OFDM 系统中基于恒模的盲信道估计算法

陈志刚 张太镒 周亚同
(西安交通大学电子与信息工程学院 西安 710049)

摘 要 该文提出了一种适用于采用 PSK 调制方式的正交频分复用(OFDM)系统的准盲信道估计算法。该算法首先利用系统信号的恒模特性得到有限个可能的信道，然后利用信号的有限字符特性从可能信道中寻找出最佳信道，因而具有较低的计算复杂度。与现有的盲信道估计算法不同，该算法利用二阶统计量而不是高阶统计量估计信道，获得了较好的估计性能。仿真结果表明，该算法的性能优于基于有限字符特性的盲信道估计算法。

关键词 正交频分复用，盲信道估计，恒模
中图分类号: TN919 **文献标识码**: A **文章编号**: 1009-5896(2006)12-2367-04

Constant Modulus Based Blind Channel Estimation for Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems

Chen Zhi-gang Zhang Tai-yi Zhou Ya-tong
(*School of Electronics and Information Engineering*, *Xi'an Jiaotong University*, *Xi'an* 710049, *China*)

Abstract A novel blind channel estimation scheme is proposed for Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) systems employing PSK modulation. This scheme is composed of obtaining a small number of possible channels by exploiting the constant modulus property and choosing a best fit over the possible channels by exploiting the finite alphabet property of information signals, thus it has low computation complexity. It estimates the channel by exploiting the second-order statistics rather than the high-order statistics of the received signal, which means that the new algorithm can achieve competitive performance. Simulation results show that the new scheme outperforms the finite-alphabet based channel estimator.

Key words Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM), Blind channel estimation, Constant modulus

1 引言

正交频分复用(OFDM)系统中，接收端为实现同步解调必须知道传输信道的信息，因此信道估计对于OFDM系统至关重要。一般信道估计算法可以分为两类：非盲信道估计和盲信道估计算法。现有的非盲信道估计算法通常借助导频信号[1]或训练字符序列来完成信道估计，因而这类方法相当程度地降低了频带利用率。为了能够节省带宽，盲信道估计的研究也日益受到关注。文献[2]提出了一种基于有限字符特性的盲信道估计算法，该方法不仅提高了频带利用率而且实现简单，但是对于严重频率选择性衰落信道和子载波数较大的OFDM系统具有极高的计算复杂度。文献[3,4]提出了一类基于子空间的盲信道估计方法，该类方法利用OFDM系统中由循环前缀或虚拟子载波引入的信号冗余特性来估计信道。然而这一类子空间方法估计信道要求大样本接收数据信号，具有收敛慢以及计算复杂度高的缺点。文献[5]提出了一种盲信道估计算法，虽然该方法克服了高计算复杂度和收敛慢的缺点，却在信道估计性能上较差。

本文中我们提出了一种适用于采用PSK调制方式的OFDM系统的准盲信道估计算法。利用了PSK调制信号的恒模特性和有限字符特性，该方法将信道估计问题简化为一个从有限个可能的估计信道中寻优的问题，从而在避免高计算复杂度并同时获得了较好的估计性能。不仅如此，与基于有限字符特性的盲信道估计算法[2]相似，该方法在较高信噪比时可以仅通过一个接收字符就完成信道估计。

2 系统模型

考虑一个具有 N 个子载波的传统 OFDM 系统，采用恒模调制方式(如 PSK)将待传输的数据映射为“频域”信息符号序列 $\boldsymbol{X}(i)=[X_0(i),\cdots,X_k(i),\cdots,X_{N-1}(i)]^{\mathrm{T}}$，则信息符号序列满足 $|X_k(i)|=1,\forall k\in[0,N-1]$，其中 i,k 分别表示符号块序号和子载波序号。

假定信道可表示为有限冲激响应滤波器，且该滤波器的时域冲激响应序列和频域冲激响应序列可分别表示为 $\boldsymbol{h}=[h_0,\cdots,h_L]^{\mathrm{T}},L<N/4$ 和 $\boldsymbol{H}=[H_0,\cdots,H_{N-1}]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{Wh}$，其中 $\boldsymbol{W}$ 表示相应于 N 点快速傅里叶变换(FFT)矩阵的前 $L+1$ 列的 $N\times(L+1)$ 矩阵。

假定系统载波频偏不存在或已消除，经过快速傅里叶变换(FFT)解调，在接收端接收到的第 i 个符号块中在第 k 个子载波处的信号可表示为[1]

$$Y_k(i)=X_k(i)H_k+W_k(i),\quad 0\le k\le N-1 \tag{1}$$

其中 $W_k(i)$ 表示均值为零方差为 σ_W^2 的高斯白噪声。由于符号

2005-03-28 收到，2005-12-30 改回
国家自然科学基金(90207012)资助课题

间串扰(ISI)可以通过插入循环前缀或零填充的方式消除，因此在下面的推导中 ISI 将不予考虑。

3 盲信道估计

为简便我们先来考虑无噪音情况下的信道估计问题，由于信息序列为恒模信号，不难得到下式：

$$\left|H_k\right|^2=\left|Y_k(i)\right|^2 \tag{2}$$

而对于有噪音情况下的信道估计问题，实际中可采用下式代替式(2)：

$$\left|H_k\right|^2=\frac{1}{I}\sum_{i=0}^{I-1}\left|y_k(i)\right|^2 \tag{3}$$

其中 I 表示接收的符号块数。以式(2)，式(3)为基础，可以推导出下面的信道估计方法。

(1)信道估计算法的第 1 步　由式(2)，式(3)我们可得到实际信道的频率响应幅度。在本步骤中我们将要解以下问题：找出一个信道，该信道具有与实际信道同样的频率响应幅度。令一个随机信道具有信道冲激响应(CIR) $\hat{\boldsymbol{h}}=[\hat{h}_0,\cdots,\hat{h}_L]^{\mathrm{T}}$，$L<N/4$ 和 $\hat{\boldsymbol{H}}=[\hat{H}_0,\cdots,\hat{H}_{N-1}]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{W}\hat{\boldsymbol{h}}$。不失一般性，我们假定 $\sum_{l=0}^{L}\left|h_l\right|^2=\sum_{l=0}^{L}\left|\hat{h}_l\right|^2=1$。由于下面的代价函数：

$$J_{\mathrm{cost}}=\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{N-1}\left\{\left|\hat{H}_k\right|^2-\left|H_k\right|^2\right\}^2 \tag{4}$$

当且仅当 $\left|\hat{H}_k\right|=\left|H_k\right|$，$\forall k\in[0,N-1]$ 成立时取最小值，因而上述问题可以转化为求向量 $\hat{\boldsymbol{h}}=[\hat{h}_0,\cdots,\hat{h}_L]^{\mathrm{T}},L<N/4$ 使得该代价函数 J_{cost} 取最小值的问题。

与文献[6]相同，本文采用下面的梯度搜索算法求得向量 $\hat{\boldsymbol{h}}=[\hat{h}_0,\cdots,\hat{h}_L]^{\mathrm{T}},L<N/4$ 满足代价函数 J_{cost} 取最小值。首先迭代算法在第 $m+1$ 步中将待求向量 $\hat{\boldsymbol{h}}$ 根据下式更新

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{h}}(m+1)&=\hat{\boldsymbol{h}}(m)-\mu\nabla_{\hat{\boldsymbol{h}}}J(m)\\&=\hat{\boldsymbol{h}}(m)-\mu\sum_{k=0}^{N-1}\left\{\left[\left|\hat{H}_k(m)\right|^2-\left|H_k(m)\right|^2\right]\hat{H}_k(m)W_k^{\mathrm{H}}\right\}\end{aligned} \tag{5}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{h}}(m)$ 表示第 m 步迭代中得到的信道冲激响应序列估计值，令随机信道初始冲激响应序列向量为 $\hat{\boldsymbol{h}}(0)=[1,0,\cdots0]^{\mathrm{T}}$，$\mu$ 是正的步长，$\nabla_{\hat{\boldsymbol{h}}}$ 表示对向量 $\hat{\boldsymbol{h}}$ 的每一个元素求梯度的算子：

$$\nabla_{\hat{\boldsymbol{h}}}J(m)=\sum\left\{\left[\left|\hat{H}_k(m)\right|^2-\left|H_k(m)\right|^2\right]\hat{H}_k(m)W_k^{\mathrm{H}}\right\}$$

其中 $W_k^{\mathrm{H}}=\left[1,e^{2\pi k/N},\cdots,e^{2\pi kL/N}\right]$。然后对上述更新过的信道估计向量 $\hat{\boldsymbol{h}}(m+1)$ 进行如下归一化：

$$\hat{\boldsymbol{h}}(m+1)=\hat{\boldsymbol{h}}(m+1)\Big/\left\|\hat{\boldsymbol{h}}(m+1)\right\| \tag{6}$$

当迭代步长 μ 选择合适且迭代次数 m 足够大时，信道估计向量 $\hat{\boldsymbol{h}}(m+1)$ 必收敛于某一向量 $\hat{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{limit}}$，该向量满足 $\nabla_{\hat{\boldsymbol{h}}}J(m)\Big|_{\hat{\boldsymbol{h}}=\hat{\boldsymbol{h}}\_\mathrm{limit}}=\left[0\cdots0\right]^{\mathrm{T}}$ 且由式(6)知 $\left\|\hat{\boldsymbol{h}}\_\mathrm{limit}\right\|^2=1$。同时，我们可以证明在 $\nabla_{\hat{\boldsymbol{h}}}J\Big|_{\hat{\boldsymbol{h}}}=\left[0\cdots0\right]^{\mathrm{T}}$，$\left\|\hat{\boldsymbol{h}}\right\|^2=1$ 的条件下，下面的结论成立(证明过程见附录 A)：

$$\left|\hat{H}_k\right|^2=\left|H_k\right|^2,\quad\forall k\in[0,N-1] \tag{7}$$

因此该迭代算法估计出来的信道 $\hat{\boldsymbol{h}}=\hat{\boldsymbol{h}}\_\mathrm{limit}$ 正是本步骤中要求的信道，即具有与实际信道同样的频率响应幅度的信道。

(2)信道估计算法的第 2 步　本步骤中我们将解决如下问题：给出第 1 步中估计信道冲激响应与实际信道的冲激响应之间的关系；进而给出完整的信道估计算法。首先我们给出如下定理。令 $\hat{H}(z)$ 和 $H(z)$ 分别代表向量 $\hat{\boldsymbol{h}}=[\hat{h}_0,\cdots,\hat{h}_L]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{h}=[h_0,\cdots,h_L]^{\mathrm{T}}$ 的 z 变换函数，且令 $\{\hat{z}_i\}_{i=1}^{L}$，$\{z_i\}_{i=1}^{L}$ 分别表示 $\hat{H}(z)$ 和 $H(z)$ 的 L 个零点。

定理 1　如果 $\left|\hat{H}_k\right|^2=\left|H_k\right|^2$，$\forall k\in[0,N-1]$ 成立，我们可得到以下结论(证明推导见附录 B)：

$$H(z)=\alpha\prod_{i=1}^{L}B_i \tag{8}$$

其中 $B_i=1-\hat{z}_iz^{-1}$　或　$z^{-1}-\hat{z}_i^*$，且 α 是复比例因子，该因子幅度可由条件 $\sum_{l=0}^{L}\left|h_l\right|^2=\sum_{l=0}^{L}\left|\hat{h}_l\right|^2=1$ 给定，只有相位待定。

由上述定理可知，具有与实际信道同样频率响应幅度的估计信道有 2^L 个，且除复比例因子待定外，该 2^L 个估计信道完全可识别。至此，实际信道估计的问题简化为一个从 2^L 个估计信道中挑选一个满足条件的信道的问题。

与文献[2]相同，本算法也采用了借助一个导频符号来解决信道估计中的复比例因子模糊性的问题。解决了复比例因子待定问题后，令 2^L 个估计信道频域冲激响应统一表示为 $\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{possible}}=[\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{possible}}(0),\cdots,\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{possible}}(N-1)]^{\mathrm{T}}$。然后我们利用文献[2]中的有限字符特性来从 2^L 个可能的信道中寻找满足条件的信道，如下式：

$$\hat{\boldsymbol{H}}=\arg\min_{\hat{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{possible}}}\sum_{k=0}^{N-1}\left|\hat{\boldsymbol{H}}^J_{\mathrm{possible}}(k)-H_k^J\right|^2 \tag{9}$$

其中 J 在文献[2]中给出了定义，表示 PSK 星座大小(如对于 QPSK，$J=4$)，且 $H_k^J=\frac{1}{I}\sum_{i=0}^{I-1}y_k^J(i)$。

考虑到实际中本文算法的第 1 步的计算复杂度相对第 2 步小得多，因而本文算法的计算复杂度近似与 2^L 成正比，而基于字符有限特性的信道估计算法(最小距离算法)[2]却与 J^N 成正比，相对而言，本文算法计算复杂度低得多。不仅如此，本文算法利用接收信号的二阶统计量来估计信道，而基于字符有限特性的信道估计算法(最小距离算法)利用接收信号的高阶统计量来估计信道，因而对于实际中有限样本的接收数据信号，本文算法相对于基于字符有限特性的信道估计算法具有更高的估计精度。

4 仿真结果

下面用蒙特卡罗仿真比较本文算法与基于有限字符特性的信道估计(FPBCE)算法[2]的性能。仿真采用频域归一化最小均方信道估计误差(NLSCE)作为信道估计算法性能的衡量指标，且NLSCE是对 500 个服从瑞利分布的随机信道进行估计测试后求统计平均得到。信噪比定义为 SNR =

$10\log_{10}(E_s/E_n)$，其中 E_s 和 E_n 分别表示平均字符能量和平均噪声能量。

新算法与FPBCE算法[2]中最小距离(MD)方法的NLSCE性能比较如图 1，两种算法在仿真条件为字符块数 $I=200$，子载波数 $N=16$，多径数 $L=1$(两径信道)下分别进行仿真，调制方式分别选为BPSK和QPSK。由图 1 可知，对于BPSK调制方式，MD算法以高计算复杂度为代价获得了相对于新算法略好的性能；而对于QPSK调制方式，由于MD算法利用四阶统计量($J=4$)估计信道，而新算法利用二阶统计量估计信道，因此新算法在较低信噪比时获得了比MD算法较好的性能。

图 2 比较了新算法与FPBCE算法[2]中修改最小距离方法的NLSCE性能，两种算法的仿真条件为字符块数 $I=200$ 和子载波数 $N=64$，多径数 $L=3$ (四径信道)，调制方式分别选为BPSK和QPSK。由于FPBCE算法[2]中修改最小距离(MMD)方法的计算复杂度与 J^L 成正比，同时新算法复杂度近似与 2^L 成正比，因此对于BPSK($J=2$)调制方式，MMD算法与本文新算法具有几乎相同的计算复杂度；而对于QPSK($J=4$)调制方式，MMD算法具有比本文新算法较高的计算复杂度。由图 2 可知，对于BPSK和QPSK两种调制方式，新算法均具有比MMD方法好的性能。

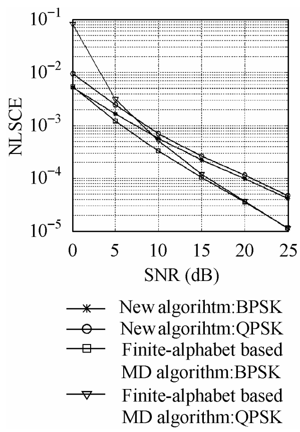

图 1　新算法与 FPBCE 算法中最小距离（MD）方法的 NLSCE 性能比较

Fig.1 Frequency domain NLSCE performance of the proposed estimator and the finite-alphabet based MD estimator

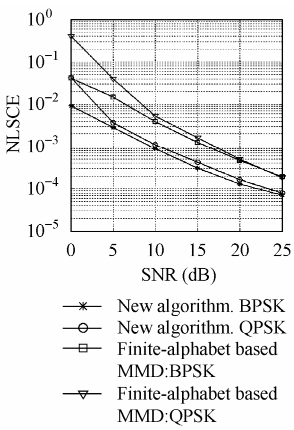

图 2　新算法与 FPBCE 算法中修改最小距离（MMD）方法的 NLSCE 性能比较

Fig.2 Frequency domain NLSCE performance of the proposed estimator and the finite-alphabet based MMD estimator

5　结束语

本文描述了一种新的适用于恒模 OFDM 系统的盲信道估计算法。该算法与传统的信道盲估计算法相比，具有较低的计算复杂度和较好的估计性能。利用二阶统计量而不是高阶统计量来估计信道，因而具有收敛快的特点，数据仿真结果验证了这些性能。不仅如此，利用传统的 OFDM 系统中信息字符的统计恒模特性，该算法可以推广到传统的 OFDM 系统。

附录 A　公式(7)的推导

由条件 $\nabla_{\hat{h}} J=\sum_{k=0}^{N-1}\left[\left|\hat{H}_k\right|^2-\left|H_k\right|^2\right]\hat{H}_k W_k^H=\Big[\underbrace{0,0,\cdots,0}_{L+1}\Big]^{\mathrm{T}}$ 可得到下式：

$$\mathrm{IFFT}\left\{\left[\left|\hat{H}_k\right|^2-\left|H_k\right|^2\right]\hat{H}_k\right\}_{k=0}^{N-1}=\Big[\underbrace{0,0,\cdots,0}_{L+1},a_1,\cdots a_{N-L}\Big]^{\mathrm{T}} \tag{A-1}$$

其中 a_n 表示待定复数。另外，我们又可以推导出如下结论

$$\begin{aligned}&\mathrm{IFFT}\left\{\left[\left|\hat{H}_k\right|^2-\left|H_k\right|^2\right]\hat{H}_k\right\}_{k=0}^{N-1}\\&=\mathrm{IFFT}\left\{\left|\hat{H}_k\right|^2-\left|H_k\right|^2\right\}_{k=0}^{N-1}\otimes\mathrm{IFFT}\left\{\hat{H}_k\right\}_{k=0}^{N-1}\\&=\left\{b_1,b_2,\cdots,b_{L+1},0,\cdots 0,b_{L+1}^*,\cdots b_2^*\right\}\otimes\left\{\hat{h}_0,\cdots,\hat{h}_L,0,\cdots,0\right\}\end{aligned} \tag{A-2}$$

其中

$$\mathrm{IFFT}\left\{\left|\hat{H}_k\right|^2-\left|H_k\right|^2\right\}_{k=0}^{N-1}=\left\{b_1,b_2,\cdots,b_{L+1},0,\cdots 0,b_{L+1}^*,\cdots b_2^*\right\} \tag{A-3}$$

b_n，$n\in[2,L+1]$ 表示一组待定的复数，且由已知条件 $\sum_{l=0}^{L-1}\left|h_l\right|^2=\sum_{l=0}^{L-1}\left|\hat{h}_l\right|^2=1$ 可得 $b_1=\sum_{k=0}^{N-1}[\left|\hat{H}_k\right|^2-\left|H_k\right|^2]=0$，$\otimes$ 代表循环卷积。联合式(A-1)和式(A-2)不难得到

$$\boldsymbol{A}\left[\hat{h}_0\ \ \hat{h}_1\ \cdots\ \hat{h}_L\right]^{\mathrm{T}}=\left[0\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0\right]^{\mathrm{T}} \tag{A-4}$$

其中 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & b_2^* & b_3^* & \cdots & b_{L+1}^*\\ b_2 & 0 & b_2^* & \cdots & b_L^*\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ b_{L+1} & b_L & \cdots & b_1 & 0\end{bmatrix}$。

由于 $[\hat{h}_0\ \ \hat{h}_1\ \cdots\ \hat{h}_L]$ 有非零解，则必有

$$\det(\boldsymbol{A})=0 \tag{A-5}$$

又由式(A-3)知 $b_n,\forall n\in[2,L+1]$ 可由 $\hat{h}_0,\hat{h}_1,\cdots,\hat{h}_L$ 唯一的表示，因而由式(14)可给出 $[b_2\ b_3\ \cdots\ b_{L+1}]$ 的有限组解，其中必有一组全零解。令其第 i 组非零解表示为

$$[b_2\ b_3\ \cdots\ b_{L+1}]=f_i(h_0,h_1,\cdots,h_L) \tag{A-6}$$

由于 $h_0,h_1,\cdots,h_L$ 是实际信道的时域冲激响应，具有随机性，因而式(A-6)给出的非零解满足式(A-5)的概率为零，即 $[b_2\ b_3\ \cdots\ b_{L+1}]$ 只有全零解。因此由式(A-3)，式(7)得证。

附录 B　定理 1 的证明

根据给定的条件：$\left|\hat{H}_k\right|^2=\left|H_k\right|^2$，$\forall k\in[0,N-1]$，可得函数 $H(z)/H(\hat{z})$ 是一个 L 阶的全通转换函数。由文献[7]我们知道一个 L 阶的稳定的全通转换函数可以表示为如下形式：

$$H_{ap}(z)=e^{j\phi}\prod_{i=1}^{L}\left[\frac{z^{-1}-\lambda_i^*}{1-\lambda_i z^{-1}}\right],\quad \left|\lambda_i\right|<1 \tag{B-1}$$

其中 ϕ 是一个取值范围为 $[0,2\pi)$ 的待定实数。进一步如果不考虑系统的稳定性，显然一个全通转换函数可表示为如下形式：

$$H_{ap}(z)=e^{j\phi}\prod_{i=1}^{L}A_i \tag{B-2}$$

其中 $A_i=\dfrac{1-\lambda_i z^{-1}}{1-\lambda_i z^{-1}}$ 或 $\dfrac{z^{-1}-\lambda_i^*}{1-\lambda_i z^{-1}}$。由式(B-2)可得到

$$z_i=\hat{z}_i \ \text{ or } \ 1/(\hat{z}_i)^*, \quad \forall i\in[1,L] \tag{B-3}$$

因此定理 1 得证。

参 考 文 献

[1] Park J J K, Hong D. Performance analysis of channel estimation in OFDM systems. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12(1): 60−62.

[2] Zhou S, Giannakis G B. Finite-alphabet based channel estimation for OFDM and related multicarrier systems. *IEEE Trans. on Communications*, 2001, 49(8): 1402−1414.

[3] Li C, Roy S. Subspace-based blind channel estimation for OFDM by exploiting virtual carriers. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2003, 2(1): 141−150.

[4] Muquet B, Courville M D, Duhamel P. Subspace-based blind and semi-blind channel estimation for OFDM systems. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(7): 1699−1712.

[5] Necker M C, Stuber G L. Totally blind channel estimation for OFDM on fast varying mobile radio channels. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2004, 3(5): 1514−1525.

[6] Treichler J R, Agee B G. A new approach to multipath correction of constant modulus signals. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1983, 31(2): 459−472.

[7] Kue R. Introduction to Digital Signal Processing. New York: Mcgraw-Hill Book Company, 1988: 242−244.

陈志刚： 男， 1977 年生，博士生，研究方向为 OFDM 系统同步技术及信道估计等.

张太镒： 男， 1944 年生，教授，博士生导师，研究方向为数字信号处理、宽带网络通信技术和图像处理与系统.

周亚同： 男， 1973 年生，博士生，研究方向为数字信号处理.