

基于 MMSE 准则实现多址干扰避免的信号设计

袁志钢 沈越泓

(解放军理工大学通信工程学院无线教研室 南京 210007)

摘要 本文基于最小均方误差准则(MMSE),在发端对系统中多个用户的发送信号样式进行了设计优化,最大限度地避免用户间的相互干扰,使检测器输出与发送符号之间的最小均方误差达到理论下限。在最佳信号设计过程中,本文利用矩阵分块理论简化了算法、降低了运算复杂度。并且设计的信号在加性高斯白噪声信道条件下所获得的系统容量要优于 Rose 等人(2002)采用特征值迭代算法(Eigen Algorithm)设计的信号集合,文章最后通过仿真给予证实。

关键词 信号设计,多址干扰避免,最小均方误差(MMSE)

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)06-1064-04

MMSE-Minimizing Signature Optimization for Multiaccess Interference Avoidance

Yuan Zhi-gang Shen Yue-hong

(Institute of Communication Engineering, Wireless Communication Lab, Nanjing 210007, China)

Abstract By employing MMSE (Minimal Mean Squared Error) criteria, the multi-user transceivers in this paper are optimized by adjusting their signatures and demodulations according to interferences around, which can reduce at most the co-interferences from users and minimize the lower bound of MMSE. During the design process, the striking improvements in both convergence and low-complexity are achieved by using matrix-blocking computation theory. And in practice, the designed signature assemble perform rather well than that by capacity-maximizing signature design method (Rose etc.2002) under the additive white Gaussian noise channel. Finally, some simulation results are also provided as proof.

Key words Signature optimization, Multiaccess interference avoidance, Minimum Mean Squared Error (MMSE)

1 引言

MMSE(Minimal Mean Squared Error)多用户检测器通过自适应地调整检测器参数,使得检测器输出的估计信号与用户发送的原始符号间的均方误差达到最小,可以有效地抑制远近效应和多用户干扰^[1,2]。与ML(Maximum Likelihood)多用户最佳检测器相比,MMSE检测器在性能上虽略有损失,但其运算复杂度要小得多,其运算复杂度与用户数 M 呈线性关系增长^[3],在无线多用户通信中得到广泛应用。在干扰样式较少的情况下,还可以采用zero-padding置零法^[4]对未受干扰的信号分量进行接收,在收端实现干扰避免,但通常会带来信噪比的损失。此后文献[5]通过在收端鉴别系统中其他用户对当前用户的干扰,改善了MMSE接收机的性能,更好地适应了无线蜂窝系统中的高速数据传输。但随着同信道干扰的日益严重,仅单一地通过改善接收端的信号检测算法,所能获得的抗干扰能力是很有限的,已不能满足现代通信对于传输速率和可靠性的要求。

文献[6]在加性高斯白噪声(AWGN)信道条件下,通过优化发端各用户的信号样式,最大限度地避免了用户间的相互

干扰,使得系统容量最大化,并采用基于特征值的迭代信号设计算法(Eigen Algorithm,简称EA算法)加以实现。但基于信道容量的设计方法在实际应用中还需要通过借助好的信道编码、调制等技术才能在低误码率的条件下使得信息传输速率不断接近于理想值^[7],距离实际应用还有较大的距离。另一方面,噪声的高斯分布也限制基于信道容量的信号设计算法的应用范围。与之相比,采用MMSE准则仅要求接收信号存在二阶矩,对干扰和噪声的实际分布没有要求,应用范围更广。其通信质量的好坏由检测均方误差直接决定,减小检测误差对于改善通信质量有着重要意义。本文研究了MMSE准则下的多用户干扰问题,对发端对用户信号样式和相应的接收机进行了最优化,最大限度地降低了检测误差,并能有效提高多用户系统在AWGN信道条件下的系统容量。

本文第2节介绍了多用户同步接入系统的信号传输模型,阐述了MMSE准则下的信号设计问题。在第3节分析并得出了MMSE准则下的最佳信号样式集合,并可采用EA算法设计实现。为加速算法的收敛性、降低信号设计的复杂度,本文在第4节提出了基于矩阵分块理论的BLK-EA改进算法。并且该算法设计信号的实际性能要优于EA算法,第5节将通过仿真加以验证。最后给出了本文的主要结论。

符号约定:斜体 v 表示变量,黑体小写字母 \mathbf{v} 表示向量,其分量 k 用 $v_{[k]}$ 表示。黑体加粗大写字母 \mathbf{A} 表示矩阵。 \mathbf{I}_N 表示 $N \times N$ 的单位矩阵。 $(\cdot)^T$ 为矩阵转置, $(\cdot)^H$ 为共轭转置, $E(\cdot)$ 为随机变量的数学期望。 \mathcal{D} 表示复数域, \mathcal{D}^l 表示长度为 l 的复数向量, $\mathcal{D}^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 维的复数矩阵。

2 系统模型

2.1 信号模型

对于多用户同步接入系统,设符号间隔为 $[0, T_s]$, 并选择适当的信号空间 $\{\Phi_i(t), t \in [0, T_s], i=1, \dots, N\}$, 则接收信号 $r(t)$ 的矢量形式可表示为(这里以上行信道为例)^[6]

$$r = \sum_{k=1}^M b_k \sqrt{P} s_k + n \quad (1)$$

式中用户 j 发送的符号 b_j 等概率的取 $+1$ 和 -1 , $s_j = [s_{j1}, \dots, s_{jN}]^T \in \mathcal{D}^N$ 为用户 j 的发送信号样式。 P 为平均功率。 $n = [n_1, \dots, n_N]^T \in \mathcal{D}^N$ 为噪声向量,其各个分量是统计独立的,均值为零,方差为 σ^2 。

2.2 MMSE 多用户接收机

接收端采用多用户检测器 $\mathbf{C} \in \mathcal{D}^{M \times N}$ 完成信号的接收,则在用户信号集合 $\mathbf{S} = [s_1, \dots, s_M]$ 给定下,检测器输出的最小均方误差为^[1]:

$$\text{MMSE} = E\|\mathbf{C}_{\text{MMSE}} r - b\|_2^2 = M - P \text{trace}[\mathbf{S}^H \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{S}] \quad (2)$$

式中 $\|\cdot\|_2$ 为向量的 2 范数。 $\mathbf{C}_{\text{MMSE}} = \sqrt{P} \mathbf{S}^H \mathbf{R}_r^{-1}$, 其中接收信号的自相关矩阵 $\mathbf{R}_r = P \mathbf{S} \mathbf{S}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N$ 为正定的 Hermit 矩阵。在信道噪声功率 σ^2 、信号功率 P 和信号维数 N 一定时, MMSE 仅由用户信号集合 \mathbf{S} 所决定。本文就是通过设计最佳的 \mathbf{S} , 尽可能避免用户间的相互干扰,使得 MMSE 达到理论下限,从根本上改善通信质量。

3 MMSE 准则下的最佳信号

当系统用户数 M 小于信号维数 N 时,用户采用正交信号即可,设计过程简单,这里不予讨论。本文仅对 M 大于 N 的情况进行讨论。

设矩阵 \mathbf{S} 行满秩,其奇异值分别为 $\lambda_1 \dots \lambda_N$, 有 $\sum_{i=1}^N \lambda_i^2 = M$, 信噪比 $\gamma = P/\sigma^2$, 则

$$\text{MMSE} = (M - N) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\gamma \lambda_i^2 + 1} \quad (3)$$

由拉格朗日乘子法求得当且仅当 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_N = \sqrt{M/N}$ 时即可得到 MMSE 下界 $\underline{\text{MMSE}} = \frac{N}{\gamma M/N + 1} + (M - N)$, 此时最佳的信号集合 \mathbf{S} 应满足:

$$\mathbf{S} \mathbf{S}^H = \frac{M}{N} \mathbf{I}_N \quad (4)$$

在 AWGN 信道条件下,多用户系统信道容量为^[6]

$$C_s = \frac{1}{2} \log \left| \mathbf{I}_N + \frac{P}{\sigma^2} \mathbf{S} \mathbf{S}^H \right| \quad (5)$$

当且仅当 $\mathbf{S} \mathbf{S}^H = (M/N) \mathbf{I}_N$ 时,信道容量 C_s 可以取得最大值,即

$$C_{s \max} = \frac{N}{2} \log \left(1 + \frac{P}{\sigma^2} \frac{M}{N} \right) \quad (6)$$

因此在加性高斯白噪声信道条件下采用 MMSE 准则所设计的最佳信号与信道容量的提高是一致的。文献[6]利用迭代 EA 算法对矩阵 \mathbf{S} 进行优化,得了满足 $\mathbf{S} \mathbf{S}^H = (M/N) \mathbf{I}_N$ 的最佳信号集合,但算法收敛速度慢、单步迭代计算量大(正比于 N^2)^[8],对于用户数与信号维数相差不大的系统,EA 算法的收敛速度显著降低,不适于工程实现。下面我们基于矩阵分块理论,提出了改进的 BLK-EA 算法。

4 基于矩阵分块的改进算法 BLK-EA

为论述方便,首先讨论用户数与信号维数存在公因子的情况,并设公因子为 $L (\geq 2)$ 。将用户和信号维数等分为 L 组,分组中的用户数和信号维数分别为 $p = (M/L)$ 和 $q = (N/L)$,则信号自相关矩阵 $\mathbf{S} \mathbf{S}^H$ 可展开为

$$\mathbf{S} \mathbf{S}^T = \sum_{i=1}^M s_i s_i^T = \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^{M/L} s_j(l) s_j^T(l) \quad (7)$$

式中 l^{th} 组中用户 j 的信号为

$$s_j(l) = [\underbrace{\mathbf{0}^T, \dots, \mathbf{0}^T}_{l-1}, \underbrace{\boldsymbol{\zeta}_j^T, \mathbf{0}^T, \dots, \mathbf{0}^T}_{L-l}]^T, (l=1, 2, \dots, L, j=1, 2, \dots, M/L),$$

其中 $\mathbf{0}$ 为长度 q 的零向量,长度 q 的列向量 $\boldsymbol{\zeta}_j$ 为信号 $s_j(l)$ 的非零部分, $|\boldsymbol{\zeta}_j| = 1$ 。记 $\boldsymbol{\xi} = [\boldsymbol{\zeta}_1, \dots, \boldsymbol{\zeta}_m]$ 为子空间信号矩阵,维数为 $p \times q$ 。 $\mathbf{0}_{q \times p}$ 为 $p \times q$ 维零矩阵,则式(7)可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{S} \mathbf{S}^H &= \sum_{g=1}^G \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{q \times p} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{q \times p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{q \times p}^H & \dots & \boldsymbol{\xi}^H & \dots & \mathbf{0}_{q \times p}^H \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}^H & & & & \\ & \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}^H & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & & \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}^H \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (8) \end{aligned}$$

当 $\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}^H = (p/q) \mathbf{I}_q$ 成立时,即有 $\mathbf{S} \mathbf{S}^H = (M/N) \mathbf{I}_N$ 成立,所得信号同样为满足条件式(4)的最佳信号。此时,最佳信号设计可简化为对信号的子空间部分的最佳设计,各个组的信号分布在互不相邻的信号子空间上相互正交。所处理矩阵 $\boldsymbol{\xi}_k$ 的维数仅为 $M/L \times N/L$,信号的收敛明显加快,单步迭代运算量也减小为 $\sigma(N^2/L^2)$ 。

可以证明,仅当用户数与信号维数存在公因子时,最佳用户信号集合可以为含有正交信号的信号集合;而对于互质的系统,正交性的引入会引起性能上的损失(证明见附录)。

对于更一般的情况,这里给出基于矩阵分块的次最佳信号算法。将系统用户数和信号维数分为 G 组,各个组的信号分布在互不相邻的信号子空间上。 p_k 和 q_k 分别为第 k 个分

组中的用户数和子信号的维数, 且有 $p_k \geq q_k$, $\sum_{k=1}^G p_k = M$;

$\sum_{k=1}^G q_k = N$ 。记向量 $\mathbf{0}_i = [\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}]^T \in \mathbb{R}^{q_i}$ (长度为 q_i) 和 $\boldsymbol{\xi}_{k,j} = [\xi_1^{(k,j)}, \dots, \xi_{q_k}^{(k,j)}]^T \in \mathbb{R}^{q_k}$, 则第 k 组中第 j 个用户的发送信号向量 \mathbf{s}_{kj} 可表示为 $\mathbf{s}_{kj} = [\mathbf{0}_1^T, \dots, \mathbf{0}_{k-1}^T, \boldsymbol{\xi}_{k,j}^T, \mathbf{0}_{k+1}^T, \dots]^T$ ($k=1, \dots, G, j=1, \dots, p_k$), 记第 k 组子空间信号矩阵 $\boldsymbol{\zeta}_k = [\boldsymbol{\xi}_{k,1}, \boldsymbol{\xi}_{k,2}, \dots, \boldsymbol{\xi}_{k,p_k}] \in \mathbb{R}^{q_k \times p_k}$, 则有

$$\mathbf{S}\mathbf{S}^H = \sum_{i=1}^M \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H = \sum_{k=1}^G \sum_{j=1}^{p_k} \mathbf{s}_{kj} \mathbf{s}_{kj}^H = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_1 \boldsymbol{\xi}_1^H & & & 0 \\ & \boldsymbol{\xi}_2 \boldsymbol{\xi}_2^H & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \boldsymbol{\xi}_G \boldsymbol{\xi}_G^H \end{bmatrix} \quad (9)$$

带入式(3)整理可得, 当式(3)达到最小时, 用户数和信号维数的分配以及各组信号样式应满足:

$$\left. \begin{aligned} & \boldsymbol{\xi}_k \boldsymbol{\xi}_k^H = p_k / q_k \mathbf{I}_{q_k} \quad (k=1, \dots, G) \\ & \arg \left\{ \min_{p_i, q_i} \left[\max_{i,j} |p_i / q_i - p_j / q_j| \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

即采用均分原则完成用户数和信号维数的分配, 并对各组信号在各自的子空间上进行优化。当且仅当 $p_i / q_i = p_j / q_j$ ($\forall i, j \in [1, \dots, G]$), 式(2)取得最小值; 而对于互质的情况, 由于在用户数和信号维数不能被等分时, 正交性的引入就会加大最小均方误差, 所得的信号集合是次最佳的, 但实际应用中并未带来性能的显著下降(见图1), 并且在高斯白噪声信道条件下, 所获得的系统容量要优于采用EA算法设计的信号(见图2)。

采用BLA-EA算法后, 所处理矩阵 $\boldsymbol{\zeta}_k$ 的维数降低到约为 $M/G \times N/G$, 迭代运算量相应减小为 $\sigma(N^2/G^2)$ 。并且由式(7)可知, 对于大小相同的分组, 其子信号部分可完全相同, 区别仅是分布在相互正交的信号子空间上, 所以需要设计的分组至多不超过3种, 实际运算量可进一步降低。

5 仿真结果

在此我们通过仿真, 与EA算法进行了比较, 验证了BLK-EA算法性能的改善。图1给出了在用户数为76, 信号

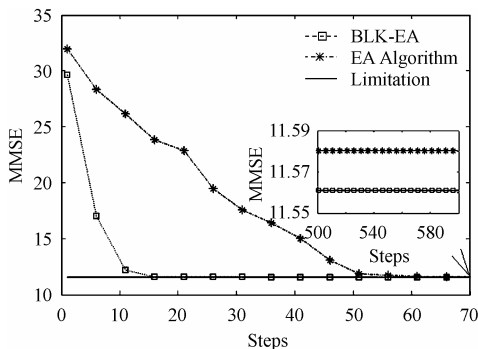


图1 对比BLA-EA和EA算法的收敛速率
Fig.1 Performance comparison of BLK-EA with EA algorithms in convergence

维数为66, 用户信号功率1, 噪声功率0.01时, BLK-EA(分组数为4)和EA两种算法向最小均方差的下限MMSE的收敛速率。图中横坐标为迭代次数, 纵坐标为迭代过程中检测输出的最小均方差。

可以看出BLK-EA算法的收敛速率明显快于EA算法。并且在实际应用中, 由于EA算法通常收敛于局部最优解^[6], 相比之下BLK-EA算法设计的信号虽然不是最优的, 但其实际性能反而会优于EA算法。

图2对比了高斯白噪声信道条件下采用BLK-EA算法和EA算法设计信号所获得的系统容量, 图中所举事例与图1中相同。横坐标为迭代次数, 纵坐标为迭代过程中所获得的系统容量(bit/s)。系统容量上限 $C_{S,max}$ 等于226.99bit/s。图中所示, BLK-EA算法所设计的信号的实际性能要优于EA算法。

图3对比了两种算法所需的平均迭代次数(用10次随机试验的均值作为算法的平均迭代次数)与 M, N 的关系。纵坐标表示给定 $M \times N$ 下的算法停止迭代时的平均次数。图中BLK-EA算法采用的分组数分别为2, 4, 9(迭代终止条件为距MMSE的相对距离小于千分之一)。结合图3(a)和图3(b)可以

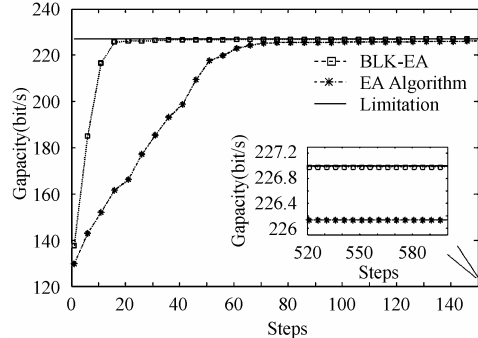


图2 系统容量C随迭代步数的变化关系
Fig.2. System capacity comparison with the convergence of users' signatures

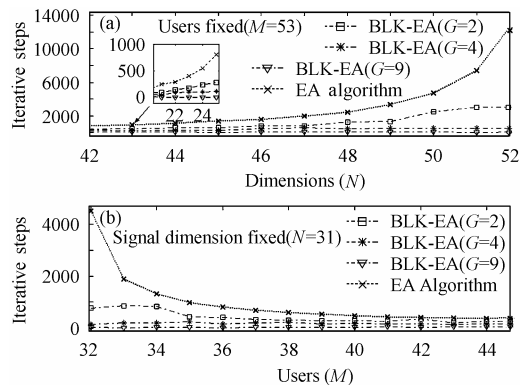


图3 对比在不同的分组数下BLK-EA算法较EA最优算法在收敛速度上的差异

(a)为用户数 M 一定(为53)时, 迭代次数与信号维数 N (3~29)的关系
(b)为信号维数 N 一定(为31)时, 迭代次数与用户数 M (31~100)的关系
Fig.3 Convergence comparison of BLK-EA algorithms of different group number with the performance of EA algorithm as reference. Y-axis stands for the number of the iterative steps in average. X-axis in Fig.3(a) represents signature dimension with 53 users fixed, and X-axis in Fig.3(b) represents user number with signature dimension equal to 31

看出,在用户数和信号维数越接近时,EA算法的收敛速率减慢明显。采用BLK-EA算法后,信号集合的收敛明显加快;分组数越大,收敛速率的改进效果就越明显。并且随着用户数或信号维数的增加,BLK-EA算法的收敛速率变化较为平坦。

6 结束语

MMSE准则在通信接收机的多用户检测器中得到广泛应用,并取得良好的效果。与传统的多用户检测不同的是,本文在发端运用MMSE准则对系统中各用户的信号样式进行了最佳设计,最大限度地避免了多址干扰,使接收端检测器输出与理想信号之间的均方误差达到了理论的下限。在白噪声信道条件下,基于MMSE准则的信号设计与文献[6]中基于信道容量的信号设计得到的算式一致,可采用文中给出的特征值迭代算法完成信号设计。针对该算法收敛速度慢、运算复杂度高的缺点,我们利用矩阵分块理论对算法进行了改进,显著改善了算法在收敛速率、运算复杂度以及信号设计等方面的性能。

附录 对于互质的系统,正交性的引入会引起性能上的损失(证明如下)

证明 设 L 为 (M,N) 的最大公因子,则其等价命题为 $(M/L,N/L)$ 是最佳信号设计的最小搜索范围,且不存在正交信号。这里采用反证法,设 $m=M/L$ 和 $n=N/L$ (记 $m=v \times n+c$,其中 $v \in \mathbb{Z}, 1 \leq c < n$),则互质系统 (m,n) 中满足条件式(4)的最佳信号集合 S 至少存在一对相互正交的用户信号 s_1 和 s_2 , $s_1 \perp s_2$ 。

对信号集 S 利用Household变换^[10]总可得到 $s_1=[1,0,\dots,0]^T \in \mathbb{D}^n$ and $s_2=[0,1,0,\dots,0]^T \in \mathbb{D}^n$,变换后的信号集 S' 同样是满足条件式(4)的最佳信号集合。为方便起见,我们仍然用 $S=S'$ 记号表示。下面用数学归纳法证明。由最佳信号条件知,除 s_1 外其他用户信号的自相关矩阵之和

满足 $\sum_{i=2}^m s_i s_i^T = \text{diag}\left(\frac{m}{n}-1, \frac{m}{n}, \frac{m}{n}, \dots, \frac{m}{n}\right)_{i=1}^n$ 。除去 s_2 后剩余信号的自相关矩阵之和应满足 $\sum_{i=3}^m s_i s_i^T = \text{diag}\left(\frac{m}{n}-1, \frac{m}{n}-1, \frac{m}{n}, \dots, \frac{m}{n}\right)_{i=1}^n$ 。设 $s_k=[0,\dots,0,1,0,\dots]^T$ 时有 $\sum_{i=k+1}^m s_i s_i^T =$

$\text{diag}\left(\frac{m}{n}-1, \dots, \frac{m}{n}-1, \frac{m}{n}, \dots, \frac{m}{n}\right)_{i=1}^n$ 成立,则 $s_n=[0,\dots,0,1]^T$,余

下信号的自相关矩阵之和也应满足 $\sum_{i=n+1}^m s_i s_i^T = \text{diag}\left(\frac{m}{n}-1,$

$\frac{m}{n}-1, \dots, \frac{m}{n}-1\right)_{i=1}^n$,由前文的论述知该信号集合一定能够构造。由数学归纳法知,上述结论对于 $(m-n,n)$ 同样成立。经过 v 轮后,为使用户信号集满足最优条件式(4),则剩余的 c 个用户信号应满足:

$$\sum_{i=m-c+1}^m s_i s_i^T = \text{diag}\left(\frac{m}{n}-v, \frac{m}{n}-v, \dots, \frac{m}{n}-v\right)_{i=1}^n \quad (\text{A-1})$$

因为 $1 \leq c < n$,而用户信号 s_i 为 $n \times 1$ 维列向量,因此式(A-1)等号左侧是不满秩的,而右侧则是满秩矩阵。矛盾。因此原命题成立。证毕

参考文献

- [1] Causey R T, Barry J R. Blind multiuser detection using linear prediction. *IEEE J. Select. Areas. Commun.*, 1998, 16(9): 1702-1710.
- [2] Madhow U, Honig M L. MMSE interference suppression for direct-sequence spread-Spectrum CDMA. *IEEE Trans. on Commun.*, 1994, 42(12): 3178-3188.
- [3] Xie Z, Short R T, Rushforth C K. A Family of Suboptimum detectors for coherent multiuser communications. *IEEE J. Select. Areas. Commun.*, 1990, 8(4): 683-690.
- [4] Verdu S. Multiuser Detection, Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1998, Chapter 4.
- [5] Ricci G, Varanasi M K, Maio A D. Blind multiuser detection via interference identification, *IEEE Trans. on Commun.*, 2002, 50(7): 1172-1181.
- [6] Rose C, Uluks S, Yate R D. Wireless systems and interference avoidance. *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 2002, 1(3): 415-428.
- [7] Cover T M, Pombra S. Gaussian feedback capacity. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1989, 35(1): 37-43.
- [8] Golub G H, Van C F. Matrix Computations, Third Edition, The John Hopkins University Press, 1996, chapter 8, 458-519.
- [9] Haykin S. Adaptive Filter Theory, Fourth Edition, Pearson Education North Asia Limited and Publishing House of Electronics Industry, 2002, chapter 4, 203-227.
- [10] 张贤达,保铮. 通信信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000: 57-60.

袁志钢: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为数字干扰处理技术及多用户检测。

沈越泓: 男, 1959年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为数字调制及用户检测技术。