

## OFDM 系统中限幅非线性失真迭代对消法性能分析

雷霞 赵颖 唐友喜 李少谦

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 610054)

**摘要** 限幅技术常用于正交频分复用系统中以抑制高平均值功率比,为抑制限幅造成的带内失真和带外辐射,可以在接收端进行限幅噪声的迭代估计和对消。该文提出对限幅带来的非线性失真进行迭代估计和对消的效果要比仅对限幅噪声进行估计对消好。前者在理想情况下能完全恢复出发端未限幅前的信号,但后者将始终受到由限幅带来的信号衰减的影响。理论分析和仿真结果验证了该结论及性能,同时数字结果表明,该算法能有效改进系统性能。在归一化限幅门限为 1.2 时,只通过一次迭代就能提高 2dB。

**关键词** 正交频分复用, 峰值平均功率比, 限幅, 迭代估计和对消

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)10-1866-04

## Analysis of the Performance of Iterative Estimation and Cancellation of Clipping Distortion in OFDM

Lei Xia ZhaoYing Tang You-xi Li Shao-qian

(National Key Lab of Communication, UEST of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract** Clipping is usually applied to decrease the high peak-to-average power ratio caused by OFDM with interference both inside and outside the signal bandwidth. To resolve this problem, an iterative estimation and cancellation of clipping non-linear distortion scheme is proposed. This paper presents that the performance of estimation and cancellation of clipping non-linear is better than that of clipping noise. The method of iterative estimation and cancellation of clipping non-linear distortion can resume the signal before clipping perfectly with the ideal *a priori* information. However, if receiver only estimate and cancel the clipping noise the signal will still be influenced by the attenuation caused by clipping. Analysis and simulation results prove the conclusion. And it is shown by numerical simulation results that system performance can be improved evidently. When the clipping threshold is 1.2, the performance is improved about 2 dB with only one iterative estimation and cancellation.

**Key words** Orthogonal Frequency Division Multiplexing(OFDM), Peak-to-Average Power Ratio(PAPR), Clipping, Iterative estimation and cancellation

### 1 引言

近年来,由于移动用户的增多,以及人们对移动通信业务的追求已从单纯的语音业务扩展到多媒体业务,频谱资源显得日趋紧张。因此在有限的发射功率和带宽等诸多因素的限制下,追求尽可能高的频谱利用率在今后若干年内将是一个充满挑战的问题。正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)技术由于可以有效对抗码间串扰,适于衰落环境中的高速数据传输,也被看作是未来无线通信的基本实现技术之一<sup>[1]</sup>。

OFDM信号具有峰值平均功率比(Peak to Average Power Ratio, PAPR)较高的缺点,对系统非线性很敏感,要求发射机的高功率放大器具有很大的线性范围,从而造成系统资源浪费和成本增加,这成为OFDM技术实用化的显著障碍<sup>[2]</sup>。常见PAPR抑制方案包括直接限幅<sup>[3]</sup>、分组编码<sup>[4]</sup>和部分传输

序列法<sup>[5]</sup>等等,其中,限幅法因其PAPR控制能力强、冗余度低、使用灵活等特点受到广泛重视,但限幅同时会引入非线性失真,造成系统性能恶化,这使得限幅法的应用受到很大的限制。

近年来,利用Turbo迭代的思路,在接收端通过信息的反馈和交互以提高系统性能的技术得到了广泛应用。虽然其需要以系统复杂度和时延为代价来换取性能的提高,但其对系统性能的改进更加引人注目。在这类算法中,系统复杂度与迭代次数成正比,而其所带来的时延则主要取决于系统所使用的编码块和交织块的大小。事实上,限幅处理既可以建模为原信号经过一定的信号衰减并叠加上限幅噪声<sup>[6]</sup>,也可以建模为原信号直接叠加上限幅非线性失真部分。文献[7]中采用了前一种建模方式,并提出一种对限幅噪声进行迭代对消的算法,在接收端利用解调数据恢复发端由于限幅带来的噪声,并通过对噪声的对消以提高系统性能,同时,该文作者认为对限幅噪声部分进行迭代对消的性能优于对限幅失真部分进行迭代对消。但本文通过理论分析和仿真发现,得到该结论的依据是其作者将仅仅消除限幅噪声后的信号就

2005-01-31 收到, 2005-07-14 改回  
国家“863”计划(2001AA1230131), 国家自然科学基金(60272009, 60496313, 60472045) 和教育部博士点基金(20020614001)资助课题

视做理想的解调信号。事实上,此时信号仍然会受到限幅带来的信号衰减的影响,因而并非是最优信号。本文认为,如果对限幅失真进行迭代对消,在理想情况下可以完全恢复出发端未限幅前的理想信号,避免信号衰减因子带来的影响,从而该方案性能应该更优。理论分析和数字仿真结果验证了这一与文献[7]恰好相反的结论。

本文第 2 节介绍 OFDM 系统模型;第 3 节对限幅非线性失真和限幅噪声的迭代对消算法进行理论分析和讨论;第 4 节是计算机仿真结果;最后,第 5 节给出本文结论。

## 2 信号模型

OFDM 信号是由多个相互独立的正弦波叠加得到,为简化分析,定义按 Nyquist 采样率进行采样时,一个 OFDM 符号为

$$s_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} C_k \exp\left(j \frac{2\pi kn}{N}\right), \quad 0 \leq n < N \quad (1)$$

其中  $N$  表示子载波个数,  $C_k$  表示第  $k$  个子载波上的输入数据。定义一个 OFDM 符号内的 PAPR 为

$$\text{PAPR} = 10 \lg \left( \frac{\max |s_n|^2}{P_{\text{av}}} \right) (\text{dB}), \quad 0 \leq n < N \quad (2)$$

其中  $P_{\text{av}}$  代表信号平均功率。

当子载波个数达到一定程度时,根据中心极限定理,OFDM 符号的瞬时功率  $|s_n|^2 = \text{Re}(s_n)^2 + \text{Im}(s_n)^2$  服从自由度为 2 的  $\chi^2$  分布:

$$\Pr[|s_n|^2 \leq \gamma] = 1 - e^{-\gamma}, \quad 0 \leq n < N \quad (3)$$

其包络具有不恒定性。值得注意的是,虽然信号包络可能出现的最大峰值很高,但其出现的概率很低<sup>[3]</sup>,这也正是限幅法可以有效控制信号 PAPR 的原因,并且由于限幅法控制效果明显、冗余度低而成为目前应用最为广泛的降低 PAPR 的方法之一。限幅法通常先预定归一化的门限  $T_h$ , 对时域 OFDM 信号包络  $|s_n| (n=1, \dots, N)$  超过门限的部分进行直接削除,限幅后的信号为

$$\hat{s}_n = \begin{cases} s_n, & |s_n| \leq T_h, \quad n = 1, \dots, M_T \\ T_h e^{j\theta}, & |s_n| > T_h, \quad n = 1, \dots, M_T \end{cases} \quad (4)$$

式中  $\theta$  表示  $s_n$  的幅角,  $|s_n|$  表示  $s_n$  的幅度。

为抑制限幅带来的带内干扰和带外辐射,发端可以采用联合过采样和滤波的方式以提高系统性能,系统发射机框图如图 1<sup>[6]</sup>:

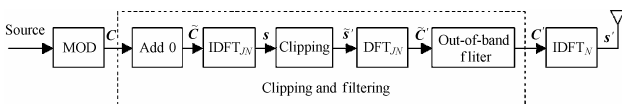


图 1 OFDM 系统发送端限幅+过采样滤波原理图

Fig.1 Block diagram of clipping plus oversampling and filtering in the transmitter of OFDM system

如图 1 所示,调制后的信源数据  $C = \{C_0, \dots, C_N\}^T$  添加  $(J-1)N$  个 0 后,有

$$\tilde{C} = \left\{ C_0, \dots, C_{N/2}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{(J-1)N}, C_{N/2+1}, \dots, C_N \right\}^T \quad (5)$$

由  $JN$  点 IDFT 得到  $J$  倍过采样后的时域信号  $s$

$$s = \text{IDFT}_{JN}(\tilde{C}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{JN-1} \tilde{C}_k \exp\left(j \frac{2\pi km}{N}\right), \quad 0 \leq m < JN-1 \quad (6)$$

式中  $\text{IDFT}_{JN}(\cdot)$  表示  $JN$  点的 IDFT,其经过限幅后得到信号  $\hat{s}'$ ,为了滤出限幅带来的带外辐射,  $\hat{s}'$  先通过  $JN$  点 DFT 恢复为限幅后的频域信息

$$\tilde{C}' = \text{DFT}_{JN}(\hat{s}') = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{JN-1} \hat{s}'_m \exp\left(-j \frac{2\pi km}{N}\right), \quad 0 \leq k < JN-1 \quad (7)$$

式中  $\text{DFT}_{JN}(\cdot)$  表示  $JN$  点的 DFT,并从中对应取出  $N$  点,实现带外滤波的功能。

$$C' = \{\tilde{C}'_0, \dots, \tilde{C}'_{N/2}, \tilde{C}'_{(J-1)N+N/2+1}, \dots, \tilde{C}'_{JN}\} \quad (8)$$

最后进行  $N$  点 IDFT 得到经过联合过采样和滤波处理后的输出信号  $s'$ 。

## 3 限幅非线性失真迭代估计对消算法

如果不经限幅,理想的接收信号在 DFT 后为

$$Y_{k,\text{Theory}} = H_k C_k + N_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

式中  $H_k$  是第  $k$  个子载波上的复信道增益,  $N_k$  是高斯白噪声。但由于限幅带来的带内失真和带外辐射,信号会出现非线性失真,在文献[7]中提出,可以在接收端利用解调数据重复发端的限幅和滤波过程,重构限幅前的理想信号,从而提高系统性能,系统接收框图如图 2。

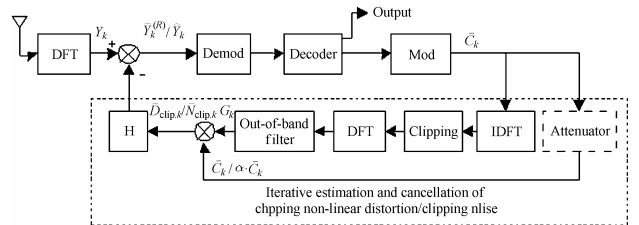


图 2 收端基于限幅噪声循环对消算法模型原理图

Fig.2 Block diagram of receiver with iterative estimation and cancellation of clipping noise scheme

信号重构可以通过将限幅过程建模为原信号经过一定的衰减并叠加限幅噪声或原信号叠加限幅失真两种方案进行,文献[7]中选用了前一种建模方案,并认为其具有较优的性能,但本文将从信号重构的角度重新进行分析、比较,并得到了与文献[7]不同的结论。

### 3.1 基于限幅噪声的迭代估计对消<sup>[7]</sup>

如图 1 所示,频域限幅前信号为  $s = \{s_m, m=0, 1, \dots, JN-1\}$ ,若将限幅过程建模为原信号经过一定程度的衰减,并加上限幅噪声,则<sup>[6]</sup>

$$s'_m = \alpha s_m + n_{\text{clip},m}, \quad m = 0, 1, \dots, JN-1 \quad (10)$$

式中  $\alpha$  取决于  $T_h$ , 记  $\gamma = T_h / \sqrt{P_{\text{in}}}$ , 有

$$\alpha = 1 - e^{-\gamma^2} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(\gamma) \quad (11)$$

式中  $P_{\text{in}}$  是输入信号的平均功率, 其经过 DFT 变换到时域并进行带外滤波后,

$$C'_k = \alpha C_k + N_{\text{clip},k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (12)$$

式中  $N_{\text{clip},k}$  是  $n_{\text{clip},k}$  的 DFT 变换, 可见, 类似地, 时域上限幅的作用也可以建模为一定的衰减和叠加的限幅噪声, 最后信号通过 IDFT 并发送。

如图 2 所示, 收端信号经过 DFT 后

$$\begin{aligned} Y_k &= H_k C'_k + N_k \\ &= H_k (\alpha C_k + N_{\text{clip},k}) + N_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (13)$$

为消除限幅噪声  $N_{\text{clip},k}$ , 利用解调数据重构发端信号  $\hat{C}_k$ , 并让其通过与发端相同的限幅、滤波处理过程得到信号  $G_k$ , 则由式(10)~式(12)的分析

$$G_k = \alpha \hat{C}_k + \hat{N}_{\text{clip},k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (14)$$

并从而可以得到对限幅噪声的估计  $\hat{N}_{\text{clip},k}$ , 将其从接收信号中减去就能够达到消除限幅噪声的效果。

$$\begin{aligned} \hat{Y}_k &= Y_k - H_k \hat{N}_{\text{clip},k} \\ &= H_k \alpha C_k + H_k (N_{\text{clip},k} - \hat{N}_{\text{clip},k}) + N_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (15)$$

重复式(13)~式(15), 随着接收信号中限幅噪声的消除, 系统解调性能得到提高,  $\hat{C}_k$  越发准确, 则通过解调数据估计的限幅噪声也就更加准确, 理想情况下,  $\hat{N}_{\text{clip},k} \rightarrow N_{\text{clip},k}$ , 则

$$\hat{Y}_k \rightarrow \alpha H_k C_k + N_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (16)$$

此时, 限幅带来的影响得到一定抑制。

### 3.2 基于限幅失真的迭代估计对消

若将限幅过程建模为原信号直接叠加上限幅失真

$$s'_m = s_m + d_{\text{clip},m}, \quad m = 0, 1, \dots, JN-1 \quad (17)$$

对应时域有

$$C'_k = C_k + D_{\text{clip},k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (18)$$

式中  $D_{\text{clip},k}$  是  $d_{\text{clip},k}$  的 DFT 变换。相应地, 收端信号经过 DFT 后,

$$\begin{aligned} Y_k &= H_k C'_k + N_k \\ &= H_k (C_k + D_{\text{clip},k}) + N_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (19)$$

利用重构信号  $\hat{C}_k$  估计限幅失真

$$\hat{D}_{\text{clip},k} = G_k - \hat{C}_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (20)$$

对接收信号进行对消以达到抑制限幅失真的影响。

$$\begin{aligned} \hat{Y}_k^{(R)} &= Y_k - H_k \hat{D}_{\text{clip},k} \\ &= H_k C_k + H_k (D_{\text{clip},k} - \hat{D}_{\text{clip},k}) + N_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (21)$$

理想情况下, 解调数据越准确对失真的估计也就越准确, 即

$\hat{D}_{\text{clip},k} \rightarrow D_{\text{clip},k}$ , 则

$$\hat{Y}_k^{(R)} \rightarrow H_k C_k + N_k = Y_{k,\text{Theory}}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (22)$$

式中  $Y_{k,\text{Theory}}$  是由式(9)定义的无限幅系统中的接收信号, 其

对限幅系统而言, 是收端在采用抑制限幅影响技术后所能得到的最优信号, 也是本文评判算法优劣的标准。

对比式(16)和式(22)可以发现, 在只抑制掉限幅噪声后, 接收信号  $\hat{Y}_k$  中仍然存在由限幅带来的衰减因子  $\alpha$  的作用, 但在对消掉限幅失真后, 理想情况下能完全清除限幅的影响, 得到未限幅前的理想信号, 因此对限幅失真进行迭代对消的性能应该更优。

在文献[7]中, 其推导出

$$\hat{Y}_k^{(R)} = \hat{Y}_k + (1-\alpha)H_k \hat{C}_k \quad (23)$$

并从而断定对消限幅噪声的方法性能最优的出发点是认为  $\hat{Y}_k$  就是需要恢复的理想信号, 但通过本文对式(16)的推导可以发现其中仍然存在  $\alpha$  的作用, 并不是真正意义上的最优信号, 事实上, 哪怕是在理想情况下:

$$\hat{Y}_k \rightarrow \alpha H_k C_k + N_k = \alpha Y_{k,\text{Theory}} + (1-\alpha)N_k \quad (24)$$

其与理想信号也必须在  $\alpha$  接近于 1 时才会相等。

## 4 数值及仿真结果

系统仿真参数选择子载波数为 64, 调制方式为 16QAM, 过采样因子为 2, 不加入编码交织, 从而更能体现算法的效果。在归一化限幅门限  $T_h$  为 1.2, 并且信道为 AWGN 时, 得到两种方案的性能比较如图 3 所示。由图 3 可见, 在限幅门限较低时, 两种方案的性能差异很明显, 采用限幅噪声的迭代对消对系统性能的改进较小, 由于仍受限幅带来的信号衰减的影响, 误码率下降缓慢, 在  $E_b/N_0$  达到 16dB 时, 3 次迭代后系统性能仍达不到  $1e-3$ ; 但在采用限幅失真的迭代对消后, 系统性能得到明显改进, 同样在  $E_b/N_0$  为 16dB 时, 3 次迭代后误码率已经低于  $1e-5$ 。这是因为限幅门限较低时, 限幅带来的信号衰减较大, 此时两种方案的性能差异明显, 此结论与对式(16)和式(22)的理论分析一致。同时, 虽然迭代对消的次数越多, 系统性能改进越大, 但第 1 次到第 2 次迭代之间的改进最为明显, 采用限幅失真迭代对消时, 为达到  $1e-3$  的误码率, 不迭代时需要 15.5dB, 通过 1 次迭代就能提高近 3 个 dB, 只需要 12.5dB, 而第 2、3 次迭代中分别需要 12dB 和 11.8dB, 改进程度明显降低, 这与文献[7]的结论一致, 值得注意的是, 利用这一结论也可有效降低系统复杂度。

图 4 中对比了  $T_h$  分别为 1.2、1.5 和 2.0 的 3 种情况下, 3 次迭代后两种方案的性能与不限幅的理想性能的区别, 由图 4 可见, 限幅门限越低, 由限幅带来的失真影响越大, 迭代对消的效果越明显, 并且限幅失真的迭代对消算法的相对优势更明显, 在  $T_h$  达到 2 后, 限幅的影响较小, 系统性能已经接近理想性能。

在图 5 中对比了采用理想数据进行迭代对消和实际对消时两种算法的区别。如图 5 所示, 限幅失真迭代对消算法在采用理想数据进行反馈迭代时, 即使限幅门限较低, 也能完全恢复出发端未限幅的数据, 系统性能曲线接近不限幅的理想性能曲线; 但是, 就算采用理想数据进行限幅噪声的迭

代对消, 也不能完全消除限幅的影响, 二者在低门限时存在

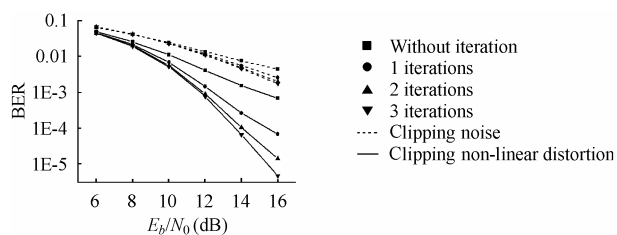


图 3  $T_h$  为 1.2 时两种方案的性能比较( $N=64, 16QAM$ )

Fig.3 The performance of two schemes ( $T_h=1.2, N=64, 16QAM$ )

明显差距。同时, 由于迭代对消是一种硬判决反馈的处理方式, 受误差传播的影响, 实际通信系统的性能和理想曲线还是存在一定的差距。

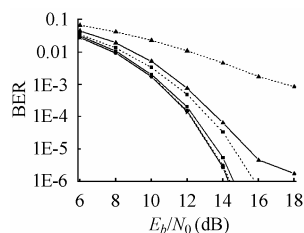


图 4  $T_h$  为 1.2, 1.5 和 2.0 时两种方案的性能比较 ( $N=64, 16QAM$ )

Fig.4 The performance of two schemes with different  $T_h$  ( $T_h=1.2, 1.5, 2.0, N=64, 16QAM$ )

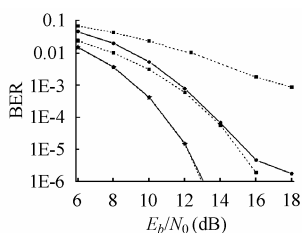


图 5 理想和实际数据的迭代对消比较 ( $N=64, 16QAM, T_h=1.2$ )

Fig.5 Comparison between the ideal and actual data iterative estimation and cancellation ( $N=64, 16QAM, T_h=1.2$ )

### 5 结束语

在 OFDM 系统中, 可以在接收端通过对限幅失真或限幅噪声的迭代对消技术以提高系统性能。本文通过理论分析, 发现前者更适合于这种迭代对消的结构, 其在理想情况下, 可以完整恢复出未经限幅的信号。而后者受限于建模方式, 始终受到限幅带来的信号衰减的影响。因此前者的系统性能更优, 并从而得出这一与文献[7]相反的结论。数字仿真验证了上述结论, 并同时表明, 对限幅失真的迭代对消方案在限幅门限较低时, 优势明显。在归一化限幅门限为 1.2 时, 仅对限幅噪声进行对消效果较差, 系统性能在  $1e-3$  处下

降缓慢; 但采用对限幅失真的迭代对消后, 经过 3 次迭代就可以将误码率降低到  $1e-5$ , 其中只通过第 1 次迭代就能提高近 3dB。随着限幅门限的增加, 由于限幅的影响降低, 两种方案的差距缩小, 均逼近理想系统性能。

### 参考文献

- [1] Bingham J A C. Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come[J]. *IEEE Comm. Mag.*, 1990, 28(5): 5-14.
- [2] Keller T, Hanzo L. Adaptive multicarrier modulation: A convenient framework for time-frequency processing in wireless communications[J]. *Proc. IEEE*, 2000, 88(5): 611-640.
- [3] Dinur N, Wulich D. Peak to average power ratio in amplitude clipped high order OFDM[C]. *IEEE Military Communications Conference (MILCOM)*, Boston, 1998, 2: 684-687.
- [4] Kenneth G. Generalized Reed-Müller codes and power control in OFDM modulation[J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2000, 46(1): 104-120.
- [5] Muller S H, Huber J B. A novel peak power reduction scheme for OFDM[C]. *IEEE Int. Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC '97)*, Helsinki, Finland, 1997: 1090-1094.
- [6] Ochiai H, Imai H. Performance analysis of deliberately clipped OFDM signals[J]. *IEEE Trans. on Comm.*, 2002, 50(1): 89-101.
- [7] Hangjun Chen, Haimovich A M. Iterative estimation and cancellation of clipping noise for OFDM signals[J]. *IEEE Comm. Letters*, 2003, 7(7): 305-307.

雷 霞: 女, 1975 年生, 博士生, 研究方向为数字通信、扩频通信、OFDM.

赵 颖: 女, 1980 年生, 硕士生, 研究方向为移动通信系统物理层技术研究及仿真.

唐友喜: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 目前主要研究方向为 OFDM、扩频通信、超三代移动通信.

李少谦: 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师, 抗干扰通信技术国防重点室副主任. 国家 863 计划通信主题个人通信专家组成员, 现从事扩频通信、移动通信方面的教学和研究工作.