

# OFDM 系统基于自适应定阶的 MMSE 信道估计

徐以涛 王呈贵

(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

**摘要:** MMSE 估计是 OFDM 系统中常用的信道估计算法。针对 MMSE 信道估计的失配问题, 该文提出了一种基于自适应定阶的 MMSE 估计算法。该算法通过对信道最大多径时延的估计, 自适应地调整信道自相关函数的产生, 获得接近匹配时的 MMSE 估计效果。

**关键词:** 正交频分复用; 最小均方误差估计; 自适应定阶

**中图分类号:** TN911.23

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2007)01-0117-04

## A MMSE Channel Estimator Based on Adaptive Order Determination in OFDM Systems

Xu Yi-tao Wang Cheng-gui

(Institute of Communications Engineering, PLA Univ. of Sci. & Tech., Nanjing 210007, China)

**Abstract:** MMSE estimator is a common channel estimator in coherent OFDM systems. Against mismatch problem of MMSE estimator, an improved MMSE channel estimator based on adaptive order determination is proposed. This algorithm estimates the maximum multipath delay, and calculates the channel autocorrelation function adaptively. It is shown that the proposed method performance is close to the optimal matched MMSE estimator.

**Key words:** OFDM; MMSE; Adaptive order determination

### 1 引言

在 OFDM 信道估计算法中, 无论是采用 MMSE 估计, 还是 Wiener 插值滤波<sup>[1,2]</sup>, 都需要已知信道的二阶统计特性, 这种统计特性对通信双方来说是未知的。一种实用的做法是, 通过建立一个近似的信道模型, 如常用的广义平稳非相关散射信道模型(Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering Channel, WSSUS)<sup>[3]</sup>, 利用该模型假设的多径时延自相关函数或多普勒自相关函数, 应用到 MMSE 均衡或维纳滤波过程中。该方法给最佳估计算法的使用带来了可能, 但伴随的问题是当实际信道与模型差距较大即产生失配时, 会带来一定性能的损失。

针对上述问题, 本文对 MMSE 估计算法中由信道阶(信道最大多径时延长度)失配引起的性能损失进行了分析和仿真。提出了一种基于自适应定阶的 MMSE 估计算法, 该算法通过对信道最大多径时延的估计, 自适应地调整信道自相关函数的产生, 获得接近匹配时的 MMSE 估计效果。该算法无论是在最小均方误差(MSE)还是在误符号率(SER)上, 相比信道阶失配下的 MMSE 估计性能都有显著的提高。

### 2 系统描述

采用多径衰落信道模型, 包含  $M$  个路径

$$h(\tau) = \sum_{k=0}^{M-1} \alpha_k \delta(\tau - \tau_k) \quad (1)$$

其中  $\alpha_k$  为零均值、复高斯随机变量, 其延迟功率剖面假设为  $\theta_k$ 。 $\tau_k$  表示第  $k$  个路径的延迟时间。本文采用的信道模型基于以下假设:

(1) 同步信道: 建立在 OFDM 系统完全同步的基础上, 第 1 个路径的延迟始终假设为 0, 即  $\tau_0 = 0$ , 其它路径的延迟均匀分布在  $[0, \tau_m]$  之间,  $\tau_m$  为最大多径时延, 各路径相互独立。

(2) 功率延迟剖面:  $\theta_k$  服从两种分布, 一是负指数分布,  $\theta(\tau_k) = C e^{-\tau_k / \tau_{rms}}$ ; 二是均匀分布, 即等效为负指数分布中的  $\tau_{rms} \rightarrow \infty$ , 此时  $\theta(\tau_k) = C$ 。

假设信道为慢衰落特性, OFDM 系统 DFT 的长度为  $N$ , CP 长度为  $L$ , 在一个传输符号  $(N+L)$  内信道特性近似为不变, 此时, 信道  $g(t, \tau)$  反映到每个子载波上的衰减为

$$h_k = D \left( \frac{k}{NT_s} \right), \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (2)$$

$D(\cdot)$  表示  $g(t, \tau)$  的离散傅里叶变换,  $T_s$  是系统的采样周期。采用矩阵符号, OFDM 系统可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{y}$  为接收信号矢量,  $\mathbf{X}$  为发送信号的对角阵,  $\mathbf{h}$  为频域信道矢量,  $\mathbf{n}$  为零均值, 方差为  $\sigma_n^2$  的复高斯噪声矢量。

### 3 基于自适应定阶的 MMSE 信道估计算法

#### 3.1 MMSE 信道估计

接收到的信号如式(3)所示, 在每一个数据帧中都发送一个训练序列, 当发送符号  $\mathbf{X}$  为导频信号时, 则 LS 信道估计

算法表示为<sup>[4]</sup>

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{ls}} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_0, y_1, \dots, y_{N-1} \\ x_0, x_1, \dots, x_{N-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

LS 算法受高斯白噪声和子载波间干扰(ICI)的影响很大, 所以这种估计算法的准确度受到限制。而基于最小均方误差(MMSE)的信道估计算法, 对于 ICI 和高斯白噪声有很好的抑制作用。MMSE 估计是在 LS 估计的基础上进行的<sup>[4,5]</sup>。

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{W} \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\text{ls}} \quad (5)$$

$$\mathbf{W} \triangleq \mathbf{R}_{hh} \left( \mathbf{R}_{hh} + \sigma_n^2 (\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1} \right)^{-1}$$

其中  $\mathbf{R}_{hh}$  为信道冲激响应的自相关矩阵,  $\sigma_n^2$  为加性噪声的方差。为了避免每当信号  $\mathbf{X}$  变化的时候,  $\mathbf{W}$  随之变化, 可以将  $(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1}$  用它的期望值  $E\{(\mathbf{X}\mathbf{X}^H)^{-1}\}$  代替。我们定义平均信噪比 SNR 为  $E\{|x_k|^2\}/\sigma_n^2$ , 进一步简化得到

$$\mathbf{W} \triangleq \mathbf{R}_{hh} \left( \mathbf{R}_{hh} + \frac{\beta}{\text{SNR}} \right)^{-1} \quad (6)$$

$$\beta \triangleq E\{|x_k|^2\} E\{|x_k|^{-2}\} \quad (7)$$

信道自相关矩阵的取值是与所选择的信道模型密切相关的。当功率延迟剖面为负指数分布时, 即  $\theta(\tau) = Ce^{-\tau/\tau_{\text{rms}}}$ , 则矢量  $\mathbf{h}$  的自相关矩阵为<sup>[3]</sup>

$$\mathbf{R}_{hh} = E\{\mathbf{h}\mathbf{h}^H\} = [r_{m,n}] \quad (8)$$

$$r_{m,n} = \frac{1 - e^{-L(1/\tau_{\text{rms}}) + 2\pi j(m-n)/N}}{\tau_{\text{rms}}(1 - e^{-L/\tau_{\text{rms}}})(1/\tau_{\text{rms}} + j2\pi(m-n)/N)} \quad (9)$$

当  $\tau_{\text{rms}} \rightarrow \infty$ , 可得均匀功率延迟剖面分布的自相关矩阵:

$$r_{m,n} = \frac{1 - e^{-2\pi jL(m-n)/N}}{2\pi jL(m-n)/N} \quad (10)$$

### 3.2 信道失配的影响

理想的 MMSE 估计需要计算实际信道的相关函数, 并对接收信号自相关求逆, 运算量非常大, 随着  $N$  呈指数增加。常用的处理方法是对信道做某种假设, 假定信道的多径延迟或多普勒频移服从已知的分布, 在信噪比已知情况下, 计算出式(6)中的  $\mathbf{W}$ , 将该式应用于实际的信道。考虑到估计性能的稳健性, 选择多径延迟概率密度为均匀分布时的信道模型, 它代表了最差情况下多径延迟分布。此种离线处理方式虽然使运算量得到大幅度降低, 每个子载波响应的估计需要  $N$  次乘法, 但由于信道失配的影响, 使性能产生一定的损失。

由式(9)可以看出, 信道自相关的值  $r_{m,n}$  分别与  $N$ ,  $L$  以及  $(m,n)$  有关,  $N$  与  $(m,n)$  的取值与 OFDM 信号结构有关, 是已知的;  $L$  代表信道最大多径时延长度, 是未知的, 为了适应信道的各种情况,  $L$  一般取值较大, 通常等于 OFDM 信号中循环前缀 CP 的长度。我们知道, 无线信道的传播路径非常复杂, 从室内传播到室外传播, 从简单的视距传播到遭

受各种复杂的地形地貌, 如开阔地, 山区, 城市等影响的传播, 使多径时延的变化很大, 如果采用固定的  $L$  表示最大多径时延, 由此引起的相关函数失配对系统估计性能造成一定的损失。我们把信道最大多径时延称之为信道的阶, 并用符号  $K$  表示。当  $K$  的实际值与  $L$  相差较大时, 信道失配非常明显, 基于循环前缀长度的 MMSE 信道估计比理想的估计有明显的性能损失。

### 3.3 基于自适应定阶的 MMSE 信道估计算法

通过以上分析不难看出, 在通信中如果根据信道条件的变化能够实时得到信道阶的估计, 并因此调整  $\mathbf{R}_{hh}$  的取值, 可获得接近于信道匹配时的 MMSE 性能。基于此, 本文提出了一种基于自适应定阶的 MMSE 信道估计算法, 以解决 MMSE 算法的信道失配问题。

由于信道能量在时域内相对集中, 自适应定阶过程是在时域实现的。首先将信道频域的 LS 估计结果  $\hat{\mathbf{h}}_{\text{ls}}$  经过 IDFT 变换进入时域, 得到时域的 LS 估计  $\hat{\mathbf{g}}_{\text{ls}}$ ; 然后在  $\hat{\mathbf{g}}_{\text{ls}}$  基础上, 对信道估计值进行统计平均, 计算出近似的信道功率延迟剖面, 利用其能量分布特征得到信道阶的准确估计; 最后将估计结果用于 MMSE 算法。基于自适应定阶的 MMSE 估计算法详细过程如下:

(1)对  $\hat{\mathbf{h}}_{\text{ls}}$  做 IDFT, 得到时域 LS 估计  $\hat{\mathbf{g}}_{\text{ls}}$ 。

(2)采用滑动窗口法, 对  $\hat{\mathbf{g}}_{\text{ls}}$  在一定时间内进行能量平均, 得到  $N$  时刻近似的信道功率延迟分布  $\bar{\mathbf{G}}_{\text{ls}}^{(N)}$ ,  $W$  为窗口长度

$$\bar{\mathbf{G}}_{\text{ls}}^{(N)} := \bar{\mathbf{G}}_{\text{ls}}^{(N-1)} + \begin{cases} \frac{1}{W} [\hat{\mathbf{g}}_{\text{ls}}^{(N)} - \hat{\mathbf{g}}_{\text{ls}}^{(0)}], & N \leq W \\ \frac{1}{W} [\hat{\mathbf{g}}_{\text{ls}}^{(N)} - \hat{\mathbf{g}}_{\text{ls}}^{(N-W)}], & N > W \end{cases} \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{g}}_{\text{ls}}^{(N)} := [|\hat{g}_{\text{ls}}^N(1)|^2, |\hat{g}_{\text{ls}}^N(2)|^2, \dots, |\hat{g}_{\text{ls}}^N(N)|^2]^T$$

(3)利用  $\bar{\mathbf{G}}_{\text{ls}}^{(N)}$ , 首先对前  $L$  个元素累加, 得到循环前缀内的信道能量  $E_G^{(N)}(L)$ , 然后依次计算当  $k \in [1, L]$  时前  $k$  个抽头的能量和, 并与  $E_G^{(N)}(L)$  比较, 如果在  $k = K$  处, 比值超过设定的门限, 我们称  $K$  即是信道阶的估计值。

$$E_G^{(N)}(k) = \sum_{i=1}^k \bar{\mathbf{G}}_{\text{ls}}^{(N)}(i) \quad (12)$$

$$\text{if } \frac{\sum_{i=1}^M \bar{\mathbf{G}}_{\text{ls}}^{(N)}(i)}{E_G^{(N)}(L)} > \text{Threshold} \quad \text{then } K = M$$

(4)将  $K$  代入式(8), 得到与实际信道阶相匹配的相关函数, 并以此进行 MMSE 信道估计。

基于自适应定阶的 MMSE 信道估计工作过程如图 1 所示。

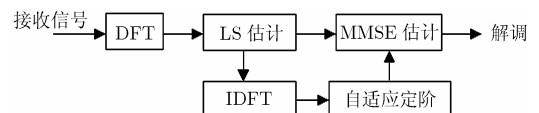


图 1 基于自适应定阶的 MMSE 估计

### 4 性能仿真与算法应用

#### 4.1 仿真结果

为了观察不同信道类型对算法的影响,在仿真中采用两种不同功率延迟分布:一是均匀分布,二是负指数分布,  $\tau_{\text{rms}} = L \cdot T_s / 4$ ,  $f_{r_i}(\tau_i)$  在  $[0, \tau_m]$  内服从均匀分布,采用 5000 个信道进行 Monte-Carlo 仿真(仿真结果中  $T_{\text{aum}}$  即表示最大多径时延  $\tau_m$ )。

图2和图3给出了当  $\tau_m = 5$  和  $\tau_m = 10$  时域信道能量随阶数的分布情况,横坐标表示信道阶数变量  $k$ ,观测范围为  $[0, L]$ ,纵坐标表示归一化  $E_G^{(N)}(k) / E_G^{(N)}(N)$ ,其中  $E_G^{(N)}(N)$  表示信道总能量。由仿真结果看出,当  $k < \tau_m$  时,归一化能量分布随  $k$  的增加而迅速增大,直到  $k = \tau_m$  为止,随后能量分布趋于平缓,这是因为在  $[0, \tau_m]$  内信道能量主要由多径分量贡献,其余部分由加性高斯噪声组成;其次,在不同信噪比下,当  $k = \tau_m$  时,  $E_G^{(N)}(k) / E_G^{(N)}(N)$  值有所不同,信噪比越大,  $E_G^{(N)}(k) / E_G^{(N)}(N)$  值也就越大,这是因为在不同信噪比下,噪声部分贡献的能量有所不同。如果选择  $E_G^{(N)}(k) / E_G^{(N)}(N)$  作为判决的依据,如图中门限 1,则不能满足在不同信噪比下的良好估计。因此,我们采用  $E_G^{(N)}(k) / E_G^{(N)}(L)$  作为判决依据,忽略了大部分加性噪声的影响,从而不受信噪比的影响,如门限 2。

图4和图5给出了两种 PDP 分布时信道阶的估计结果,其中,均匀分布时门限值取 98%,估计结果与实际阶非常接近;当 PDP 服从负指数分布时,门限值取 99%,在信道阶数较低时,估计结果非常准确,当随着  $k$  的不断增大,由于此时的多径分量所占能量非常小,甚至与噪声相当,出现一定的估计误差,但估计结果仍然接近实际阶数。

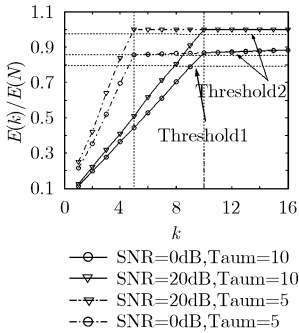


图2 PDP 均匀分布时信道能量随阶数的分布

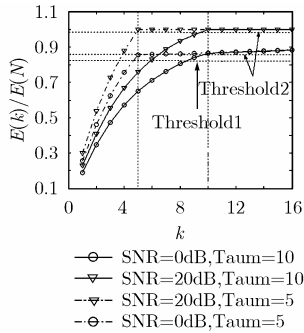


图3 PDP 负指数分布时信道能量随阶数的分布

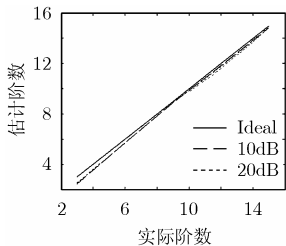


图4 PDP 均匀分布时信道阶估计结果, 门限=0.98

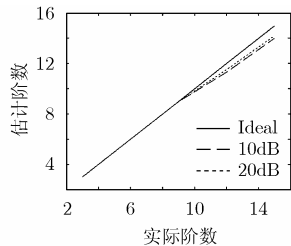


图5 PDP 负指数分布时信道阶估计结果, 门限=0.99

图6和图7分别比较了在理想情况、信道失配和基于自适应定阶估计的 MMSE 性能,信道条件为 SNR=20dB,  $K=5, L=16$ 。其中理想情况表示信噪比和信道相关函数与仿真信道完全匹配;信道失配是指计算相关函数时取循环前缀  $L$  为最大多径时延;采用自适应定阶估计是指根据信道阶估计结果进行自适应调整  $R_{hh}$ 。仿真结果显示,采用自适应定阶的 MMSE 估计性能与理想情况的估计性能十分近似,比信道失配时的估计在 MSE 上有 3dB 左右的提高,在 SER 上也有 1~2dB 左右的性能改进。

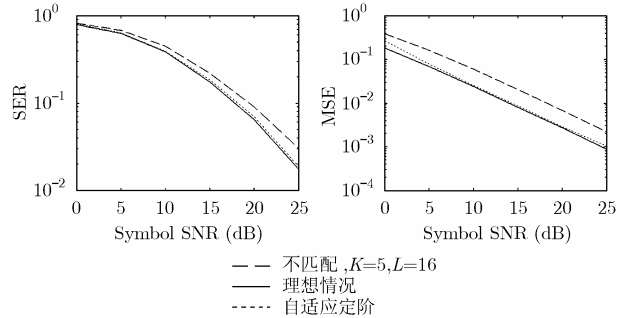


图6 基于自适应定阶的 MMSE 算法误符号率性能

图7 基于自适应定阶的 MMSE 算法均方误差性能

#### 4.2 应用考虑

自适应定阶算法能最大限度地使信道相关函数与实际信道相匹配,但是,在实际应用中,当信道阶估计结果发生变化时,MMSE 均衡中的系数矩阵  $\mathbf{W}$  也需要重新更新,而  $\mathbf{W}$  的计算包括矩阵求逆,这种运算量在实际中是不能忍受的。所以,我们仍然采取一种离线的计算方式,即在最大可能的多径时延范围内分成几个区间,每个区间对应一个计算好的  $\mathbf{W}$ ,当得到信道阶的估计结果后,选择此阶对应区间的  $\mathbf{W}$  作为 MMSE 均衡器的系数矩阵即可。通过仿真发现,当  $K$  与实际的  $L$  相差不大时,由此引起的性能损失很小,只有随着  $K$  与  $L$  的差距增大,由相关函数失配引起的性能损失才变得突出。所以,实际应用中,只需要离线计算几组系数矩阵并进行预存,根据信道阶估计结果分别选择使用即可。

此外,为了进一步减少运算量,阶估计过程可以在间隔一定时间后完成一次估计,从而避免每次 LS 估计结果都要进行 IDFT,这也符合通信中信道类型变化较慢的实际情况。

### 5 结束语

本文提出了一种基于自适应定阶的 MMSE 估计算法。该算法通过近似计算信道功率延迟剖面,进行信道阶参数估计,并因此调整信道相关函数,获得接近信道匹配条件下的 MMSE 估计性能。在信道阶估计时,把循环前缀长度的能量和作为设定门限值的参考对象,对不同信噪比下的估计有较好的鲁棒性。此外,本文从运算量的角度阐述了该算法在实际应用中应采取的措施。

## 参考文献

- [1] Coleri S, Ergen M, Puri A, and Bahai A. Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems[J]. *IEEE Trans. on Broadcasting*, 2002, 48(3): 223–229.
- [2] Speth M, Fechtel S A, Fock G, and Meyr H. Optimum receiver design for OFDM-based broadband transmission—Part II: A case study. *IEEE Trans. on Commun.*, 2001, 49(4): 571–578.
- [3] Hoehner P. A statistical discrete-time model for the WSSUS multipath channel[J]. *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 1992, 41(11): 461–468.
- [4] Edfors O, Sandell M, Van de Beek J J, Vilson S K, and Borjesson P O. Analysis of DFT based channel estimations for OFDM. Research Report TULEA, 1996:17, Div. of Signal Processing, Lulea University of Technology, Sept. 1996.
- [5] Kay S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993, Ch8.
- 徐以涛: 男, 1971年生, 博士, 副教授, 研究方向为无线通信。  
王呈贵: 男, 1970年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为无线通信, Ad hoc网络等。