

④ 739-743

自然对流条件下 Si-Fe 在铁液中熔化过程的数值模拟*

曾大新 刘伟涛 苏俊义

陈勉己

(西安交通大学机械工程学院, 西安 710049) (东风汽车公司, 十堰 442000)

TF645

摘要 建立了描述自然对流条件下 Si-Fe 在铁液中熔化过程的数学模型. 固相、液相和糊状区中的动量、热量和溶质传输用统一方程描述, 用控制容积差分法耦合求解质量、动量、能量和溶质守恒方程, 计算结果与实验结果基本一致. 计算结果还显示, Si-Fe 浸入铁液至完全熔化分为两个时期, 即铁壳期和熔化期.

关键词 硅铁, 熔化, 自然对流, 数值模拟

中图分类号 TG250.2, TG244.3 文献标识码 A 文章编号 0412-1961(2000)07-0739-05

NUMERICAL SIMULATION ON MELTING PROCESS OF FERROSILICON IN LIQUID IRON UNDER NATURAL CONVECTION

ZENG Daxin, LIU Weitao, SU Junyi

School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049

CHEN Mianji

Dongfeng Motor Corporation, Shiyan 442000

Correspondent: ZENG Daxin, Tel: (029)-2668606, E-mail: zengdaxin@263.net

Manuscript received 2000-01-11, in revised form 2000-04-05

ABSTRACT A mathematical model was developed to simulate melting processes of ferrosilicon in liquid iron under natural convection. Continuum formulations are used to describe momentum, heat and solute transport in the liquid, mushy and solid regions which are changed during melting processes of ferrosilicon. Coupled calculations of flow velocity, temperature and solute concentration fields are carried out by using controlled-volume finite difference method. The obtained results are coincident with experimental ones basically. The computed results also show that two separate periods, which are the iron shell period and melting period, exist after immersing ferrosilicon in liquid iron.

KEY WORDS ferrosilicon, melting process, natural convection, numerical simulation

在冶炼及铸造生产中, 向液态金属中添加固态合金非常普遍, 掌握其熔化或溶解的速度是非常重要的. 由于固态合金的熔化或溶解过程发生在高温的液态金属中, 不易进行观察或实验测定. 近年来, 一些研究者用数值模拟的方法来预测固态金属的熔化时间^[1,2]. Si-Fe 是钢铁熔炼及铸造生产中应用最多的合金添加剂, 建立描述其熔化过程的数学模型, 准确预测其熔化时间, 对于优化工艺是很有意义的. 本文研究自然对流条件下 Si-Fe 在铁液中熔化过程的数值模拟. 自然对流时, 热量传输、质量传输和动量传输是强耦合的, 而且 Si 溶于铁液时有很大溶解热放出, 对熔化速度有很大影响^[3,4], 故三种传输过程更需要

耦合处理.

本文建立了描述自然对流条件下 Si-Fe 在铁液中熔化过程的动量、热量和溶质传输方程组. 方程中考虑了相变潜热和溶解混合热, 用控制容积差分法耦合求解了质量、动量、能量和溶质守恒方程, 并将计算结果与实验结果进行了对比.

1 Si-Fe 在铁液中熔化过程的数学模型

1.1 基本假设

Si-Fe 的熔化过程比较复杂, 影响因素众多, 为建立描述其过程的数学模型, 作如下假设:

- (1) 所研究的体系是铁基准二元合金, Si 是溶质, 碳及其它元素只影响铁液的熔点;
- (2) 液态金属是不可压缩的 Newton 液体;
- (3) 熔化区局部保持热力学平衡;

* 收到初稿日期: 2000-01-11, 收到修改稿日期: 2000-04-05
作者简介: 曾大新, 男, 1962 年生, 博士生

(4) 固相的运动速度为零。

1.2 控制方程

Si-Fe 熔化是一个固-液相变问题, 在求解区域内包含固相、液相和糊状区(固-液两相区), 为便于求解, 基于 Bennon 和 Incropera^[5] 的固-液相变连续模型, 把固相、液相和糊状区(固-液两相区)看成是一连续的介质, 用统一方程表示。用于验证数学模型与计算方法的实验中, Si-Fe 为圆柱体, 因此, 控制方程以圆柱坐标系下轴对称的形式出现。

1.2.1 液态金属流动的控制方程 描述液态金属流动的基本方程为连续方程和动量方程。

连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

式中, ρ 为混合密度; t 为时间; u_r 和 u_z 分别表示径向和轴向上的混合速度分量, 混合密度和混合速度分别定义为

$$\rho = \varphi_s \rho_s + \varphi_l \rho_l \quad (2)$$

$$u_r = w_l u_{lr} \quad (3)$$

$$u_z = w_l u_{lz} \quad (4)$$

式中, ρ_s 和 ρ_l 分别表示固相和液相的密度; u_{lr} 和 u_{lz} 分别表示径向和轴向上液相的速度分量; φ_s 和 φ_l 分别为固相和液相的体积分数; w_s 和 w_l 分别为固相和液相的质量分数。

径向动量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u_r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u_r u_z)}{\partial z} = \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\mu \frac{\rho}{\rho_l} \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\rho}{\rho_l} \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) - \\ \mu \frac{u_r}{r^2} - \frac{\partial p}{\partial r} + \rho g_r + S_r \end{aligned} \quad (5)$$

轴向动量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u_r u_z)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u_z u_z)}{\partial z} = \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\mu \frac{\rho}{\rho_l} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\rho}{\rho_l} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + S_z \end{aligned} \quad (6)$$

式中, p 为压力; μ 为流体的粘性系数; g_r 和 g_z 是重力加速度在径向和轴向上的分量; S_r 和 S_z 是控制各区域流体流动的附加源项。假定糊状区为多孔介质, 根据 Darcy 定律获得附加源项的表达式为

$$S_r = -\frac{\mu}{K} \frac{\rho}{\rho_l} u_r \quad (7)$$

$$S_z = -\frac{\mu}{K} \frac{\rho}{\rho_l} u_z \quad (8)$$

式中, K 为渗透系数, 代表了流体通过多孔介质的能力, 是孔隙率(即液相分数)的函数, 其值随着液相体积分数的变化而变化。纯固相($\varphi_s = 0$)时, $K \rightarrow 0$; 纯液相($\varphi_l = 1$)时, $K \rightarrow \infty$ 。渗透系数与液相体积分数之间的关系根据 Carmon-Kozeny 方程定义为^[4]

$$K = K_0 \frac{\varphi_l^3}{(1-\varphi_l)^2} \quad (9)$$

式中, K_0 为与多孔介质形貌有关的常数, 由经验确定。

自然对流是由于流体内部温度差和浓度差而引起的密度差, 在重力场作用下形成的浮升力而产生的, 流场的计算需要根据温度场和浓度场的计算结果来计算密度。

1.2.2 能量守恒方程 基于 Bennon 和 Incropera 推导的固-液相变连续模型中能量守恒方程^[5], 引入溶解混合热, 可推得在轴对称圆柱坐标系中, 以温度作为求解变量的能量守恒方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u_r T)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u_z T)}{\partial z} = \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\kappa}{c_p} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\kappa}{c_p} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S_T \end{aligned} \quad (10)$$

$$S_T = S_L + S_m \quad (11)$$

式中, κ 和 c_p 分别为混合导热系数和混合比热容; S_T 是总源项; S_L 和 S_m 分别是相变潜热和混合热源项。混合导热系数和混合比热容分别定义为

$$\kappa = \varphi_s \kappa_s + \varphi_l \kappa_l \quad (12)$$

$$c_p = w_s c_{ps} + w_l c_{pl} \quad (13)$$

式中, κ_s, κ_l 和 c_{ps}, c_{pl} 分别是固、液相的导热系数以及固、液相的比热容。相变潜热和混合热源项的表达式为

$$\begin{aligned} S_L = -\frac{1}{c_{pl}} \frac{\partial(\rho L w_l)}{\partial t} + \frac{c_{pl} - c_{ps}}{c_{pl}} \frac{\partial}{\partial t}(\rho w_s T) - \\ \frac{1}{c_{pl}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho L u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho L u_z)}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} S_m = \frac{1}{c_{pl}} \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho(w_s \Delta H_{ms} + w_l \Delta H_{ml}) \right] + \\ \frac{1}{c_{pl}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho \Delta H_{ml} u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho \Delta H_{ml} u_z)}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

式中, L 为相变潜热, ΔH_{ms} 和 ΔH_{ml} , 分别为固相与液相的溶解混合热。

1.2.3 溶质守恒方程 连续模型的溶质守恒方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho C) + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u_r C)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u_z C)}{\partial z} = \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\rho D \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho D \frac{\partial C}{\partial z} \right) + S_c \end{aligned} \quad (16)$$

$$S_c = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho D r \frac{\partial}{\partial r} (C_l - C) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho D \frac{\partial}{\partial z} (C_l - C) \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \rho u_r (C_l - C) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho u_z (C_l - C) \right] \quad (17)$$

式中, C_l, C 和 D 分别为液相中溶质的浓度、固-液相中溶质混合浓度和固-液相溶质混合扩散系数; S_c 是由于引入混合溶质浓度和混合扩散系数而产生的, 只有糊状区存在, 忽略固相中溶质的扩散, 混合溶质浓度和混合溶质扩散系数表示为

$$C = w_s C_s + w_l C_l \quad (18)$$

$$D = w_l D_l \quad (19)$$

式中, C_s 是固相中溶质的浓度, D_l 为液相中溶质的扩散系数。

1.2.4 液相分数与温度的关系 上述守恒方程的求解需要液相分数或固相分数数据, 液相分数与多项热物性参数和源项的计算有关, 液相分数的计算在求解过程中是非常重要的。

根据局域热力学平衡假设, 在一定的溶质浓度下, 假定两相区内液相的质量分数与温度呈线性关系 (分段线性), 并假定共晶转变在 2ε ($\varepsilon < 2^\circ\text{C}$) 的温度范围内进行, 则液相的质量分数与温度的关系为

$$\left. \begin{aligned} w_l &= \frac{(1-w_e)T + w_e T_L - (T_E + \varepsilon)}{T_L - (T_E + \varepsilon)} & (T_E + \varepsilon < T \leq T_L) \\ w_l &= \frac{T - (T_E - \varepsilon)}{2\varepsilon} w_e & (T_E - \varepsilon \leq T \leq T_E + \varepsilon) \\ w_l &= 1 & (T \geq T_L) \\ w_l &= 0 & (T \leq T_E - \varepsilon) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中, T_L 和 T_E 分别为液相线温度和共晶转变温度; w_e 是共晶质量分数; 2ε 是为便于计算而假定的共晶温度范围, 其值不大, 对计算结果的影响很小。

T_L, T_E 和 w_e 都是溶质浓度的函数, 根据相图来确定。工业生产的铁液中包含了多种元素, 其中碳对铁液的熔点影响很大, 必须加以考虑, 基于 Si-Fe 在铁液中溶解动力学的研究, T_L, T_E 和 w_e 可以按照如下原则确定: 当 Si 的质量分数大于 20% 时, 由于 Si 阻碍 C 的扩散, 其局部区域中 C 含量很小, T_L, T_E 和 w_e 主要是由 Si 的浓度所决定, 因此按照 Fe-Si 相图来确定 T_L, T_E 和 w_e , 其中考虑了 Si-Fe 熔化后与 Fe 形成 ε 相的可能, ε 相中 Si 的质量分数为 33.3%, 而熔点为 1410°C 、高于 Si-Fe 的熔点; 当 Si 的混合浓度在铁液的原始浓度与 20% 之间时, 由于碳的作用, 铁液的熔点低, 可以认为, 当 Si 的混

合浓度值在该区间时不会有固相存在, 即 $w_l=1$; 当 Si 的浓度为铁液原始浓度时, 考虑到铁液刚开始与室温 Si-Fe 接触, 有凝固现象发生, 按照 Fe-C-Si 相图来确定 T_L, T_E 和 w_e 。

2 数值求解方法

在本研究中, 控制方程采用了连续模型, 在液相、固相和糊状区是同一方程, 不需要跟踪固-液相界面, 因此采用固定网格, 用隐式的控制容积有限差分法离散守恒方程, 流场的计算在交错网格上用 SIMPLEST 算法进行, 对流项采用上风方案。自然对流是由于流体内部温度差和浓度差而引起的密度差, 在重力场作用下形成的浮升力而产生的, 在流场的计算中需要根据温度场和浓度场的计算结果来确定密度, 这决定了流场、温度场和浓度场的计算必须是强耦合的, 本研究中计算过程是: 在求解的每一时间步长上, 先用上一时间步长结束时的液相分数、渗透系数和混合密度求解流场; 然后求解能量守恒和溶质守恒方程; 再根据能量守恒和溶质守恒方程的计算结果更新液相分数、渗透系数、密度, 以及能量方程和溶质方程中的源项后重复计算, 达到收敛后转入下一时间步长。

液相分数的更新过程是: 先根据溶质守恒方程求解的 Si 的质量分数计算 T_L, T_E 和 w_e , 然后在松弛因子为 0.8 的条件下根据式 (20) 计算液相分数。

源项中的非稳态项和对流项采用控制容积方法离散, 对流项按上风方案取值。

3 模拟计算的实验验证

3.1 实验方法

为了验证所建立的模型及计算方法的可靠性, 利用 Si-Fe 与铁液的密度差, 根据浮力原理动态测量了 Si-Fe 的熔化速度, 实验装置如图 1 所示, 将直径为 $30\text{ mm} \times 120\text{ mm}$ 的圆柱体 Si-Fe 试样与称重传感器相连, Si-Fe

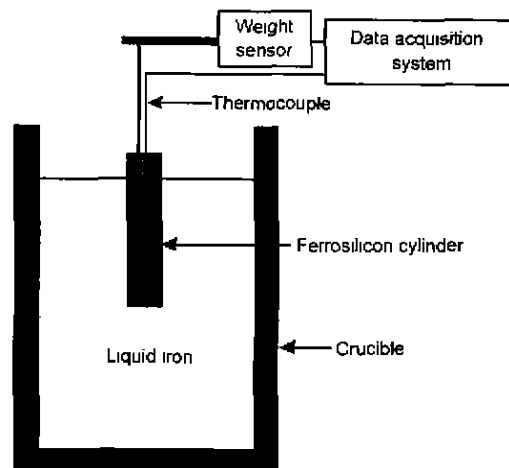


图 1 Si-Fe 在铁液中熔化实验装置示意图

Fig.1 Schematic diagram of experimental apparatus for ferrosilicon melting in liquid iron

试样中心装有 PtRh-Pt 热电偶。实验时,通过一下降装置将 Si-Fe 浸入静止的铁液中,连接称重传感器和热电偶的数据采集系统,同时记录作用在传感器上的力和 Si-Fe 试样中心处温度的变化。作用在传感器上的力由铁液对 Si-Fe 的浮力、Si-Fe 的重力及连接 Si-Fe 与传感器附件的重力三部分组成。当 Si-Fe 熔化时,固态 Si-Fe 的体积减小,作用在称重传感器上的力增加。其关系可以表示为

$$dF = (\rho_{\text{Si-Fe}} - \rho_{\text{Fe}})gdV_{\text{Si-Fe}} \quad (21)$$

式中, F 为作用在称重传感器上的力; $V_{\text{Si-Fe}}$ 为固态 Si-Fe 体积; g 为重力加速度; $\rho_{\text{Si-Fe}}$ 为固态 Si-Fe 的密度; ρ_{Fe} 为铁液的密度。由式 (21) 可知,根据作用在传感器上力的变化可以确定固态 Si-Fe 的体积变化,从而求得熔化速度。实验所用 Si-Fe 圆柱棒的化学成分(质量分数, %)为: Si 74.1, Ca 0.057, Al 0.78, 余为 Fe, 采用金属型铸造成形。

3.2 计算条件

模拟计算的物理条件与上述实验条件相同。假定 Si-Fe 瞬时浸入铁液,在自然对流条件下熔化。模拟计算是在通用软件 PHOENICS 基础上,通过添加相应的计算程序来完成的,所用热物性参数^[6-9]如下: Si-Fe: 密度 $\rho_{\text{Si-Fe}}=3500 \text{ kg/m}^3$, 导热系数 $\kappa_{\text{Si-Fe}}=21.0 \text{ W/(m}\cdot\text{C)}$, 比热容 $c_{p,\text{Si-Fe}}=720.0 \text{ J/(kg}\cdot\text{C)}$, 在铁液中扩散系数 $D_{\text{Si-Fe}}=(2.0 \times 10^{-9}w_{\text{Si}}) \text{ m}^2/\text{s}$, 熔化潜热 $L_{\text{Si-Fe}}=(1.37 \times 10^6) \text{ J/kg}$, 液相线温度 $t_1=1330 \text{ C}$, 固相线温度 $t_2=1210 \text{ C}$; 铁液: 密度 $\rho_{\text{Fe}}=6920(1-w_{\text{Si}})+w_{\text{Si}}(2330.7-0.027T) \text{ kg/m}^3$, 导热系数 $\kappa_{\text{Fe}}=41.54 \exp(-0.0013 T) \text{ W/(m}\cdot\text{C)}$, 比热容 $c_{p,\text{Fe}}=920 \text{ J/(kg}\cdot\text{C)}$, 运动粘度 $\mu_{\text{Fe}}=(5.1 \times 10^{-7}) \text{ m}^2/\text{s}$, 凝固潜热 $L_{\text{Fe}}=(1.38 \times 10^5) \text{ J/kg}$, Si-Fe 混合热 $\Delta H_{\text{m,Si-Fe}}=(225.64x_{\text{Si}}-458.74x_{\text{Si}}^2+464.2x_{\text{Si}}^3-233.1x_{\text{Si}}^4) \text{ kJ/mol}$, 其中, w_{Si} 和 x_{Si} 分别为铁液中 Si 的质量分数及摩尔分数。

3.3 计算结果与实验结果的对比

图 2 是铁液温度为 1400 C 时, Si-Fe 棒中心处温度(曲线 Temp.)和作用在称重传感器上力(曲线 F)的实验结果与计算结果比较。实验曲线 F 可分为 5 段: $a-b$ 段代表 Si-Fe 棒还未浸入铁液,称重传感器上的作用力是 Si-Fe 棒和连接部件的自重。 $b-c$ 段代表了 Si-Fe 浸入铁液的过程, Si-Fe 棒从 b 点开始浸入,当 Si-Fe 棒与铁液表面接触时,作用力由于浮力作用开始减小。到 c 点时,浸入过程结束。在 $c-d$ 段,作用在称重传感器上的力变化很小,前期基本保持不变,后期略有增加。这表明 Si-Fe 在该阶段没有溶解发生,主要是被加热。在 $d-e$ 段,作用在称重传感器上的力迅速增大,表明 Si-Fe 在熔

化且速度很快。由于固态 Si-Fe 的体积减小,铁液对 Si-Fe 浮力减小,作用在传感器上的力增加。 Si-Fe 棒中心处的温度在该阶段结束时快速上升,所达到的温度高出原铁液的温度,这说明 Si-Fe 溶入铁液放出了热量。 $e-f$ 段代表 Si-Fe 溶解过程已经结束,作用在传感器上的力仅为连接部件的重力。对比图 2 计算结果与实验结果,可见两者基本一致。

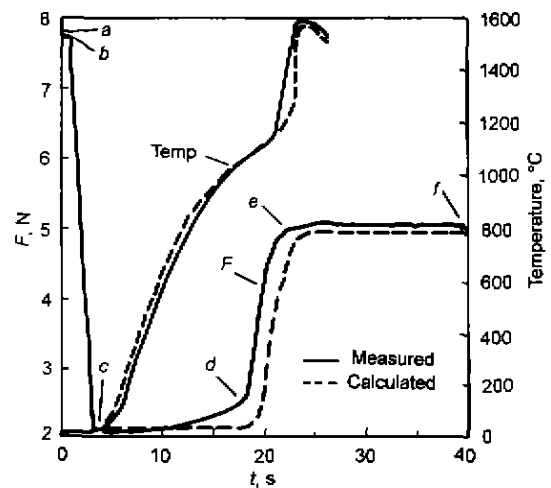


图 2 铁液温度为 1400 C 时, Si-Fe 棒中心处温度和作用在称重传感器上力的实验结果与计算结果对比

Fig.2 Comparison of measured and calculated results of temperature at ferrosilicon cylinder and force exerted on weight sensor during melting of ferrosilicon in liquid iron at 1400 C

图 3 是 Si-Fe 浸入铁液后不同时刻的固-液界面形貌及 Si-Fe 周围流场。从图 3a 中看出, Si-Fe 刚浸入铁液时,由于 Si-Fe 吸收其周围铁液的热量,铁液温度下降、体积收缩、密度增大, Si-Fe 周围铁液向下流动。图 3b 表明 Si-Fe 熔化从下部边缘开始。由于 Si-Fe 的密度小于铁液的密度,熔化了了的 Si-Fe 液向上流动。对比图 3a,b,说明 Si-Fe 的熔化主要沿径向进行。

图 4 是 Si-Fe 浸入铁液后固-液边界(固相包括 Si-Fe 及在 Si-Fe 上凝固的铁壳)径向位置(半径)随时间变化的计算结果。 A 点代表 Si-Fe 刚浸入铁液的时刻。固-液边界位置的半径是原始 Si-Fe 的半径;随着时间延长,固-液边界半径增大随后又减小,到达 B 点时固-液边界半径又为原始 Si-Fe 的半径,此后快速减小。图 4 说明, Si-Fe 浸入铁液至完全熔化分为两个时期,即铁壳期和熔化期。 A-B 为铁壳期。在这一时期,由于 Si-Fe 吸收铁液的热量导致 Si-Fe 周围的铁液发生了凝固,固相区域扩大,随后由于铁液的传热,铁壳又逐渐熔化,固相区逐渐减小; B-C 为熔化期,这一时期很短,说明 Si-Fe 一旦开始熔化,则熔化速度很快。

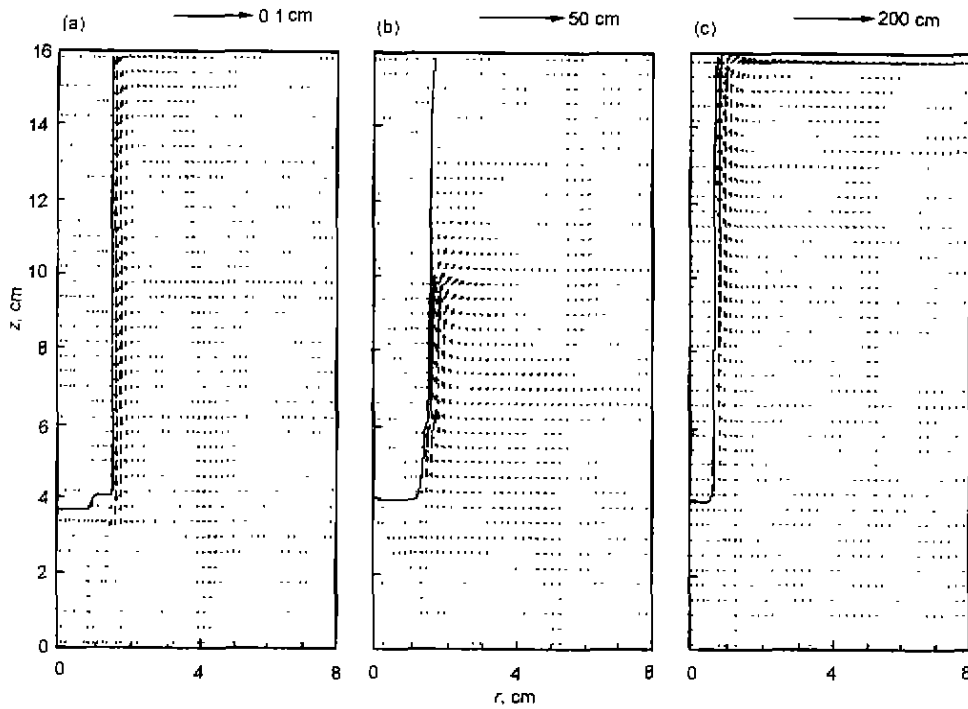


图 3 Si-Fe 棒浸入铁液后不同时刻，固-液界面形态及 Si-Fe 周围流场

Fig.3 Liquid-solid interfaces and velocity fields at various times after immersing of ferrosilicon cylinder in liquid iron (a) 2 s (b) 16 s (c) 19 s

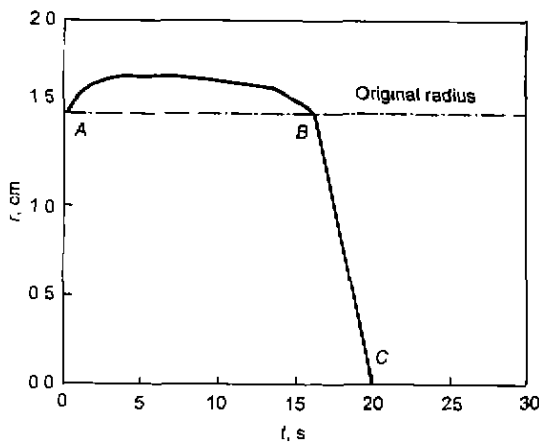


图 4 Si-Fe 棒浸入铁液后面-液边界位置(半径)随时间变化的计算结果

Fig.4 Calculated variation of radius (r) (ferrosilicon and iron shell) with time (t) after immersing of ferrosilicon cylinder in liquid iron

4 结论

针对自然对流条件下 Si-Fe 在铁液中的熔化，用统一方程组描述在固相、液相和糊状区中的传输现象；用控制容积差分法耦合求解质量、动量、能量和溶质守恒方程。

计算结果与实验结果基本一致，表明所建立的数学模型和采用的计算方法能够模拟 Si-Fe 在铁液中的熔化过程。

参考文献

- [1] Lee Y E, Berg H, Jensen B. *Ironmaking Steelmaking*, 1995; 22: 486
- [2] Li B K, Mao X F, He J C. In: Srobona J M, Lunderstadat J, Koenig G J, Slater C E, Catanzarite K A eds., *Electric Furnace Conference Proceedings*, Vol.53, Warredale: ISS-AIME, 1995: 125
- [3] Argyropoulos S A. In: Srobona J M, Lunderstadat J, Koenig G J, Slater C E, Catanzarite K A eds., *Electric Furnace Conference Proceedings*, Vol.53, Warredale: ISS-AIME, 1995: 119
- [4] Sismanis P G, Argyropoulos S A. *Can Metall Q*, 1988; 27: 123
- [5] Bennon W D, Incropera F P. *Int J Heat Mass Transfer*, 1987; 30: 2161
- [6] Lacaze J, Sundman B. *Metall Trans*, 1991; 22A: 2211
- [7] Hu H, Argyropoulos S A. *Metall Mater Trans*, 1997; 28B: 135
- [8] Argyropoulos S A, Guthrie R I L. *Can Metall Q*, 1979; 18: 267
- [9] Li Q C. *Principle of Casting Process*. Beijing: China Machine Press, 1981: 16

(李庆春. 铸件形成理论基础. 北京: 机械工业出版社, 1981:16)