

OFDM 系统中一种维纳 LMS 信道跟踪算法

白宾锋 蔡跃明 徐友云

(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

摘要: 结合 OFDM 系统的特点, 该文讨论了维纳最小均方(WLMS)算法在 OFDM 系统中应用的可行性。推导了 WLMS 信道跟踪算法在 OFDM 系统中的频域表达式。利用信道响应的频域相关特性, 在每一次迭代过程中叠加一个频域滤波器, 使算法的性能得到提高。仿真结果表明, 选择合适的步长, 算法误符号率性能基本接近理想估计的性能界。

关键词: 正交频分复用, 信道跟踪, 维纳最小均方误差

中图分类号: TN914

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)11-1699-05

A Wiener LMS Channel Tracking Algorithm for OFDM Systems

Bai Bin-feng Cai Yue-ming Xu You-yun

(Institute of Communications Engineering, PLAUST, Nanjing 210007, China)

Abstract Based on the property of OFDM systems, this paper discusses the feasibility of Wiener LMS algorithm in OFDM systems, and derives the frequency expression of the WLMS channel prediction algorithm for OFDM systems. The performance of the algorithm is greatly improved by using a frequency domain filter, which is derived based on the correlations of channel response in frequency domain, in each iteration. The simulation results show that the performance of uncoded Symbol Error Rate (SER) can reach the bound of ideal channel estimation at the proper step size.

Key words OFDM, Channel tracking, Wiener LMS

1 引言

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)技术是一种多载波技术, 它把一定的带宽分割成许多正交的并行子信道传输数据, 增加了符号的持续时间, 提高了系统的抗多径衰落性能^[1]。OFDM技术已经广泛应用于数字音频广播(DAB)、数字视频广播(DVB)和无线局域网(WLAN)等系统中。基于CP(Cyclic Prefix)的OFDM技术的提出使得系统可以通过圆周卷积进行表示, 在频域内就表现为一种简单的点乘运算, 消除了前后OFDM符号间的干扰, 简化了接收端的处理^[1]。

由于无线信道的时变特性, 接收端为了能够实现相干检测, 必须对信道特性进行估计和跟踪, 以满足未来移动通信高速数据传输业务的需求。OFDM系统中的信道估计和跟踪技术可以分为两类: 基于导频的估计方法和盲估计方法。第一种方法利用数据序列中的已知数据(可以是离散的或连续的)得到导频位置处的信道响应, 然后利用有关内插算法(如维纳内插、高斯内插等)得到整个频域信道的响应^[2,3], 这种

方法实现简单, 运算量小, 但需要发送已知的导频信息, 降低了系统效率。而盲估计和跟踪方法利用了接收数据的高阶统计特性来实现信道的估计和跟踪, 如利用子空间分解算法等^[4,5], 相对于基于导频的估计和跟踪算法, 盲算法提高了系统效率, 但极大地增加了运算量。

基于判决反馈的信道估计和跟踪算法由于在跟踪阶段利用反馈的判决信息进行信道估计, 不需要额外的导频数据信息, 提高了系统效率。文献[6]给出了一种基于直接判决反馈的信道估计方法, 但该方法需要分块处理, 增大了系统处理时延; 传统的LMS信道跟踪算法进行每一次迭代中用本符号的信道响应代替下个符号的信道响应, 因此在跟踪快变信道时性能不理想。针对这一问题, 本文利用多项式设计维纳滤波器^[7,8]的方法, 设计了一个频域的预测(平滑)滤波器, 用信道的预测值代入算法进行迭代, 提高了算法在跟踪快变信道条件下的性能。文中给出的跟踪预测算法主要有以下特点: (1)逐符号实现了信道跟踪, 克服了基于导频内插算法分块处理造成处理时延大的缺点, 这对一些对时延要求比较高

的系统来说具有很强的吸引力。(2)在算法跟踪阶段不需要额外的导频信息,提高了系统的效率。(3)通过频域内预测滤波器和跟踪滤波器的设计,提高了算法跟踪快变信道的性能。(4)算法实现中没有复杂的矩阵运算,运算量小,易于实现。

文章的结构是这样安排的:文章的第2节和第3节分别给出了OFDM系统结构和信道模型;第4节讨论了算法的数学基础以及信道跟踪算法;第5节给出了仿真结果并对结果进行了分析;在第6节对全文进行了总结。

文中 q^{-1} 表示一个单位时间移位操作,即 $q^{-1}h_t = h_{t-1}$; $P_k(q^{-1})$ 表示多项式的共轭,即 $P_k(q^{-1}) = p_0^* + p_1^*q^{-1} + \dots + p_{n_p}^*q^{-n_p}$, X^* 表示共轭运算。

2 系统模型

假定在一个OFDM符号传输期间内信道响应保持不变,则OFDM系统的模型可以视为下面的一组乘性相干衰减并行高斯信道^[9],如图1所示,其中, $\mathbf{H}_k = \mathbf{H}[k/(NT_s)]$, $k = 0, 1, \dots, N-1$, $H(\cdot)$ 为一个OFDM符号期间信道的频域响应, T_s 为系统的采样周期。设 l 表示第 l 个OFDM符号, k 表示第 k 个子载波,则可以将系统表示为

$$Y(k, l) = X(k, l)H(k, l) + v(k, l) \tag{1}$$

式(1)可以用矩阵描述:

$$\mathbf{Y}_l = \mathbf{X}_l \mathbf{H}_l + \mathbf{v}_l \tag{2}$$

其中 \mathbf{Y}_l , \mathbf{H}_l 和 \mathbf{v}_l 为 $N \times 1$ 的列向量, \mathbf{X}_l 是由发送数据符号构成的对角阵,且 $\mathbf{X}_l = \text{diag}(X_{1,l}, X_{2,l}, \dots, X_{N,l})$ 。

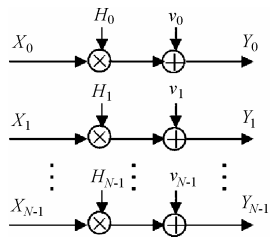


图1 OFDM系统的相干衰减并行高斯信道模型

3 信道模型

当移动台速度恒定时,信道响应是一个平稳高斯过程^[10],其均值为0,协方差函数为

$$r_h(l) = E[\mathbf{h}_l \mathbf{h}_{l-1}^*] = \mathbf{R}_h J_0(\Omega_D l), \quad l = 0, \pm 1, \dots \tag{3}$$

衰落频谱为

$$\phi_h(\Omega) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{\Omega_D^2 - \Omega^2}} \mathbf{R}_h, & |\Omega| < \Omega_D \\ 0, & |\Omega| > \Omega_D \end{cases} \tag{4}$$

这里 $\mathbf{R}_h = E[\mathbf{h}_l \mathbf{h}_l^*]$, $J_0(\bullet)$ 表示一类0阶贝塞尔函数, $\Omega_D = w_D T$, T 为符号持续时间,在OFDM系统中则为一个

OFDM符号的持续时间。且

$$w_D = 2\pi f_D = 2\pi V/\lambda \tag{5}$$

其中 w_D 为信道的最大多普勒频率,由移动台的速度 V ,载波波长 λ 决定,单位为rad/s。

4 算法描述

4.1 算法的数学基础

无线信道响应可以建成为一个已知统计特性的随机过程,其响应可以通过白噪声激励来产生^[7,8],如式(6)表示

$$\mathbf{h}_t = \mathcal{H}(q^{-1}) \mathbf{e}_t \tag{6}$$

这里 \mathbf{e}_t 为白噪声矢量, \mathcal{H} 为传递函数。研究表明,信道传递函数为对角阵时就足以描述信道的变化特性^[7,8],此时信道响应为

$$\mathbf{h}_t = \mathcal{H}(q^{-1}) \mathbf{e}_t = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \mathbf{I} \mathbf{e}_t \tag{7}$$

这里 $C(q^{-1})$ 和 $D(q^{-1})$ 分别可以表示为

$$\begin{aligned} C(q^{-1}) &= c_0 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c} \\ D(q^{-1}) &= d_0 + d_1 q^{-1} + \dots + d_{n_d} q^{-n_d} \end{aligned} \tag{8}$$

为了分析方便,我们令 $C(q^{-1}) = 1$,式(7)还可以进一步简化为

$$\mathbf{h}_t = \mathcal{H}(q^{-1}) \mathbf{e}_t = \frac{1}{D(q^{-1})} \mathbf{I} \mathbf{e}_t \tag{10}$$

设 $d_0 = 1$,上式可以重写为

$$\mathbf{h}_t + d_1 \mathbf{h}_{t-1} + \dots + d_{n_d} \mathbf{h}_{t-n_d} = \mathbf{e}_t \tag{11}$$

对上式两边做FFT,得到

$$\mathbf{H}_t + d_1 \mathbf{H}_{t-1} + \dots + d_{n_d} \mathbf{H}_{t-n_d} = \mathbf{E}_t \tag{12}$$

这里 \mathbf{E}_t 表示频域内的热噪声,可见每一个子载波的频域响应也满足自回归特性。比较式(11)和式(12)可以看出,时域每径的响应 \mathbf{h}_t 和频域每个子载波的响应 \mathbf{H}_t 满足同样的时变特性,即

$$\mathbf{r}_H(l) = E[\mathbf{H}_l \mathbf{H}_{l-1}^*] = E[\mathbf{h}_l \mathbf{h}_{l-1}^*] = \mathbf{r}_h(l) \tag{13}$$

我们以二阶自回归模型为例来说明上述特性,即

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} \tag{15}$$

这里 d_1, d_2 都是实数。

对于OFDM系统,我们假设在每一个OFDM符号持续时间内信道是恒定的,为分析方便我们可以用符号索引 l 来替代时间索引 t ,式(12)可以重写为

$$\mathbf{H}_l + d_1 \mathbf{H}_{l-1} + \dots + d_{n_d} \mathbf{H}_{l-n_d} = \mathbf{E}_l \tag{16}$$

我们的算法正是在信道的这种特性基础上得到的。

4.2 算法描述

定义信道的预测误差矢量

$$\tilde{\mathbf{H}}_{l+k} = \mathbf{H}_{l+k} - \hat{\mathbf{H}}_{l+k|l} \tag{17}$$

其中 $\widehat{H}_{l+k|l}$ 表示在第 l 个符号时刻对第 $l+k$ 时刻的响应 H_{l+k} 的估计, 当 $k > 0$ 表示预测, $k = 0$ 为滤波, $k < 0$ 时表示平滑。

信道预测的均方误差表示为

$$J = \text{tr}E \left[\widetilde{\mathbf{H}}_{l+k} \widetilde{\mathbf{H}}_{l+k}^* \right] = \sum_{i=1}^N E \left| H_{i,l+k} - \widehat{H}_{i,l+k|l} \right|^2 \quad (18)$$

使上式最小的跟踪算法可以表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_l = \mathbf{Y}_l - \widehat{\mathbf{X}}_l \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1} \quad (19)$$

$$\widehat{\mathbf{H}}_l = \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1} + \mu \widehat{\mathbf{X}}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \quad (20)$$

$$\widehat{\mathbf{H}}_{l+k|l} = \mathbf{P}_k(q^{-1}) \widehat{\mathbf{H}}_l \quad (21)$$

其中 $\mathbf{P}_k(q^{-1})$ 为一个 k 步预测(平滑)滤波器, 我们的任务就是设计一个 k 步预测(平滑)滤波器 $\mathbf{P}_k(q^{-1})$, 使式(18)的均方误差最小。

这里我们从式(19) - (21)出发, 构造一个信号矢量 $\mathbf{f}_l = \mathbf{H}_l + \boldsymbol{\eta}_l$, 其中包含了信道信息 \mathbf{H}_l 和噪声向量 $\boldsymbol{\eta}_l = \mathbf{X}_l^* \mathbf{v}_l$ 。设计一个以 \mathbf{f}_l 为输入信号的 k 步预测(平滑)滤波器 $\mathbf{L}_k(q^{-1})$ 来实现上述算法, 为分析方便, 我们假设判决反馈信号完全正确, 即 $\mathbf{X}_l = \widehat{\mathbf{X}}_l$ 。

把式(2)代入式(19), 两边同乘以 \mathbf{X}_l^*

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l &= \mathbf{X}_l^* \mathbf{X}_l (\mathbf{H}_l - \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1}) + \mathbf{X}_l^* \mathbf{v}_l \\ &= \mathbf{H}_l - \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1} + \mathbf{X}_l^* \mathbf{v}_l \end{aligned} \quad (22)$$

定义

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_l &= \mathbf{H}_l + \mathbf{X}_l^* \mathbf{v}_l \\ &= \mathbf{H}_l + \boldsymbol{\eta}_l \end{aligned} \quad (23)$$

式(22)可以重写为

$$\mathbf{f}_l = \widehat{\mathbf{X}}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l + \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1} \quad (24)$$

则信道预测(平滑)器的输出可以表示为

$$\mathbf{H}_{l+k|l} = \mathbf{L}_k(q^{-1}) \mathbf{f}_l \quad (25)$$

4.3 预测滤波器的设计

假设 1 信道频域响应可以表示为下式, 这在上面的信道描述中已经说明。

$$\mathbf{H}_l = \mathcal{H}(q^{-1}) \mathbf{e}_l = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \mathbf{I} \mathbf{e}_l \quad (26)$$

假设 2 噪声矢量 $\boldsymbol{\eta}_l = \mathbf{X}_l^* \mathbf{v}_l$ 可以近似为平稳的白噪声, 其均值为 0, 协方差矩阵为 \mathbf{R}_η , 且与信道响应矢量 $H_{l-i}, i \geq 0$ 互不相关。

假设 3 k 步预测(平滑)滤波器 $\mathbf{L}_k(q^{-1})$ 的结构为^[7,8]

$$\mathbf{L}_k(q^{-1}) = \frac{Q_k(q^{-1})}{\beta(q^{-1})} \mathbf{I} \quad (27)$$

其维数为 $N|N$, $\beta(z^{-1})$ 的所有零点都在单位圆内 ($|z| < 1$)。

在以上的假设条件下, 使式(18)最小的 $\mathbf{L}_k(q^{-1})$ 是唯一

的, 且 $\beta(q^{-1})$ 满足^[7,8]

$$r\beta\beta^* = \gamma CC^* + DD^* \quad (28)$$

这里 $\gamma = \text{tr}\mathbf{R}_e / \text{tr}\mathbf{R}_\eta$, r 是一个实的标量, 且是下式去番图方程的唯一解

$$q^k \gamma CC^* = rQ_k \beta^* + qDL_k^* \quad (29)$$

当 $k = 0$ 和 $k = 1$ 时, 式(29)的解为^[7,8]

$$Q_0(q^{-1}) = \beta(q^{-1}) - D(q^{-1}) \frac{1}{r} = L_1(q^{-1}) \frac{1}{r} \quad (30)$$

$$L_{0^*} = q^{-1}(\beta_*(q) - D_*(q)) = Q_{1^*}(q) \quad (31)$$

$$Q_1(q^{-1}) = q(\beta(q^{-1}) - D(q^{-1})) \quad (32)$$

$$L_{1^*}(q) = r\beta_*(q) - D_*(q) \quad (33)$$

对于任意的 k 步预测和平滑可以通过下面的前向迭代和后向迭代运算来实现。

前向迭代:

$$Q_{k+1}(q^{-1}) = q(Q_k(q^{-1}) - D(q^{-1})Q_0^k) \quad (34)$$

$$L_{k+1^*}(q) = qL_k^*(q) + r\beta_*(q)Q_0^k \quad (35)$$

后向迭代:

$$Q_{k-1}(q^{-1}) = q^{-1}Q_k(q^{-1}) + D(q^{-1}) \frac{L_0^{*k}}{r} \quad (36)$$

$$L_{k-1^*}(q) = q^{-1}(L_k^*(q) - \beta_*(q)L_0^{*k}) \quad (37)$$

由上面的分析可以看出, 求出初始值 r , Q_0^0 和 L_0^{*1} 即可以得到任意 k 步的预测或平滑滤波器的表达式, 关于 r , Q_0^0 和 L_0^{*1} 的求解见附录。

由式(21)和式(25)可得

$$\widehat{\mathbf{H}}_{l+k|l} = \mathbf{P}_k(q^{-1}) \widehat{\mathbf{H}}_l, \quad \mathbf{H}_l = \mathbf{L}_0(q^{-1}) \mathbf{f}_l \quad (38)$$

因此

$$\widehat{\mathbf{H}}_{l+k|l} = \mathbf{L}_k(q^{-1}) \mathbf{f}_l = \mathbf{P}_k(q^{-1}) \mathbf{L}_0(q^{-1}) \mathbf{f}_l \quad (39)$$

所以预测(平滑)滤波器可以表示为

$$\mathbf{P}_k(q^{-1}) = \frac{\mathbf{L}_k(q^{-1})}{\mathbf{L}_0(q^{-1})} = \frac{Q_k(q^{-1})}{Q_0(q^{-1})} \mathbf{I} \quad (40)$$

4.4 频域滤波器的设计

在进行上述算法的推导时, 我们假设频域内各个子载波的响应是不相关的, 这就造成算法性能有一定的损失, 这里我们根据频域信道响应的频域相关性, 设计一个频域内的滤波器, 在每一次迭代的过程中经过滤波器进行去噪处理, 可以极大地提高算法的性能。频域去噪滤波可以用矩阵表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L_{cp} \times L_{cp}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{Q}^H \quad (41)$$

其中 \mathbf{Q} 为 $N \times N$ 的 DFT 矩阵,

$$Q_{i,j} = \frac{1}{\sqrt{N}} \exp(-j2\pi((i-1)(j-1)/N)), \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (42)$$

由式(41)和式(42)可以看出, 频域滤波器可以通过快速傅里叶变换来实现, 因此并没有增加太大的运算量。

4.5 算法小结

带频域滤波的 WLMS 算法可以通过下面几步来完成:

(1)计算第 l 个符号的信道响应时的误差向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_l$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_l = \mathbf{Y}_l - \widehat{\mathbf{X}}_l \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1} \quad (43)$$

(2)依据步长 μ 和误差向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_l$ 估计出当前符号的信道响应

$$\widehat{\mathbf{H}}_l = \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1} + \mu \widehat{\mathbf{X}}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \quad (44)$$

(3)对当前符号的信道响应进行频域滤波

$$\widehat{\mathbf{H}}_l = \mathbf{F} \widehat{\mathbf{H}}_l \quad (45)$$

(4)完成 k 步信道预测(平滑)

$$\widehat{\mathbf{H}}_{l+k|l} = \mathbf{P}_k(q^{-1}) \widehat{\mathbf{H}}_l \quad (46)$$

4.6 算法实例

选择二阶自回归模型来描述信道, 即

$$\mathbf{H}_l = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \mathbf{I} \mathbf{E}_l \quad (47)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} C(q^{-1}) &= 1 \\ D(q^{-1}) &= 1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

这里 d_1, d_2 都是实数, 分别取 $d_1 = -2r_0 \cos(\Omega_0)$, $d_2 = r_0^2$, 其中 $\Omega_0 = \Omega_D / \sqrt{2}$, $r_0 = 0.998$; 则根据上述分析可以得到

$$\mathbf{Q}_k(q^{-1}) = \mu \begin{bmatrix} 1 & q^{-1} \\ -d_1 & 1 \\ -d_2 & 0 \end{bmatrix}^k \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ p \end{bmatrix} \quad (49)$$

其中 $p = \frac{d_1 d_2 (1 - \mu)}{1 + d_2 (1 - \mu)}$, 当 $k=1$ 时可以得到一步预测的表达式为

式为

$$\widehat{\mathbf{H}}_{l+1|l} = -p \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1} + g_0 \widehat{\mathbf{H}}_l + g_1 \widehat{\mathbf{H}}_{l-1} \quad (50)$$

其中 $g_0 = p - d_1$, $g_1 = -d_2$ 。由上式可以看出预测运算只是简单的线性运算, 没有增加太大的运算量。

5 仿真结果及分析

5.1 仿真参数

采用文献[11]给出的瑞利衰落信道仿真模型, 信道的多径时延功率剖面服从 COST207^[12] 建议标准, 这里以典型山区地形(HT)环境为例。归一化多普勒频率 $f_D T_s = 0.018$, 抽样周期 T_s 为 $1.25 \mu\text{s}$ 。系统采用 QPSK 调制, 子载波个数 $N = 128$, 循环前缀长度为 $L_{cp} = 20$, 预测步数 $k = 1$ 。下面的仿真曲线都是在随机产生 100 个随机信道的基础上做算术平均得到的。

5.2 仿真结果

图 2 给出了维纳 LMS 算法和 LMS 算法的未编码误符号概率(SER)和均方误差(MSE)性能比较曲线, 其中滤波性能表示的是对当前时刻信道响应的估计性能, 而预测则是在当前时刻对下一时刻信道响应的预测性能。可以看出, 当前时刻的估计性能要好于预测性能, 这是因为当前时刻的估计性能不但利用了系统当前时刻的信息, 而且通过反馈利用了前几

个时刻的信息, 而预测性能则只是利用了前几个时刻信息。比较两种算法的性能可以看出当算法工作在小步长时, 两种算法的性能大致相当, 但当算法工作在大步长条件下时维纳 LMS 算法相对于 LMS 算法性能有极大的提高, 这主要是因为算法每次迭代过程中利用了信道预测值, 降低了反馈信号的误差, 提高了系统的性能, 而且当算法取合适的步长 μ , 其误符号概率性能基本可以达到理想信道估计能的界。

图 3 给出了改进维纳 LMS 算法(有频域滤波, FD Filter)与没有频域滤波的原始 WLMS 算法的性能比较曲线, 可以看出当迭代的信号经过频域滤波后, 算法性能得到极大的提高。

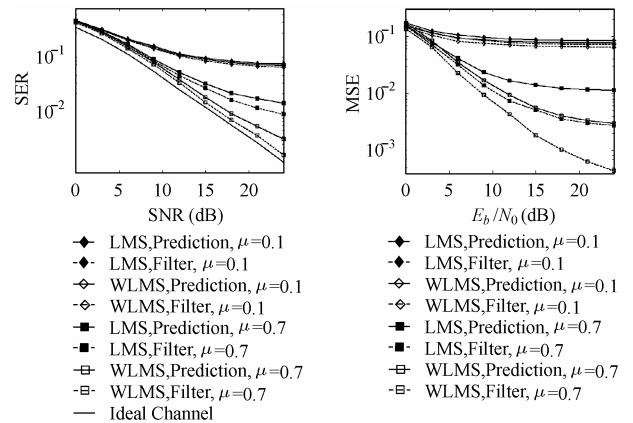


图 2 WLMS 算法与 LMS 算法性能比较

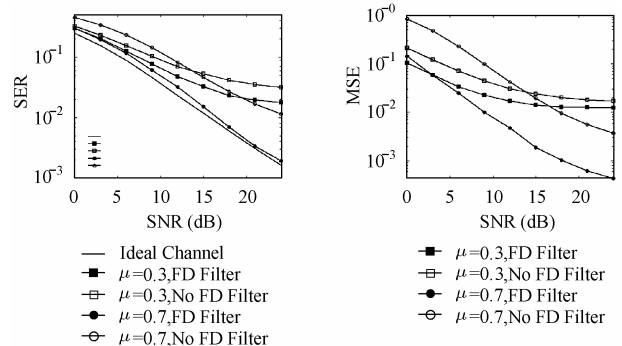


图 3 WLMS 算法与有频域滤波 WLMS 算法性能比较

6 结束语

文章给出了一种维纳最小均方误差信道跟踪和预测算法, 该算法把信道估计与预测问题转化为信号滤波问题, 利用文献[7]提出的采用多项式设计维纳滤波器的方法, 设计了一个频域内的预测滤波器, 实现了 OFDM 系统频域信道响应的可靠跟踪和预测。但原算法在设计时假设每个子载波的响应互不相关, 造成算法性能下降。改进算法利用信道响应的频域相关特性, 使算法在每次迭代时通过一个频域滤波器, 性能得到大大的提高。仿真结果表明, 改进的维纳 LMS 算法实现了 OFDM 系统中频域信道响应的可靠跟踪, 其性能要远好于基本的 LMS 跟踪算法, 而且通过选择合适的步长 μ , 算

法的性能接近理想信道估计的下限。

附录

下面我们来求解 r , Q_0^* 和 L_0^* : 由式(24), (25), (27)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_l &= \mathbf{H}_{l|l-1} + \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \\ &= q^{-1} \frac{Q_l(q^{-1})}{\beta(q^{-1})} \mathbf{f}_l + \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

由上式可以得到

$$\mathbf{f}_l = \frac{\beta(q^{-1})}{D(q^{-1})} \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \quad (\text{A-2})$$

因此

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{l+k|l} &= \mathbf{L}_k(q^{-1}) \mathbf{f}_l \\ &= \frac{\beta(q^{-1}) Q_k(q^{-1})}{D(q^{-1}) \beta(q^{-1})} \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \\ &= \frac{Q_k(q^{-1})}{D(q^{-1})} \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

而

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{H}}_l - \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1} &= \frac{Q_0(q^{-1}) - q^{-1} Q_1(q^{-1})}{D(q^{-1})} \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \\ &= \mu \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

当 $k=0$ 时, 由式(36)可以得到

$$Q_0(q^{-1}) - q^{-1} Q_1(q^{-1}) = \frac{D(q^{-1}) L_0^*}{r} \quad (\text{A-5})$$

由式(31)可以得

$$\begin{aligned} Q_0(q^{-1}) &= q^{-1} Q_1(q^{-1}) + D(q^{-1}) \frac{L_0^*}{r} \\ &= (\beta(q^{-1}) - D(q^{-1})) + D(q^{-1}) \frac{L_0^*}{r} \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

由式(30)可知

$$Q_0(q^{-1}) - \beta(q^{-1}) = -D(q^{-1}) \frac{1}{r} \quad (\text{A-7})$$

代入式 (A-6) 得

$$L_0^* = r - 1 \quad (\text{A-8})$$

将式(A-8)代入式(A-5)得

$$Q_0(q^{-1}) - q^{-1} Q_1(q^{-1}) = \frac{D(q^{-1})(r-1)}{r} \quad (\text{A-9})$$

代入式(A-4)得

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{H}}_l - \widehat{\mathbf{H}}_{l|l-1} &= \frac{D(q^{-1})(r-1)}{D(q^{-1})r} \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \\ &= \frac{(r-1)}{r} \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \\ &= \mu \mathbf{X}_l^* \boldsymbol{\varepsilon}_l \end{aligned} \quad (\text{A-10})$$

从而

$$r = 1/(1 - \mu) \quad (\text{A-11})$$

$$Q_0^* = \frac{Q_0(q^{-1}) - q^{-1} Q_1(q^{-1})}{D(q^{-1})} = \mu = \frac{(r-1)}{r} \quad (\text{A-12})$$

参考文献

- [1] Bingham J A C. Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come. *IEEE Communication Magazine*, 1990, 37(5): 5 – 14.
- [2] Hoehner P, Kaiser S, Robertson I, et al.. Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by wiener filtering. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Munich, Germany, 1997: 1845 – 1848.
- [3] Y Li, et al.. Robust channel estimation for OFDM system with rapid dispersive fading channels. *IEEE Transaction on Communication*, 1998, 46(7): 902 – 915.
- [4] Van der Veen A, et al.. Subspace-based signal analysis using singular value decomposition. *Proc IEEE*, 1993, 81(9): 1277 – 1308.
- [5] Cai X, Akansu A N. A subspace method for blind channel identification in OFDM systems. IEEE International Conference on Communications, New Orleans, USA, July 2000: 929 – 933.
- [6] Mignone V, Morello A. CD3-OFDM: A novel demodulation scheme for fixed and mobile receivers. *IEEE Trans on Communications*, 1996, 44(9): 1144 – 1151.
- [7] Ahlen A, Sternad M. Wiener filter design using polynomial equations. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1991, 39(11): 2387 – 2399.
- [8] Lindbom L, et al.. Tracking of timing-varying mobile radio channels-Part I: The Wiener LMS algorithm, *IEEE Trans on Communications*, 2001,49(12): 2207 – 2217.
- [9] 徐信, 白宾锋, 蔡跃明. 无线 OFDM 系统中基于导频信道估计方法的性能比较. *解放军理工大学学报*, 2003, 4(6): 10 – 15.
- [10] Jakes W C. Microwave mobile communications. New York: Wiley-Interscience, 1974, chapter 1.
- [11] Zheng Y R, Xiao C. Simulation models with correct statistical properties for Rayleigh fading channels. *IEEE Trans. on Communications*, 2003, 51(6): 920 – 928.
- [12] Commission of the European Communities. Digital Land Mobile Radio Communications-COST 207. 1989.

白宾锋: 男, 1977 年生, 博士生, 从事 OFDM 系统中同步和信道估计技术方面的研究。

蔡跃明: 男, 1961 年生, 教授, 博士生导师, 从事有关移动通信关键技术的研究。

徐友云: 男, 1966 年生, 教授, 博士生导师, 从事信道编码技术研究。