

## OFDM 中继系统的中继子载波对选择和功率分配

余官定 张朝阳 陈雁 来萍 仇佩亮  
(浙江大学信电系信息与通信工程研究所 杭州 310027)

**摘要:** 中继传输能够有效地提高系统功率效率以及传输容量。该文研究宽带 OFDM 中继系统的最优中继子载波对选择和功率分配。首先分别针对再生中继和非再生中继两种模式, 提出中继子载波对的等效信道增益; 然后利用匈牙利算法进行中继子载波对选择; 最后在选择出的中继子载波对上利用注水法进行功率分配, 从而达到最大化传输容量的目的。仿真结果表明, 相对于随机中继子载波选择以及平均功率分配, 该文算法与其它几种方法相比中继系统容量有较大提高。

**关键词:** 中继传输; OFDM; 功率分配; 信息论

**中图分类号:** TN911.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2007)02-0265-04

## Subcarrier Pair Selection and Power Allocation in OFDM Relaying System

Yu Guan-ding Zhang Zhao-yang Chen Yan Lai Ping Qiu Pei-liang  
(Institute of Information and Communication Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** Relayed transmission is an efficient method to improve the power efficiency and system capacity. In this paper, subcarrier pair selection and power allocation in broadband OFDM relaying system is addressed. Firstly, an equivalent channel gain model for subcarrier pairs is developed for amplify-and-forward and decode-and-forward relaying modes, respectively. Based on this, a subcarrier pair selection method is given by applying the Hungarian algorithm. Finally, the overall transmit power is allocated to the selected subcarrier pairs using the water-filling approach. Simulation results show that the proposed algorithm achieves a higher system capacity than both the random subcarrier pair selection and uniform power allocation scheme.

**Key words:** Relayed transmission; OFDM; Power allocation; Information theory

### 1 引言

在无线网络中, 利用中继进行传输能够有效地提高系统传输容量以及可靠性。常见的中继方式有两种——再生中继和非再生中继: 在非再生中继(non-regenerative)方式中, 中继节点简单地放大源节点的信号并传递给目的节点; 而在再生中继(regenerative)方式中, 中继节点将接收到的符号进行解码并重新编码后发送给目的节点<sup>[1,2]</sup>。非再生中继也称为放大前向(Amplify-and-Forward, AF), 而再生中继也称为解码前向(Decode-and-Forward, DF)。

近年来, 一些学者研究了如何在源节点和中继节点之间分配功率, 以达到最大化系统容量或者可靠性的目标<sup>[3-5]</sup>。这些研究都假设无线信道经历平坦衰落, 然而在未来的宽带无线传输系统中, 信道衰落一般是频率选择性的。正交频分复用技术(OFDM)能够有效地对付频率选择性衰落, 它将总带宽分成若干正交的子载波, 每个子载波的带宽足够小, 因此子载波上的信道衰落是平坦的, 从而避免了因频率选择性

衰落带来的符号间干扰。在宽带中继系统中, 也可以利用 OFDM 传输技术, 此时中继节点中的一个子载波可以以再生或者非再生方式中继源节点中的任何一个子载波上的信号, OFDM 中继信道的容量取决于中继子载波对的选取方式以及子载波对上的功率分配策略。目前, 这方面的研究成果还是空白的。

本文提出一种 OFDM 中继信道中的中继子载波对选择和最优功率分配。首先分别针对再生中继和非再生中继两种模式, 提出中继子载波对的等效信道增益; 然后根据等效信道增益模型并利用著名的匈牙利算法进行中继子载波对选择; 最后利用注水法则在选出的子载波对中进行功率分配, 从而达到最大化信道容量的目的。

### 2 OFDM 中继系统模型

图 1 给出了 OFDM 中继系统的模型, 其中  $S$ ,  $R$ ,  $D$  分别代表源节点, 中继节点和目的节点。它们之间都以 OFDM 方式进行传输, 包括  $K$  个子载波, 每个子载波的带宽是  $W$ 。中继传输方式如下: 在第 1 时刻, 源节点通过所有  $K$  个子载波发送信息给中继节点和目的节点; 第 2 时刻, 对于源节点中的任何一个子载波, 中继节点选择 1 个合适的子载波进行中继, 中继方式可以是再生中继或者非再生中继。

2005-07-11 收到, 2005-12-26 改回

国家自然科学基金(60472079, 60572115)和教育部博士点基金(20040335099)资助课题

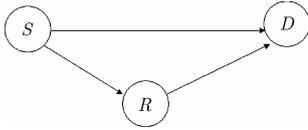


图 1 OFDM 中继系统模型

令  $H_k^{SR}$ ,  $H_k^{SD}$ ,  $H_k^{RD}$  分别表示源到中继节点, 源到目的节点, 中继到目的节点之间子载波  $k$  上的信道增益, 假设源节点和中继节点可以通过一定的方式准确获得这些信道信息。本文假设信道变化是缓慢的, 在一次中继传输过程中信道保持不变。 $P_k^S$  和  $P_k^R$  分别表示源节点和中继节点子载波  $k$  上分配的功率,  $a_{k,k'}=1$  表示中继节点的子载波  $k$  将中继源节点子载波  $k'$  上的信息, 或者说, 中继子载波对  $(k, k')$  被选择。

目的节点将接收到的来自源节点子载波  $k'$  上的信号以及中继节点子载波  $k$  上的信号进行最大比合并(Maximal Rate Combining, MRC)。在非再生中继方式下, 子载波对  $(k, k')$  的传输容量为<sup>[5]</sup>

$$R_{k,k'}^A(P_k^R, P_{k'}^S) = \frac{1}{2} W \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k'}^S H_{k'}^{SD}}{\sigma^2} + \frac{P_k^S P_k^R H_k^{SR} H_k^{RD}}{\sigma^2 (P_k^R H_k^{RD} + P_{k'}^S H_{k'}^{SR} + \sigma^2)} \right) \quad (1)$$

其中  $1/2$  的意义是 1 个信息的传输需要 2 个时隙。而对于再生中继方式, 其传输容量为<sup>[4]</sup>

$$R_{k,k'}^D(P_k^R, P_{k'}^S) = \frac{1}{2} W \min \left\{ \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k'}^S H_{k'}^{SR}}{\sigma^2} \right), \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k'}^S H_{k'}^{SD}}{\sigma^2} + \frac{P_k^R H_k^{RD}}{\sigma^2} \right) \right\} \quad (2)$$

其中  $\sigma^2$  是子载波上的噪声功率, 这里假设源节点和中继节点中每个子载波上的噪声功率都一样。

本文研究如何选择合适的中继子载波对以及如何将总功率分配到源和中继的各个子载波上, 使得系统的总传输容量达到最大化。问题可以描述为: 在

$$\sum_{k=1}^K P_k^R + \sum_{k'=1}^K P_{k'}^S = P \quad (3)$$

$$\sum_{k'=1}^K a_{k,k'} \leq 1, \forall k \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K a_{k,k'} \leq 1, \forall k' \quad (5)$$

$$a_{k,k'} \in \{0, 1\} \quad (6)$$

的约束下, 最大化

$$\sum_{k,k'} a_{k,k'} R_{k,k'}^A(P_k^R, P_{k'}^S) \quad \text{或} \quad \sum_{k,k'} a_{k,k'} R_{k,k'}^D(P_k^R, P_{k'}^S) \quad (7)$$

其中式(3)中的  $P$  是总功率约束, 式(4)和式(5)分别保证了中继节点的 1 个子载波最多只能中继源节点 1 个子载波上的信息以及源节点的 1 个子载波最多只能被中继节点中的 1 个子

载波中继。

### 3 子载波对等效信道增益

将最优化问题分成两个步骤, 首先研究一个子载波对内的最优功率分配问题, 然后考虑如何选择子载波对并且将总功率分配到各个子载波对。子载波对内的最优功率分配可以描述为: 在  $P_{k'}^S + P_k^R = P_{k,k'}$  约束下最大化  $R_{k,k'}^A(P_k^R, P_{k'}^S)$  或者  $R_{k,k'}^D(P_k^R, P_{k'}^S)$ , 其中  $P_{k,k'}$  是分配到子载波对  $(k, k')$  的总功率。

#### 3.1 非再生中继方式

对于非再生中继方式, 首先将式(1)作一个近似<sup>[6]</sup>:

$$R_{k,k'}^A(P_k^R, P_{k'}^S) \approx \frac{1}{2} W \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k'}^S H_{k'}^{SD}}{\sigma^2} + \frac{P_k^S P_k^R H_k^{SR} H_k^{RD}}{\sigma^2 (P_k^R H_k^{RD} + P_{k'}^S H_{k'}^{SR})} \right) \quad (8)$$

然后利用拉格朗日乘数方法, 可得到当式(8)达到最大化时,  $P_{k'}^S$  和  $P_k^R$  的解<sup>[6]</sup>, 当

$$H_{k'}^{SD} < H_k^{RD} \text{ 时, } \begin{cases} P_{k'}^S = \frac{\eta}{1+\eta} P_{k,k'} \\ P_k^R = \frac{1}{1+\eta} P_{k,k'} \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\eta = \frac{H_{k'}^{SD} H_k^{RD} + H_k^{RD} \sqrt{H_{k'}^{SD} H_k^{RD} + H_{k'}^{SR} H_k^{RD} - H_{k'}^{SR} H_{k'}^{SD}}}{H_{k'}^{SR} (H_k^{RD} - H_{k'}^{SD})} \quad (10)$$

当  $H_{k'}^{SD} \geq H_k^{RD}$  时,  $\begin{cases} P_{k'}^S = P_{k,k'} \\ P_k^R = 0 \end{cases}$ , 即此时选择直接传输。而

子载波对  $(k, k')$  的最优化容量

$$R_{k,k'}^{A-\text{opt}}(P_{k,k'}) = \frac{1}{2} W \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,k'}}{\sigma^2} \cdot H_{k,k'}^A \right) \quad (11)$$

其中

$$H_{k,k'}^A = \begin{cases} \frac{H_{k'}^{SD} \eta (H_{k'}^{SR} \eta + H_k^{RD}) + H_{k'}^{SR} H_k^{RD} \eta}{(1+\eta)(H_{k'}^{SR} \eta + H_k^{RD})}, & H_{k'}^{SD} < H_k^{RD} \\ H_{k'}^{SD}, & H_{k'}^{SD} \geq H_k^{RD} \end{cases} \quad (12)$$

是子载波对  $(k, k')$  在非再生中继方式下的等效信道增益。

虽然文献[5]给出了一个没有利用式(8)进行近似的最优功率分配策略, 但是从该文的结论无法推出等效信道增益模型, 而本文利用了式(8)的近似后得到式(12)的等效信道增益, 后面将会根据子载波对的等效信道增益进行子载波对选择以及总功率在子载波对上的最佳分配。注意到, 式(8)的近似在高信噪比下非常准确, 因此式(9)的功率分配结果在高信噪比下逼近于最优的功率分配解, 而在低信噪比下, 可以认为式(9)提供了一个次优的解。

#### 3.2 再生中继方式

对于再生中继方式, 可以利用同样的方法得到在  $P_{k'}^S + P_k^R = P_{k,k'}$  约束下最大化  $R_{k,k'}^D(P_k^R, P_{k'}^S)$  的解<sup>[4]</sup>:

当  $H_{k'}^{SD} \leq H_k^{RD}$ ,  $H_{k'}^{SD} < H_{k'}^{SR}$ ,

$$\begin{cases} P_{k'}^S = \frac{H_k^{RD}}{H_k^{RD} + H_{k'}^{SR} - H_{k'}^{SD}} P_{k,k'} \\ P_k^R = \frac{H_{k'}^{SR} - H_{k'}^{SD}}{H_k^{RD} + H_{k'}^{SR} - H_{k'}^{SD}} P_{k,k'} \end{cases}; \text{而在其它情况下,} \\ \begin{cases} P_{k'}^S = P_{k,k'} \\ P_k^R = 0 \end{cases}. \text{也就是说, 当源节点与目的节点间的信道质量}$$

好于中继节点与目的节点或者源节点与中继节点间的信道质量时, 直接传输方式比再生中继传输方式传输的容量大, 最优的功率分配方式是将总功率全部分配到源节点。

同样地, 可以得到再生中继方式下子载波对  $(k, k')$  的等效信道增益为

$$H_{k,k'}^D = \begin{cases} \frac{H_k^{RD} H_{k'}^{SR}}{H_k^{RD} + H_{k'}^{SR} - H_{k'}^{SD}}, & H_{k'}^{SD} \leq H_k^{RD} \text{ 且 } H_{k'}^{SD} < H_{k'}^{SR} \\ H_{k'}^{SD}, & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

而子载波对  $(k, k')$  的最优化容量:

$$R_{k,k'}^{D-\text{opt}}(P_{k,k'}) = \frac{1}{2} W \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,k'}}{\sigma^2} \cdot H_{k,k'}^D \right) \quad (14)$$

#### 4 中继子载波选择和功率分配

上节研究了子载波对内的最优功率分配方法, 下面考虑如何选择合适的子载波对, 并且将总功率分配到各个子载波对, 即确定  $\{P_{k,k'}\}_{k=1,2,\dots,K, k'=1,2,\dots,K}$  的值。

利用式(12)和式(13)的等效信道增益模型, 最优分配问题式(3)-式(7)可以重写为

在式(4)-式(6)及  $\sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K P_{k,k'} = P$  的约束下, 最大化

$$\sum_{k,k'} a_{k,k'} R_{k,k'}^A(P_{k,k'}) \text{ 或 } \sum_{k,k'} a_{k,k'} R_{k,k'}^D(P_{k,k'}). \text{ 其中 } R_{k,k'}^A(P_{k,k'}) \text{ 和 } R_{k,k'}^D(P_{k,k'}) \text{ 分别由式(11)和式(14)给出。}$$

这个问题仍然是一个复杂的非线性动态规划问题, 其最优解可以通过穷举法获得, 在式(4)-式(6)的约束下, 所有可能的子载波对组合方案将有  $K!$  种, 对于所有这些方案, 需要运用注水原理<sup>[7]</sup>在选择出来的  $K$  个子载波对上进行功率分配, 并计算出总传输容量, 然后从中选出传输容量最大的那个子载波对组合方案。穷举法的计算复杂度随着子载波数目  $K$  的增大而迅速增大, 因此难以在实际系统中得到实时的应用。本文提出一种次优的子载波对选择和功率分配算法——动态子载波对选择和动态功率分配算法(Dynamic Selection and Dynamic Allocation, DSDA)。

首先假设将总功率均匀分配到各个子载波对, 即  $P_{k,k'} = P/K, \forall k, \forall k'$ , 由式(11)或式(14)可以计算出各个子载波对的传输容量。此时, 由于各子载波对的传输容量已经确定, 因此使得总传输容量达到最大的子载波对选择问题实

际上是一个指派问题, 可以通过著名的匈牙利算法<sup>[8]</sup>求解。假设  $\{k_i, k'_i\}_{i=1,2,\dots,K}$  是匈牙利算法选择出来的子载波对的序号, 然后在这些子载波对上根据注水原理进行最优的功率分配, 即子载波对  $\{k_i, k'_i\}$  上分配到的功率为

$$P_{k_i k'_i}^A = \left( \lambda^A - \frac{\sigma^2}{H_{k_i k'_i}^A} \right)^+, \quad P_{k_i k'_i}^D = \left( \lambda^D - \frac{\sigma^2}{H_{k_i k'_i}^D} \right)^+ \quad (15)$$

其中  $x^+ = \max(x, 0)$ , 注水线  $\lambda^A$  和  $\lambda^D$  满足

$$\sum_{i=1}^K \left( \lambda^A - \frac{\sigma^2}{H_{k_i k'_i}^A} \right)^+ = P, \quad \sum_{i=1}^K \left( \lambda^D - \frac{\sigma^2}{H_{k_i k'_i}^D} \right)^+ = P \quad (16)$$

最后将各个子载波对上的总功率  $P_{k,k'}$  通过第3节的最优分配方法分配到源节点和中继节点的相应子载波上。

必须指出, 该方法并不能提供最优的子载波对组合, 因为该方法中子载波对组合方案是在平均功率分配假设条件下获得的。但是, 该方法提供了一个次优的解, 原因在于, 在平均功率分配假设下获得的最优子载波对组合从总体意义上来说具有比较好的信道状态, 其总传输容量在很大程度上将逼近穷举搜索法得到的最佳子载波组合所提供的最优传输容量。另一方面, 使用注水法将总功率分配到所选出的子载波对, 进一步优化了传输容量。

为了进行性能比较, 同时给出其它几种子载波对选择和功率分配算法:

动态子载波对选择和固定功率分配算法(Dynamic Selection and Fixed Allocation, DSFA): 将总功率平均地分配到源节点和目的节点的各个子载波, 即各子载波上的传输功率均为:  $P_k^R = P_{k'}^S = P/(2K), \forall k, k'$ , 然后根据式(1)或式(2)计算各子载波对上的信道容量, 再利用匈牙利算法进行子载波对选择。

随机子载波对选择和动态功率分配算法(Random Selection and Dynamic Allocation, RSDA): 随机选择中继子载波对, 将总功率通过注水法(式(15), (16))分配到选择出来的子载波对, 再通过第3节的最优分配方法将子载波对上的功率分配到源节点和中继节点的相应子载波上。

随机子载波对选择和固定功率分配算法(Random Selection and Fixed Allocation, RSFA): 随机选择中继子载波对, 并且将总功率平均分配到源节点和中继节点的各个子载波上, 即  $P_k^R = P_{k'}^S = P/(2K), \forall k, k'$ 。

#### 5 数值仿真

在仿真中, 假设信道路径损耗  $L$  与距离  $d$  的关系是  $L = d^{-4}$ , 小尺度衰落模型为三径 Rayleigh 衰落, 各径功率服从指数衰减, 不考虑阴影衰落的影响。系统带宽是 1.25MHz, 子载波数目  $K=64$ 。假设源节点位于坐标(0, 0)位置, 目的节点位于(1, 0), 中继节点落在源节点与目的节点之间的正方形区域内, 其横坐标  $x$  在 0-1 之间, 纵坐标  $y$  在 -0.5-0.5 之间。仿真中, 源节点到目的节点的平均信噪比

设为 5dB, 平均信道容量通过随机产生 100,000 个信道衰落样本获得。

图 2 给出了当中继节点处于不同位置时本文算法的信道容量比较, 其中图 2(a)针对非再生中继方式, 图 2(b)针对再生中继方式。图中平面表示直接 OFDM 传输, 并且采用注水功率分配时的信道容量, 曲面表示 DSDA 算法取得的信道容量。从图中可以看出, 采用中继传输并且进行动态子载波对选择和功率分配方法可以使得信道容量得到显著的提高。另外, 当中继节点位于源节点和目的节点的中间位置时, 信道容量增益达到最大, 而且此时再生中继方式获得的信道容量增益比非再生中继方式高。

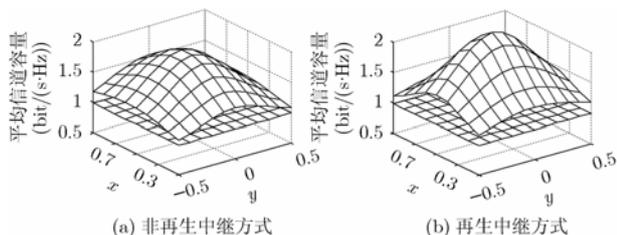


图 2 中继节点位置不同时的平均信道容量

图 3(a)和图 3(b)分别给出当中继节点位于源节点和目的节点之间的连线上时, 各种子载波选择和功率分配算法的性能比较, 图中横坐标表示中继节点与源节点之间的距离, 两条直线分别表示直接 OFDM 传输采用注水功率分配(DA)和固定功率分配(FA)时的性能。从图中可以看出, 中继传输比直接传输具有显著的容量提高, 而且 DSDA 算法的信道容量比其他 3 种算法的信道容量都要大, 这是由于 DSDA 算法充分利用了信道信息进行动态中继子载波对选择和功率分配。由于 DSFA 利用匈牙利算法进行最优子载波对选择, RSDA 在选择出来的子载波对上用注水法则进行最优功率分配, 因此它们的性能都优于没有利用信道状态信息进行动态子载波对选择和功率分配的 RSFA 算法。另外, DSDA 算法比 RSDA 算法只有略微的信道容量提高, 因此, 在实际应用中, 如果受到硬件复杂度的限制, 可以考虑没有利用匈牙利算法进行中继子载波对选择的 RSDA 算法。

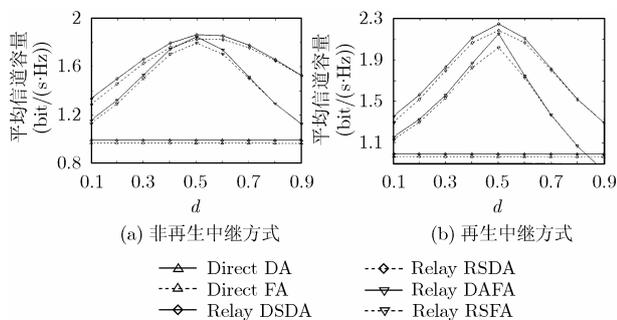


图 3 中继节点位于源节点和目的节点之间连线上的平均信道容量

## 6 结束语

合作中继传输技术和 OFDM 技术将在未来的宽带 Ad hoc 以及无线 Mesh 网络中有较大的应用, 目前还没有针对 OFDM 中继传输系统的有效无线资源分配策略。本文在分析了中继传输系统中源节点和中继节点之间的最优功率分配问题之后, 提出了一种动态中继子载波对选择和功率分配算法。数值仿真结果表明, 本文所提的动态子载波对选择和功率分配算法与其它几种方法相比中继系统容量有较大提高。

## 参考文献

- [1] Nabar R U, Bolcskei H, and Kneubuhler F W. Fading relay channels: Performance limits and space-time signal design. *IEEE J. on Select. Areas Commun.*, 2004, 22(6): 1099-1109.
- [2] Laneman J N, Tse D N C, and Wornell G W. Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 2004, 50(12): 3062-3080.
- [3] Hasna M O and Alouini M S. Optimal power allocation for relayed transmissions over Rayleigh-fading channels. *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 2004, 3(11): 1999-2004.
- [4] Zhang Q, Zhang J, and Shao C, et al. Power allocation for regenerative relay channel with Rayleigh fading. in Proc. IEEE VTC 2004-Spring, Milan, Italy, 2004, 2: 1167-1171.
- [5] Zhang J, Zhang Q, and Shao C, et al. Adaptive optimal transmit power allocation for two-hop non-regenerative wireless relaying system. in Proc. IEEE VTC 2004-Spring, Milan, Italy, 2004, 2: 1213-1217.
- [6] Han Z, Himsoon T, Siriwongpairat W P, and Liu K J R. Energy-efficient cooperative transmission over multiuser OFDM networks: who helps whom and how to cooperate. in Proc. IEEE WCNC 2005, New Orleans, USA, 2005, 2: 1030-1035.
- [7] 仇佩亮编著. 信息论与编码. 北京, 高等教育出版社, 2004, 159-162.
- [8] Kuhn H W. The Hungarian method for the assignment problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1955, 2: 83-97.

余官定: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为 OFDM 系统中的无线资源优化分配。

张朝阳: 男, 1973 年生, 教授, 主要研究方向为宽带接入、无线通信、无线网络。

陈 雁: 女, 1982 年生, 博士生, 研究方向为合作通信、无线资源管理。

仇佩亮: 男, 1944 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信息论与编码、无线数字通信。