

## 分布式 SAR 系统 PRF 误差对 ATI 测速的影响

曾斌 张晓玲 师君 黄顺吉  
(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**摘要:** 分布式 SAR 采用收发平台分置的飞行方式, 具有许多突出优点, 但接收机和发射机的 PRF 会有误差。该文根据收发分置 SAR 系统原理, 建立了收发分置 SAR 系统 PRF 误差对成像及干涉的影响模型, 研究了 PRF 误差对 ATI 相位及测速的影响, 并在此基础上提出了对 PRF 精度的要求。仿真验证了模型的有效性和要求的合理性。

**关键词:** 收发分置 SAR; 沿航迹干涉(ATI); PRF; 干涉相位

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)04-0831-05

## The Influence of PRF Error to Velocity Measurement in Distributed SAR

Zeng Bin Zhang Xiao-ling Shi Jun Huang Shun-ji

(Institute of E.E., Univ. Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** Distributed SAR system adopts the flight model which receivers and transmitter are in different platform, that has many prominent merits, but the receiver and transmitter's PRF can have error. The paper bases on the principle of bistatic SAR, establishes the influence model of the PRF error to imaging and interferometry, analyzes the influence of the PRF error to interferometric phase, and proposes the PRF precision request in this foundation. The simulation enunciates the validity of the model and the reasonableness of the PRF precision requirement.

**Key words:** Bistatic SAR; Along-Track Interferometry(ATI); Pulse Repeat Frequency(PRF); Interferometric phase

### 1 引言

合成孔径雷达(SAR)是一种重要的对地观测工具, 在国民经济的许多领域有着重要的应用。收发分置合成孔径雷达(Bistatic SAR)将发射系统和接收系统安装在不同飞行平台上, 与常规 SAR 相比, 具有许多突出的优点, 是近年来国际上的研究热点。由于收、发系统的分置, 一方面, 有利于获取目标区域的多方向散射信息, 有利于以较长的基线实现干涉合成孔径雷达, 有利于接收平台作为无源系统以降低运行成本; 另一方面, 又必须要解决由收、发系统分置带来的一系列问题, 如收、发波束的照射同步, 收发系统之间触发信号的同步, 接收机本振信号与发射载波间的同步, 以及平台运动误差的测量和补偿等。

沿航迹干涉(Along-Track Interferometry, ATI)SAR 是动目标检测的一种重要而且适用的方法。本文根据收发分置 SAR 系统的原理, 首先分析了收发分置 SAR 系统下的 ATI 技术, 推导了收发分置情况下 ATI 的测速公式; 然后建立了收发分置 SAR 系统中脉冲重复频率(PRF)误差对成像及干涉的影响模型, 研究了收发分置 SAR 情况下 PRF 的误差对动目标成像及 ATI 干涉相位的影响, 并提出了对 PRF 精度的要求。最后通过仿真验证了模型的有效性和结论的正确性。

### 2 收发分置 SAR-ATI 数学模型建立

图 1 是一种主星带领伴随小卫星示意图,  $T$ 代表主星, 发射信号。 $S_1, S_2$ 代表编队中的两颗小卫星, 只接收信号, 一般小卫星质量较小, 飞行轨道可比主星低<sup>[1,2]</sup>。主星高度  $H_T$ , 飞行速度为  $V_{gt}$ ; 小卫星高度  $H_R$ , 飞行速度为  $V_{gr}$ , 两颗小卫星之间的距离  $B$  为基线。在测绘带内有一动目标  $P$ , 方位速度为  $v_a$ , 距离向速度为  $v_r$ , 初始时刻目标在距离向上的坐标为  $y_0$ 。设初始时刻发射机斜距为  $R_{T0}$ , 接收机为  $R_{R0}$ 。发射机投射角为  $\theta_t$ , 接收机的投射角为  $\theta_r$ 。下面建立该模式下 ATI 测速数学模型。

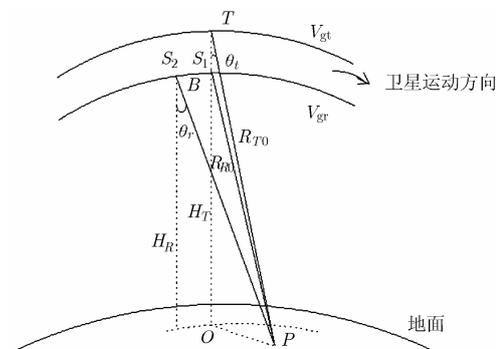


图 1 主星带领伴随小卫星收发分置 SAR 示意图  
由 SAR 成像算法, 可得第 1 个接收机回波的成像结果

为

$$s_{o1}(t_s; R) = \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}(R_{T0} + R_{R0})\right) \operatorname{sinc}\left[B_d\left[t_s - \frac{v'_r/\lambda}{f_{dr}}\right]\right] \cdot \exp\left(-j\frac{\pi}{f_{dr}}\left(\frac{v'_r}{\lambda}\right)^2\right) \exp\left(-j\frac{2\pi v'_r}{\lambda}\left(t_s - \frac{v'_r}{\lambda f_{dr}}\right)\right) \quad (1)$$

其中

$$f_{dr} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{(V_{gt} - v_a)^2 + v_s^2}{R_{T0}} + \frac{(V_{gr} - v_a)^2 + v_s^2}{R_{R0}} \right) \quad (2)$$

$$v'_r = v_s (\sin \theta_t + \sin \theta_r) \quad (3)$$

第 2 个接收机回波的成像结果为

$$s_{o2}(t_s; R) = \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda}R_{00}\right) \exp\left(-j\frac{\pi}{f_{dc2}}f_{dc2}^2\right) \cdot \operatorname{sinc}\left[\pi B_d\left[t_s - \frac{f_{dc2}}{f_{dr}}\right]\right] \exp\left(-j2\pi f_{dc2}\left(t_s - \frac{f_{dc2}}{f_{dr}}\right)\right) \quad (4)$$

其中

$$R_{00} = R_{T0} + R_{R0} + v_s (\sin \theta_t + \sin \theta_r) \tau_{ao} + \frac{(B - v_a \tau_{ao})^2 + v_s^2 \tau_{ao}^2}{2R_{T0}} + \frac{(v_s^2 + v_a^2) \tau_{ao}^2}{2R_{R0}} \quad (5)$$

$$f_{dc2} = \frac{v'_r}{\lambda} + \frac{(V_g - v_a)(B - v_a \tau_{ao}) + v_s^2 \tau_{ao}}{\lambda R_{T0}} + \frac{(v_s^2 + v_a^2 - V_g v_a) \tau_{ao}}{\lambda R_{R0}} \quad (6)$$

其中  $t_s$  表示慢时间。将成像结果式(1)和式(4)进行干涉处理, 并忽略一些极小项, 可得干涉相位为

$$\Delta \Phi \approx \frac{2\pi}{\lambda} v_s (\sin \theta_t + \sin \theta_r) \frac{B}{V_{gr}} \quad (7)$$

因此可以求得目标在距离向上的速度为:

$$v_s = \frac{\Delta \Phi \cdot \lambda \cdot V_{gr}}{2\pi B \cdot (\sin \theta_t + \sin \theta_r)} \quad (8)$$

与常规 SAR-ATI 结果比较可知, 收发分置 SAR-ATI 的测速与发射机和接收机的投射角均有关。

### 3 PRF 误差的影响

#### 3.1 PRF 误差对成像的影响

在理想情况下, 距离向接收的回波信号为

$$S_r(\tau, t) = U(\tau) \cdot \exp(j2\pi f_t(\tau - t_d)) \cdot \exp(j\pi K_r(\tau - t_d)^2) \quad (9)$$

其中  $U(\tau)$  为发射信号包络,  $f_t$  为载频,  $K_r$  为信号调频斜率。  $t_d = R(t)/c$  为时延,  $t$  为慢时间,  $R(t) = R_T(t) + R_R(t)$  为散射点  $p$  到发射机和接收机距离和。距离压缩的结果为

$$s(\tau, t) = \exp(j\pi K_r(\tau^2 - t_d^2)) \exp(j\pi K_r(\tau - t_d)T_p) \cdot T_p \cdot \operatorname{sinc}[K_r(\tau - t_d)T_p] \quad (10)$$

其中  $T_p$  为脉宽, 由式(10)可以看出, 当  $\tau = t_d$  时, 代表了目

标在距离向上的位置。

如果接收机和发射机的 PRF 有误差, 将造成距离向采样数据点发生偏差, 模型如图 2 所示:

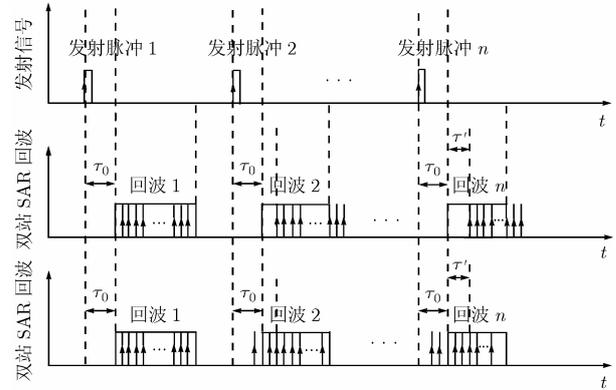


图 2 PRF 误差对采样的影响模型

PRF 误差可以分成两种情况讨论:

(1)接收机脉冲重复时间(PRI)偏大, 少采样了回波信号前面的点, 设少采样个数为  $n$ , 相当于信号向前时移了  $n/f_s$ , 距离压缩的结果为

$$\int_0^{T_p - n/f_s} \exp\left[j\pi K_r\left(t' + \frac{n}{f_s} - t_d\right)^2\right] \cdot \exp(-j\pi K_r \cdot (\tau - t')^2) dt' = \exp\left[j\pi K_r\left[\left(\frac{n}{f_s} - t_d\right)^2 - \tau^2\right]\right] \exp\left[j\pi K_r\left[\tau + \frac{n}{f_s} - t_d\right]\right] \cdot \left(T_p - \frac{n}{f_s}\right) \operatorname{sinc}\left[K_r\left(T_p - \frac{n}{f_s}\right)\left[\tau + \frac{n}{f_s} - t_d\right]\right] \quad (11)$$

其中  $f_s$  代表距离向采样频率。由式(11)可知, 由于 PRI 误差, 造成采样点数丢失, 压缩之后目标的距离位置发生改变, 正确的位置在  $\tau = t_d$  处, 而现在目标位置在  $\tau = t_d - n/f_s$  处, 同时峰值幅度减小。

(2)接收机 PRI 偏小, 相当于信号向后时移, 距离压缩的结果为

$$\int_{n/f_s}^{T_p} \exp\left[j\pi K_r\left(t' - \frac{n}{f_s} - t_d\right)^2\right] \exp(-j\pi K_r \cdot (\tau - t')^2) dt' = \exp\left[j\pi K_r\left[\left(\frac{n}{f_s} + t_d\right)^2 - \tau^2\right]\right] \exp\left[j\pi K_r\left[\tau - \frac{n}{f_s} - t_d\right]\right] \cdot \left(T_p + \frac{n}{f_s}\right) \operatorname{sinc}\left[K_r\left(T_p + \frac{n}{f_s}\right)\left[\tau - \frac{n}{f_s} - t_d\right]\right] \quad (12)$$

同样, 目标位置发生偏移, 目标位置在  $\tau = t_d + (n/f_s)$  处, 同时峰值幅度降低。

从以上分析可知, 由于 PRI 误差造成距离向采样点数的丢失, 引起目标距离位置发生偏移, 同时峰值幅度下降。这种距离位置偏移, 会造成方位处理时数据点丢失, 给二维成像造成影响。因此可以要求在一个合成孔径时间内距离压缩造成的附加偏移量不能超过一个距离分辨单元, 即

$(m \cdot n / f_s)c < \rho_r$ ,  $m$  为一个合成孔径时间内发射的脉冲个数, 由此求得

$$\Delta = \text{PRI}_2 - \text{PRI}_1 = \frac{n}{f_s} < \frac{1}{2m \cdot B_r} \quad (13)$$

在满足上述 PRI 精度要求的情况下, 不失一般性, 假设接收机的 PRI 比发射机大  $\Delta$ , 则压缩结果为

$$\begin{aligned} & (T_p - m\Delta) \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}(R_{T0} + R_{R0})\right] \exp(-j\pi f_{\text{dr}} t^2) \\ & \otimes \exp(j\pi f_{\text{dr}} t^2) = \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}(R_{T0} + R_{R0})\right] T_{\text{syn}} \exp(j\pi f_{\text{dr}} t^2) \\ & \cdot \exp(-j\pi B_d t) \left[ T_p \text{sinc}[B_d t] + \frac{\Delta j}{2\pi \text{PRI} \cdot f_{\text{dr}} t} \right. \\ & \left. \cdot (\text{sinc}[B_d t] - \exp(-j\pi B_d t)) \right] \quad (14) \end{aligned}$$

其中  $t$  为慢时间,  $B_d$  为方位带宽,  $B_r$  为信号带宽。注意到

$$\begin{aligned} \lim_{t_s \rightarrow 0} T_p \text{sinc}[\pi f_{\text{dr}} t_s T_{\text{syn}}] + \frac{\Delta \cdot j}{2\pi \text{PRI} f_{\text{dr}} t_s} (\text{sinc}[\pi f_{\text{dr}} t_s T_{\text{syn}}] \\ - \exp(-j\pi f_{\text{dr}} t_s T_{\text{syn}})) = T_p - \frac{\Delta \cdot T_{\text{syn}}}{2\text{PRI}} \quad (15) \end{aligned}$$

故 PRI 精度在满足式(13)要求条件下, 方位压缩没有附加相位产生。

### 3.2 PRF 误差对 ATI 干涉相位的影响

PRF 误差不但会对距离压缩造成影响, 而且对方位压缩也有影响。由于时间同步误差  $e(t)$  的影响, 去载频后的回波信号将变为

$$S_r(\tau, t) = \exp(j\omega_c(\tau - R(t)/c - e(t))) \quad (16)$$

其中  $\omega_c$  为载频。令  $e(t) = k \cdot t + \text{rand}(t)$ , 其中,  $k \cdot t$  为线性误差, 是由接收机和发射机各自的脉冲重复周期不严格相等造成的,  $\text{rand}(t)$  为随机误差。  $k = \Delta / \text{PRI}$  为常数, 其中  $\Delta = \text{PRI}_t - \text{PRI}_r$ ,  $\text{PRI}_r$ 、 $\text{PRI}_t$  分别为接收机和发射机的脉冲重复周期。随着收发脉冲数的增加, 接收信号的相位误差将逐渐加大。

对于  $k \cdot t$  的 PRF 线性误差, 方位向的回波信号为

$$S_r(t) = \exp(j\pi f_{\text{dr}} t^2 - j\omega_c \Delta \cdot \text{PRF} \cdot t) \quad (17)$$

其中  $f_{\text{dr}}$  为多普勒斜率,  $S_r(t)$  的傅里叶变换  $S_r(\omega_t)$  为

$$\begin{aligned} S_r(\omega_t) = \text{rect}\left[\frac{\omega_t + \omega_c \cdot \Delta \cdot \text{PRF}}{\Delta \omega_t}\right] \\ \cdot \exp\left[-j \cdot \frac{(\omega_t + \omega_c \cdot \Delta \cdot \text{PRF})^2}{4\pi f_{\text{dr}}} + j \cdot \frac{\pi}{4}\right] \quad (18) \end{aligned}$$

其中  $\Delta \omega_t = 2\pi \cdot |f_{\text{dr}}| \cdot T_s$  为多普勒带宽。

由式(18)可知, 线性时间同步误差会引起回波信号方位频谱发生偏移, 从而导致方位分辨率下降, 以及成像后目标在方位向发生位移。

假定  $\Delta \omega - \omega_c \cdot |\Delta| \cdot \text{PRF} \geq 0$ , 在进行匹配滤波时选取  $S_{\text{ref}}(t) = \exp(j\pi f_{\text{dr}} t^2)$ , 则经匹配滤波得到方位向上压缩后的信号为

$$\begin{aligned} S_{\text{com}}(t) &= F^{-1}(S_r(\omega_t) S_{\text{ref}}^*(\omega_t)) \\ &= F^{-1}\left(\text{rect}\left[\frac{\omega + 0.5\omega_c \Delta \text{PRF}}{\Delta \omega_t - \omega_c |\Delta| \text{PRF}}\right]\right) \\ &\quad \cdot \exp\left[-j \frac{(\omega_c \Delta \text{PRF})^2 + 2\omega_c \Delta \text{PRF} \omega_t}{4\pi f_{\text{dr}}}\right] \\ &= \frac{0.5(\Delta \omega_t - \omega_c |\Delta| \text{PRF})}{\pi} \text{sinc}(0.5(\Delta \omega_t \\ &\quad - \omega_c |\Delta| \text{PRF}) \left[t - \frac{\omega_c \Delta \cdot \text{PRF}}{2\pi f_{\text{dr}}}\right]) \exp\left[-j0.5\omega_c \right. \\ &\quad \left. \cdot \Delta \text{PRF} \left[t - \frac{\omega_c \Delta \text{PRF}}{2\pi f_{\text{dr}}}\right]\right] \exp\left[-j \frac{(\omega_c \Delta \text{PRF})^2}{4\pi f_{\text{dr}}}\right] \quad (19) \end{aligned}$$

由式(19)可知, 频谱偏移使目标在方位向发生位移:  $\Delta x = \frac{f_c \text{PRF} \Delta}{f_{\text{dr}}} V_{\text{gr}}$ 。若系统的最大允许位移量为  $|\Delta x|_{\text{max}}$ , 则可得对 PRF 线性误差的要求是

$$\Delta_{\text{max}} < \frac{\Delta x_{\text{max}} f_{\text{dr}}}{f_c \text{PRF} V_{\text{gr}}} \quad (20)$$

另外, PRF 的线性误差会使相位产生误差, 其大小为

$$\Delta \Phi_{\text{err}} = \frac{(\omega_c \Delta \text{PRF})^2}{4\pi f_{\text{dr}}}$$

再分析随机时间同步误差的影响, 则  $e(t) = \text{rand}(t)$ 。设随机误差是独立同分布的, 则在方位向上进行相干叠加时误差不会累积, 所以对时间同步的精度要求也就降低了, 只要相邻脉冲间的相位误差不超过  $\pi/4$  即可, 即

$$|\phi(n\text{PRI} + \text{PRI}) - \phi(n\text{PRI})| \leq \pi/4,$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots, \frac{T_s}{\text{PRI}} - 1 \quad (21)$$

$$\text{则 } \omega_c |\text{rand}(n\text{PRI} + \text{PRI}) - \text{rand}(n\text{PRI})| \leq \pi/4 \quad (22)$$

## 4 仿真分析

为了验证模型的有效性和正确性, 以及分析 PRF 误差对 ATI 相位和测速的影响, 进行了仿真。为了说明问题, 只设一个动目标, 不加杂波。选取的参数参考了国际上一些典型的星载 SAR 参数<sup>[1-3]</sup>。

### 4.1 PRF 误差对距离压缩的影响

从图 3-图 6 可以看出, PRF 误差会造成距离向采样点数丢失, 目标距离位置发生偏移, 且峰值下降, 旁瓣升高, 分辨率下降。因此为了使距离向的位置偏移不超过最大限制, 根据表 1 参数, 计算得对 PRI 精度的要求应高于  $10^{-11}$  量级。

表 1 仿真参数

主星轨道高度	800km	伴随小卫星轨道高度	750km
主星平台飞行速度	7km/s	工作频段	10GHz
发射系统投射角	45	发射波束宽度	0.2°(方位向)
发射系统作用距离	1130km	PRF	2000Hz

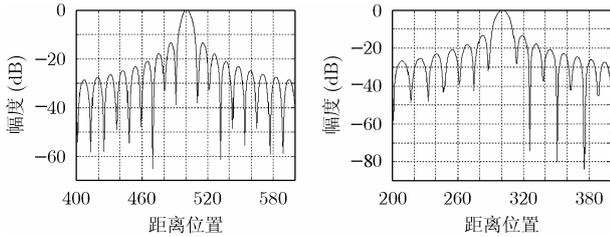


图 3 PRI 无误差时距离压缩结果

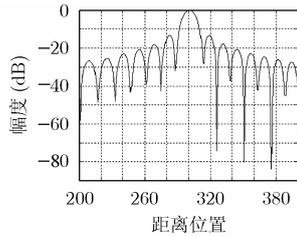


图 4 PRI 偏大  $2 \times 10^{-6}$ s 距离压缩结果

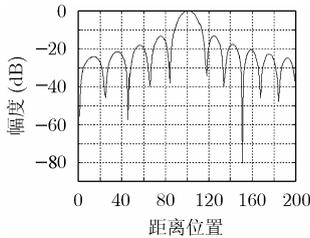


图 5 PRI 偏大  $4 \times 10^{-6}$ s 距离压缩结果

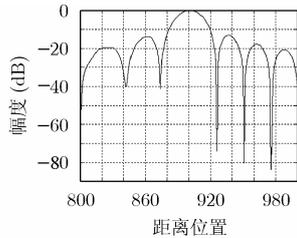


图 6 PRI 偏小  $6 \times 10^{-6}$ s 距离压缩结果

4.2 PRF 线性误差对成像及干涉的影响

由图 7-图 8 可以看出, 在 PRI 的精度满足式(20)时, 目标方位位置不会发生偏移。当误差较大时, 明显发生移动。由于会产生重影现象, 因此对方位向目标最大偏移量有限制, 这里计算得到的要求是在  $10^{-11}$  量级。表 2 是当 PRF 存在误差时干涉测量的结果, 由表 2 可见, 当 PRF 的线性误差满足条件时, 干涉相位的误差是很小的, 从而使得测速误差保持在 5% 以下。

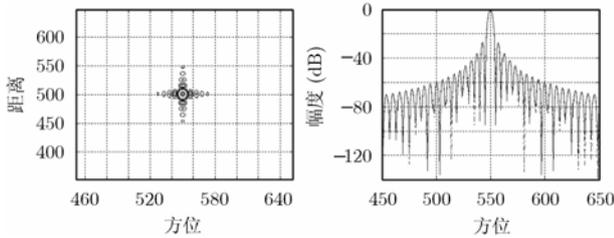


图 7 PRI 误差为  $1 \times 10^{-11}$ s 的成像结果

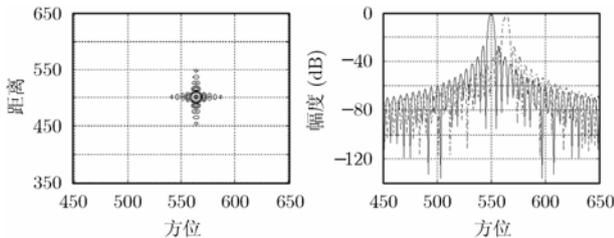


图 8 PRI 误差为  $1 \times 10^{-9}$ s 的成像结果, 实线是 PRF 无误差时成像结果

表 2 线性 PRF 误差对干涉的影响

PRF 线性误差( $10^{-11}$ )	干涉相位(rad)	目标速度 (m/s)	速度误差
1	3.003	0.998	0.2%
2	2.998	0.997	0.3%
5	2.9418	0.978	2.2%
10	2.879	0.957	4.3%

4.3 PRF 随机误差对成像及干涉的影响

由图 9-图 11 明显可见, 当随机误差增大时, 方位处理结果明显变差, 旁瓣电平升高, 最后使得图像模糊。为了能很好地成像, 对随机 PRF 误差的要求是  $10^{-12}$  量级。下面是随机 PRF 误差对干涉相位的影响情况。

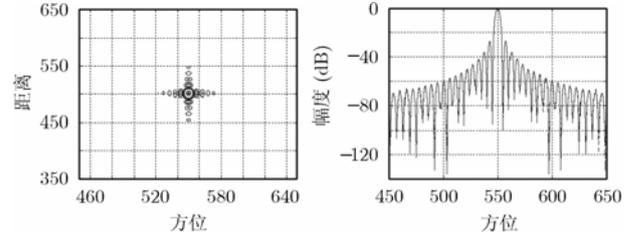


图 9 标准差为  $1 \times 10^{-12}$ s 时的成像结果

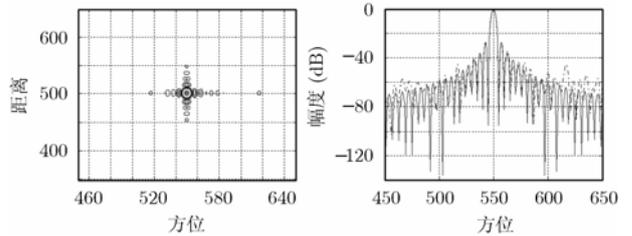


图 10 标准差  $1 \times 10^{-11}$ s 时的成像结果

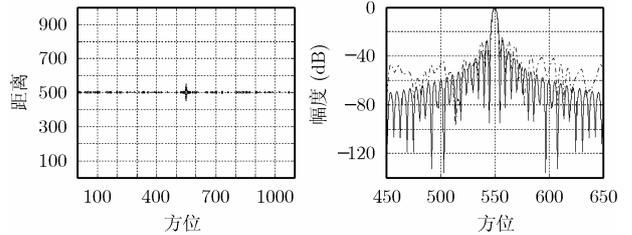


图 11 标准差  $2 \times 10^{-12}$ s 时的成像结果(实线为无误差结果)

从图 12-图 15 可以看出, 当误差满足要求时, 通过幅度-相位图可以比较好的求得干涉相位; 如果误差过大, 则干涉相位点分布离散, 不利于检测和目标速度的计算。其结果见表 3。

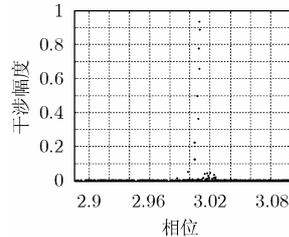


图 12 标准差为  $10^{-12}$  时干涉幅度-相位图

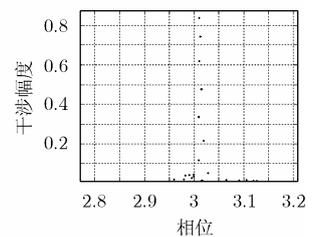


图 13 标准差为  $5 \times 10^{-12}$  时干涉幅度-相位图

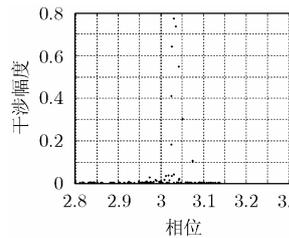


图 14 标准差为  $1 \times 10^{-11}$  时干涉幅度-相位图

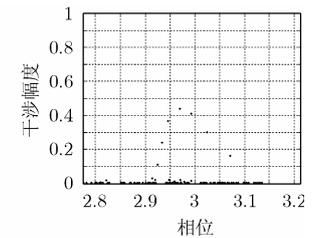


图 15 标准差为  $2 \times 10^{-11}$  时干涉幅度-相位图

表3 PRF 随机误差对干涉相位及测速精度的影响

随机误差 标准差	干涉相位	目标速度	测速误差
0	3rad	1m/s	0
$1 \times 10^{-12}$	3.01rad	1.001m/s	0.1%
$5 \times 10^{-12}$	3.02rad	1.005m/s	0.5%
$1 \times 10^{-11}$	3.04rad	1.011m/s	1.1%
$2 \times 10^{-11}$	相位离散, 检测困难		

由表3可以看出, PRF误差会造成干涉相位误差, 从而造成测速误差。如果PRF保持了较高精度, 如  $10^{-11}$ , 则测速精度很高, 在1%量级。

## 5 结束语

本文推导建立了 PRF 误差对收发分置 SAR 成像及干涉相位的影响模型, 通过仿真分析了收发分置平台的 PRF 误差对成像及 ATI 干涉的影响, 提出了相应的精度要求。这些为收发分置 SAR 系统设计和成像的处理提出了重要的理论依据。

PRF 的误差造成距离向采样点数的丢失, 目标距离位置发生偏移。同时 PRF 误差也对 ATI 干涉相位造成影响, 这

个相位误差影响了测速精度。对线性 PRF 误差, 会造成主瓣偏移, 对其精度要求是满足式(20), 这时测速精度可达 5%。随机 PRF 误差会造成旁瓣升高, 图像模糊, 要求其标准差要达到  $10^{-11}$ 量级, 可使测速精度很高, 否则会使得相位分布离散, 无法检测动目标。

## 参考文献

- [1] Krieger G, *et al.*. Multistatic SAR satellite formations: potentials and challenges. IGARSS'05, Volume 4, 25–29 July, 005: 2680–2684.
- [2] Gierull C H, *et al.*. Raw data based two-aperture SAR ground moving target indication. IGARSS '03, Volume 2, 21–25 July, 2003: 1032–1034.
- [3] Stockburger E F, *et al.*. Interferometric moving ground target imaging. Radar Conference, May, 1995: 438–443.

曾 斌: 男, 1974 年生, 博士生, 研究方向为干涉 SAR 成像及应用。

张晓玲: 女, 1964 年生, 教授, 主要研究领域是干涉 SAR 成像、图像后处理及应用。