件的 k_0 存在。

证明：显然，因为 R_k 决定的划分是 R_{k+1} 决定的划分的分细，状态 Q' 的元素有限，所以 k_0 存在。

定理 9 算法 1 终止时，M' 的二元关系 R_{k_0} 等价类就是 M' 的最终二元关系等价类。

证明：由判定方法得：$s_1R_{k+1}s_2$ 的充分必要条件为任何 $x\in X$ 都有 $\delta(s_1,x)R_k\delta(s_2,x)$，因此，若关系 R_k 和关系 R_{k+1} 相同，则关系 R_{k+1} 和关系 R_{k+2} 相同……所以，二元关系 R_{k_0} 等价类就是 M' 的最终二元关系等价类。

例 1 设有限自动机 $M-\langle I,O,S,\delta,\lambda\rangle$，如图 1 所示，输入集 $I=\{0,1\}$，输出集 $O=\{0,1\}$，状态集 $S=\{s_1,s_2,s_3,s_4\}$，δ 和 λ 由表 1 给出。

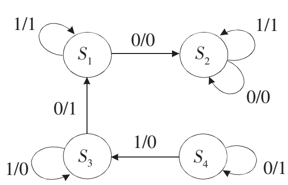

图 1 M 的流程图

表 1 M 的流程表

S	I 0	I 1
	δ,λ	δ,λ
s_1	$s_2,0$	$s_1,1$
s_2	$s_2,0$	$s_2,1$
s_3	$s_3,1$	$s_1,0$
s_4	$s_3,1$	$s_4,0$

$I=\{0,1\}$ 的布尔量表示为 $X=\{\bar{x},x\}$，$S=\{s_1,s_2,s_3,s_4\}$ 的布尔量表示为 $Q=\{Q_1,Q_2,Q_3,Q_4\}$，而 $O=\{0,1\}$ 的布尔量表示为 $Z=\{z_1,z_2\}$，M 的矩阵模型为：$\begin{cases}\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{A}(x)\times\boldsymbol{Q}\\ \boldsymbol{Q}=\boldsymbol{B}(x)\times\boldsymbol{Q}\end{cases}(x\in X)$。

$$\boldsymbol{B}(x)=\begin{pmatrix}x&0&x&0\\ \bar{x}&x+\bar{x}&0&0\\ 0&0&\bar{x}&\bar{x}\\ 0&0&0&x\end{pmatrix}\quad \boldsymbol{A}(x)=\begin{pmatrix}\bar{x}&\bar{x}&x&x\\ x&x&\bar{x}&\bar{x}\end{pmatrix}$$

下面，先用文献[9]求 M 的状态等价类及其极小化有限自动机 M'。

（1）从 $\boldsymbol{A}(x)$ 得 M 的状态 1—等价类：

$\{Q_1,Q_2\},\{Q_3,Q_4\}$

（2）由 $\boldsymbol{A}(x_1)\boldsymbol{B}(x_2)=\begin{pmatrix}a_1&a_1&a_2&b_1\\ b_1&b_1&b_2&a_1\end{pmatrix}$

其中，$a_1=\bar{x}_1x_2+\bar{x}_1\bar{x}_2$，$a_2=\bar{x}_1x_2+x_1\bar{x}_2$，$b_1=x_1x_2+x_1\bar{x}_2$，$b_2=x_1x_2+\bar{x}_1\bar{x}_2$，细分后得到 M 的状态 2—等价类：$\{Q_1,Q_2\},\{Q_3\},\{Q_4\}$。

（3）由 $\boldsymbol{A}(x_1)\boldsymbol{B}(x_2)\boldsymbol{B}(x_3)=\begin{pmatrix}a_3&a_3&a_4&a_5\\ b_3&b_3&b_4&b_5\end{pmatrix}$

其中 $a_3=a_1(x_3+\bar{x}_3)$，$a_4=a_1x_3+a_2\bar{x}_3$，$a_5=a_2\bar{x}_3+b_1x_3$，$b_3=b_1(x_3+\bar{x}_3)$，$b_4=b_1x_3+b_2\bar{x}_3$，$b_5=b_2\bar{x}_3+a_1x_3$。

细分后得到的 M 的状态 3—等价类仍与 M 的状态 2—等价类相同，极小化算法终止。所以 M 的状态等价类为 $\{Q_1,Q_2\}$，$\{Q_3\},\{Q_4\}$。

接下来，用算法 1 判定有限自动机是否具有 r 阶输入存贮。

（4）由 M 的状态等价类即可得到 M 的极小化有限自动机 M'。

设 $Q_1'=\{Q_1,Q_2\}$，$Q_2'=\{Q_3\}$，$Q_3'=\{Q_4\}$，$X'=X$，$Z'=Z$，得 M' 的矩阵模型：$\begin{cases}\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{A}'(x)\times\boldsymbol{Q}'\\ \boldsymbol{Q}'=\boldsymbol{B}'(x)\times\boldsymbol{Q}'\end{cases}(x\in X)$，如图 2 所示。

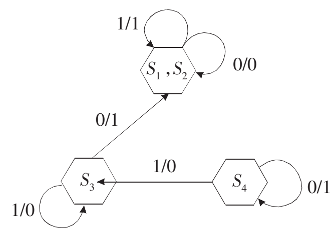

图 2 M 的极小有限自动机 M' 的流程图

$$\boldsymbol{B}'(x)=\begin{pmatrix}x+\bar{x}&x&0\\ 0&\bar{x}&\bar{x}\\ 0&0&x\end{pmatrix}\quad \boldsymbol{A}'(x)=\begin{pmatrix}\bar{x}&x&x\\ x&\bar{x}&\bar{x}\end{pmatrix}$$

（5）从 $\boldsymbol{B}'(x)$ 得 M' 的二元关系 R_1 等价类：

$\boldsymbol{B}_1'(x)\oplus'\boldsymbol{B}_2'(x)=\begin{pmatrix}(x+\bar{x})\oplus x\\ 0\oplus\bar{x}\\ 0\oplus 0\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$，即 $\boldsymbol{B}_1'(x)$ 和 $\boldsymbol{B}_2'(x)$ 不符合关系 $R\oplus'$；

$\boldsymbol{B}_2'(x)\oplus'\boldsymbol{B}_3'(x)=\begin{pmatrix}x\oplus 0\\ \bar{x}\oplus\bar{x}\\ 0\oplus x\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$，即 $\boldsymbol{B}_2'(x)$ 和 $\boldsymbol{B}_3'(x)$ 不符合关系 $R\oplus'$。

所以通过算法 1 得到 M' 上的二元关系 R_1 等价类：$\{Q_1'\}$，$\{Q_2'\},\{Q_3'\}$。

（6）$\boldsymbol{B}'(x_1)\boldsymbol{B}'(x_2)=\begin{pmatrix}x_1x_2+x_1\bar{x}_2+\bar{x}_1x_2+\bar{x}_1\bar{x}_2&x_1x_2+\bar{x}_1x_2+x_1\bar{x}_2&x_1\bar{x}_2\\ 0&\bar{x}_1\bar{x}_2&\bar{x}_1\bar{x}_2+\bar{x}_1x_2\\ 0&0&x_1x_2\end{pmatrix}$，

得到 M' 的二元关系 R_2 等价类 $\{Q_1'\},\{Q_2'\},\{Q_3'\}$，与二元关系 R_1 等价类相同，算法结束。

关系 R_1 将 M' 的状态字母表 S' 划分的块数为 3 块，所以 M' 不具有有限阶输入存贮，即 M 不具有有限阶输入存贮。

再看一个具有输入存贮性质的例子。

例 2 设有限自动机 $M-\langle I,O,S,\delta,\lambda\rangle$，如图 3 所示，输入集

$I=\{0,1\}$，输出集 $O=\{0,1\}$，状态集 $S=\{s_1,s_2,s_3\}$，δ 和 λ 由表 2 给出。

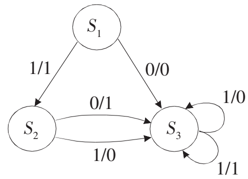

图 3　M 的流程图

表 2　M 的流程表

S	I: 0	I: 1
	δ,λ	
s_1	s_3,0	s_2,1
s_2	s_3,1	s_3,0
s_3	s_3,1	s_3,1

$I=\{0,1\}$的布尔量表示为 $X=\{\bar{x},x\}$，$S=\{s_1,s_2,s_3\}$的布尔量表示为 $Q=\{Q_1,Q_2,Q_3\}$，而 $O=\{0,1\}$的布尔量表示为 $Z=\{z_1,z_2\}$，M 的矩阵模型为：$\begin{cases}\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{A}(x)\times\boldsymbol{Q}\\ \boldsymbol{Q}=\boldsymbol{B}(x)\times\boldsymbol{Q}\end{cases}$ $(x\in X)$。

$$\boldsymbol{B}(x)=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ x & 0 & 0\\ \bar{x} & x+\bar{x} & x+\bar{x}\end{pmatrix}\qquad \boldsymbol{A}(x)=\begin{pmatrix}\bar{x} & x & 0\\ x & \bar{x} & x+\bar{x}\end{pmatrix}$$

由文献[9]可直接判断，M' 为极小化有限自动机，接下来，用算法 1 判定有限自动机是否具有 r 阶输入存贮性质。

$$(1)\boldsymbol{B}_1(x)\oplus'\boldsymbol{B}_2(x)=\begin{pmatrix}0\oplus 0\\ x\oplus 0\\ \bar{x}\oplus(x+\bar{x})\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$，即 $\boldsymbol{B}_1{}'(x)$ 和 $\boldsymbol{B}_2{}'(x)$ 不符合关系 $R\oplus'$；

$$\boldsymbol{B}_2(x)\oplus'\boldsymbol{B}_3(x)=\begin{pmatrix}0\oplus 0\\ 0\oplus 0\\ (x+\bar{x})\oplus(x+\bar{x})\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$，即 $\boldsymbol{B}_2(x)$ 和 $\boldsymbol{B}_3(x)$ 符合关系 $R\oplus'$。

所以通过算法 1 得到 M' 上的二元关系 R_1 等价类：$\{Q_1\}$，$\{Q_2,Q_3\}$。

$$(2)\boldsymbol{B}(x_1)\boldsymbol{B}(x_2)=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ (x+\bar{x})(x+\bar{x}) & (x+\bar{x})(x+\bar{x}) & (x+\bar{x})(x+\bar{x})\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0\oplus 0\\ 0\oplus 0\\ (x+\bar{x})(x+\bar{x})\oplus(x+\bar{x})(x+\bar{x})\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$，三列都符合关系 $R\oplus'$，从而通过算法 1 得到 M' 上的二元关系 R_2 等价类：$\{Q_1,Q_2,Q_3\}$，即 $n_2=1$。

所以有限自动机 M 具有 2 阶输入存贮。

（收稿日期：2007 年 5 月）

参考文献：

[1] 陶仁骥.有限自动机的可逆性[M].北京：科学出版社，1979.

[2] Holcomb W M L.Algebraic automata theory[M].[S.l.]：Cambridge University Press，1982.

[3] 陶仁骥.自动机引论[M].北京：科学出版社，1986.

[4] 陶仁骥.矩阵多项式的几种特殊分解[J].计算机学报，1999，22（1）：1-10.

[5] 王灏，吴玉香，毛宗源，等.高效分布存贮规则的模糊控制器[J].华南理工大学学报：自然科学版，2000（1）.

[6] 朱征宇，朱庆生.有限自动机研究的矩阵模型方法[J].计算机科学，2001，28（4）：46-48.

[7] 朱征宇，朱庆生.状态自动机矩阵模型的代数性质[J].计算机工程与应用，2003，39（4）：115-119.

[8] 朱征宇，付关友，赵银春.矩阵模型表示下有限自动机等价判定方法[J].计算机工程与应用，2004，40（34）：54-56.

[9] 朱征宇，王术，赵银春.基于矩阵模型表示的有限自动机极小化方法[J].计算机工程与应用，2004，39（35）：47-49.

[10] 高平安.布尔代数和布尔代数上的自动机[D].湖南：湘潭大学，2004.

[11] 梁辰，刘知贵，黄正良.基于遗传优化的粗糙神经网络模式识别器及应用[J].西南科技大学学报，2005（2）.

（上接 52 页）

[2] Li N H，Mitchell J C.RT：A role-based trust-management framework[C/OL]//Proc of the 3rd DARPA Information Survivability Conf and Exposition.Washington：IEEE Computer Society Press，2003：201-212.http：//theory.stanford.edu/people/jcm/papers/ rt_discex03.pdf.

[3] Li N H，Mitchell J C，Winsborough W H.Design of a role-based trust-management framework[C/OL]//Proc of the 2002 IEEE Symp on Security and Privacy.Los Alamitos：IEEE Computer Society Press，2002：114 -130.http：//www.cs.purdue.edu/homes/ninghui/ papers/rt_oakland02.pdf.

[4] Clarke D，Elien J E，Ellison C，et al.Certificate chain discovery in SPKI/SDSI[J].Journal of Computer Security，2001，9（4）：285-322.

[5] Jha S，Schwoon S，Wang Hao，et al.Distributed certificate-chain discovery in SPKI/SDSI[C]//Proceedings of the 12th International Conference on Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems(TACAS2006)，Invited Paper，Vienna，Austria，March，2006.

[6] Schmidt C，Parashar M.A peer-to-peer approach to Web service discovery[J].World Wide Web，2004，7（2）：211-229.

[7] Nikander P，Viljanen L.Storing and retrieving Internet certificates [C/OL]//The 3rd Nordic Workshop on Secure IT Systems.Trondheim，1998：1-13.http：//www.tml.tkk.fi/~pnr/publications/Nordsec-98.pdf.

[8] Ratnasamy S，Francis P，Handley M，et al.A scalable content-addressable network[C]//Proceedings of the 2001 conference on Applications，technologies，architectures，and protocols for computer communications，August 2001，San Diego，California，United States，2001：161-172.

[9] Palmer C R，Steffan J G.Generating network topologies that obey power laws[C]//Kero TEF ed.Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference.San Francisco，CA：IEEE Computer Society Press，2000：434-438.

[10] Elley Y，Anderson A，Hanna S，et al.Building certificate paths：forward vs.reverse[C]//Proceedings of the 2001 Network and Distributed System Security Symposium（NDSS'01），Internet Society，2001：153-160.

[11] Guha R，Kumar R，Raghavan P.Propagation of trust and distrust [C]//WWW2004，New York，USA，2004：17-22.

[12] 高迎，程涛远，王珊.基于 Hilbert 曲线的许可证存储策略及查找算法[J].软件学报，2006，17（2）：305-314.