

## FFH/BFSK AGC 接收机在部分带干扰 Nakagami 衰落信道下的性能分析

夏志忠<sup>①</sup> 朱丽平<sup>②</sup> 卢晓威<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(大连海事大学信息工程学院 大连 116026)

<sup>②</sup>(清华大学电子系 微波和数字通信国家重点实验室 北京 100084)

**摘要:** 该文对基于自适应增益控制(AGC)的非相干快速跳频二进制正交移频键控(FFH/BFSK)扩频(SS)接收机在同时存在部分带干扰(PBJ)和加性高斯白噪声(AWGN)的频率非选择性慢衰落 Nakagami 信道下的比特误码率(BER)性能进行了分析,推导出一重积分形式的 BER 准确表达式,分析了衰落参数和分集数目取任意值时对系统性能的影响,数值分析结果比较了 AGC 接收机与乘积合并(PC)接收机在最坏情况下的 BER 性能。与以往误码率分析方法相比,本文所用方法的优点在于用统一的分析模式可以分析系统在不同衰落信道下的性能,简化了分析步骤。

**关键词:** Nakagami 衰落; 分集接收; 误码率

中图分类号: TN914.42

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)04-0963-04

## Performance of FFH/BFSK AGC Receiver over a Nakagami-fading Channel with Partial-Band Jamming

Xia Zhi-zhong<sup>①</sup> Zhu Li-ping<sup>②</sup> Lu Xiao-wei<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(College of Information Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

<sup>②</sup>(State Key Laboratory on Microwave and Digital Communications, Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The Bit Error Rate (BER) performance of a noncoherent Fast Frequency-Hopped Binary orthogonal Frequency-Shift-Keying (FFH/BFSK) Spread Spectrum (SS) receiver with Adaptive Gain Control (AGC) is investigated in the presence of Partial-Band Jamming (PBJ) and Additive White Gaussian Noise (AWGN) over frequency non-selective slow Nakagami-fading channels. Exact BER expressions in a one fold integral is derived. The effects of arbitrarily values of fading parameter and diversity level on system performance are considered. Numerical results compare the worst case BER performance of the AGC receiver with that of the Product Combining (PC) receiver. Compared with the former BER analysis method, the advantage of this paper lies in the uniform analysis mode so that the analysis of the performance of the system under different fading channels is simply a analysis step.

**Key words:** Nakagami fading; Diversity; Bit Error Rate (BER)

### 1 引言

众所周知,分集接收可减少由于PBJ引起的非相干快速跳频二进制或多进制正交移频键控(FFH/FSK)SS接收机的性能恶化并改善系统在强衰落信道<sup>[1]</sup>中的性能。迄今为止,众多学者对FFH/FSK接收机在Rician衰落或Rayleigh衰落信道下的误码率性能进行了分析和研究,如文献[1-4]中所示。文献[1, 2]研究了采用噪声归一化合并(也称为AGC)和自归一化合并的SS接收机在包含PBJ和AWGN的Rician衰落信道下的性能。文献[3, 4]分别衡量了PC接收机在包含PBJ和AWGN的莱斯衰落信道和瑞利衰落信道下的误码率(BER)性能。然而,现有文献很少分析存在PBJ和AWGN的Nakagami衰落信道下的FFH/FSK SS接收机的分集接收性

能,只有文献[5]对PC接收机的BER性能进行了分析。Nakagami模型是一种覆盖面广的信道多径衰落模型,能准确地反映了陆地移动和室内移动多径传输信道特征,也适用于电离层无线链路,是当前最实用的一种模型。

本文分析了存在PBJ和AWGN的Nakagami衰落信道下采用AGC合并的FFH/BFSK接收机BER性能。以往的误码率分析在分集之前对解跳后的衰落信号幅度的条件概率密度求平均,然后再求分集后信号的概率密度函数和符号错误概率。这种方法的不足之处在于,如果要对系统在不同衰落环境下进行BER性能分析,即使系统采用的分集方法相同,也需要针对不同衰落模型重新进行分析。本文采用的分析方法是在分集之前先将衰落信号幅度的条件概率密度函数转化为衰落信号信噪比的条件概率密度函数,然后求分集后信号的条件概率密度和条件符号错误概率,最后再对条

件符号错误概率求平均。将求平均放在最后一步的优点是对不同的衰落模型，前面的分析步骤和推导出的公式都是有效的，只需将不同衰落信道下信号信噪比的概率密度函数代入统一的误码率公式，就可以分析系统在不同衰落环境下的 BER，简化了分析过程。

## 2 系统模型

文献[6]详细介绍了  $L$  跳/比特快速跳频 AGC 接收机及其模型，这里只对系统参数作简单介绍。在发射端，可以选择  $f_1$  和  $f_2$  两个频率来调制数据速率为  $R_b = 1/T_b$  的二进制数据流， $T_b$  为一个数据比特持续时间。发射时，每个比特间隔被分成  $L$  个跳频子间隔，每一跳持续时间为  $T_h = T_b/L = 1/B$ ， $B$  是跳频信号带宽。每个跳频信号都经过一个存在 AWGN 和 PBJ 的频率非选择性 Nakagami 慢衰落信道。AWGN 和 PBJ 的均值都为零，单边功率谱密度(PSD)分别为  $N_0$  和  $N_J$ ，但是 PBJ 只对总传输频带的一部分  $\kappa$  ( $0 < \kappa \leq 1$ ) 进行干扰，因此第  $k$  个跳频信号的总噪声方差为  $\sigma_k^2 = \delta^2 = (N_0 + N_J/\kappa)B$  的概率是  $\kappa$ ，总噪声方差为  $\sigma_k^2 = \delta^2 = N_0B$  的概率是  $1 - \kappa$ 。用  $\sqrt{2}a_k$  来描述第  $k$  个 Nakagami 衰落跳频信号的幅度，则  $a_k$  的概率密度函数(pdf)由下式给出

$$p_{A_k}(a_k) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m a_k^{2m-1} e^{-ma_k^2/\Omega} u(a_k), \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (1)$$

式中  $m$  是衰落参数， $\Omega = E\{a_k^2\}$  为衰落幅度的均方值， $\Gamma(\cdot)$  为伽马函数， $u(\cdot)$  为单位阶跃函数。当  $m = 1$  和  $m = \infty$  时，式(1)分别代表瑞利衰落和无衰落情况下的信号幅度分布。因此，第  $k$  跳的瞬时信号功率与噪声干扰密度比(SNJR)为  $\gamma_k = a_k^2/\sigma_k^2$ ，其 pdf 为

$$p_{\gamma_k}(\gamma_k) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_k}\right)^m \gamma_k^{m-1} e^{-\frac{m\gamma_k}{\bar{\gamma}_k}}, \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

式中  $\bar{\gamma}_k = E\{\gamma_k\} = \Omega/\sigma_k^2$  为第  $k$  跳的平均 SNJR。

在接收端，两个信道检测到的  $L$  个跳频采样值  $\{r_{1k}, r_{2k}\}_{k=1}^L$  分别由  $1/\sigma_k^2$  进行加权，即进行噪声归一化(见文献[6]的图1)，然后相加构成判决变量

$$z_n = \sum_{k=1}^L r_{nk}/\sigma_k^2, \quad n = 1, 2 \quad (3)$$

两个变量的差  $z = z_1 - z_2$  与零比较进行比特判决。

## 3 BRE 分析

为了简化符号，我们用  $\chi^2(\mu, \nu)$  来表示一个具有  $\mu$  律自由度和偏参数  $\nu$  的 chi 平方变量。假设信号传输频率为  $f_1$ ，则决策变量  $z_1$  和  $z_2$  具有如下分布<sup>[6]</sup>：

$$z_1 \sim \chi^2(2L, 2\gamma), \quad z_2 \sim \chi^2(2L, 0) \quad (4)$$

式中  $\gamma = \sum_{k=1}^L \gamma_k$  为合并器输出端的瞬时 SNJR。假设  $L$  跳中的有  $i$  跳被干扰，则  $\gamma = \sum_{k=1}^i \hat{\gamma}_k + \sum_{k=i+1}^L \tilde{\gamma}_k$ ，其中  $\hat{\gamma}_k = \frac{a_k^2}{\sigma^2}$ ，

$\tilde{\gamma}_k = \frac{a_k^2}{\sigma^2}$ 。给定  $\gamma$  和  $i$ ，则  $z_1$  的条件 pdf 和  $z_2$  的 pdf 分别可以表示为

$$p_{z_1}(z_1|\gamma, i) = 2^{-\frac{L+1}{2}} \left(\frac{z_1}{\gamma}\right)^{(L-1)/2} e^{-\left(\gamma + \frac{z_1}{2}\right)} \times I_{L-1}(\sqrt{2\gamma z_1}) u(z_1) \quad (5)$$

和

$$p_{z_2}(z_2) = \frac{\left(z_2/2\right)^{L-1}}{2(L-1)!} e^{-\frac{z_2}{2}} u(z_2) \quad (6)$$

式中  $I_{L-1}(\cdot)$  是第一类的第  $L-1$  阶修正 Bessel 函数。

给定  $\gamma$  和  $i$  时，比特误码率的条件概率为

$$P_b(e|\gamma, i) = \int_0^\infty p_{z_1}(z_1|\gamma, i) \left[ \int_{z_1}^\infty p_{z_2}(z_2) dz_2 \right] dz_1 \quad (7)$$

对式(7)进行化简可得到

$$P_b(e|\gamma, i) = \sum_{k=0}^{L-1} \frac{1}{2^{L+k}} e^{-\gamma} \binom{k+L-1}{k} \times {}_1F_1\left(L+k, L; \frac{\gamma}{2}\right) \quad (8)$$

式中  ${}_1F_1(a, b; x)$  为库默尔合流超几何函数<sup>[7]</sup>。给定  $i$  时的条件误码率由下式给出

$$P_b(e|i) = \int_0^\infty P_b(e|\gamma, i) \cdot p_\gamma(\gamma) d\gamma \quad (9)$$

式中  $p_\gamma(\gamma)$  可由  $\gamma$  的特征函数(CF)  $\phi_\gamma(jt) = \int_{-\infty}^\infty p_\gamma(\gamma) \cdot e^{jt\gamma} d\gamma$  得到，如下式所示

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_\gamma(jt) e^{-jt\gamma} dt \quad (10)$$

这种分析方法的优点在于将不同衰落模型的  $p_\gamma(\gamma)$  代入式(9)便可分析系统在不同衰落信道下的 BER 性能。从文献[8]中我们知道，Nakagami 衰落下的  $\phi_\gamma(jt)$  可以表示为

$$\phi_\gamma(jt) = \prod_{l=1}^L (1 - jt\lambda_l)^{-m} \quad (11)$$

式中  $\{\lambda_l\}_{l=1}^L$  是  $L \times L$  对角矩阵的特征向量，对角矩阵的形式是  $\{\bar{\gamma}_l/m\}_{l=1}^L$ 。把式(11)代入式(10)，然后把式(8)和式(10)代入式(9)， $P_b(e|i)$  可以写成

$$P_b(e|i) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{L-1} \frac{1}{2^{L+k}} \binom{k+L-1}{k} \int_0^\infty e^{-\gamma} {}_1F_1\left(L+k, L; \frac{\gamma}{2}\right) \cdot \left[ \int_{-\infty}^\infty \prod_{l=1}^L (1 - jt\lambda_l)^{-m} e^{-jt\gamma} dt \right] d\gamma \quad (12)$$

交换式(12)中的积分次序得到

$$P_b(e|i) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{L-1} \frac{1}{2^{L+k}} \binom{k+L-1}{k} \int_{-\infty}^\infty \prod_{l=1}^L (1 - jt\lambda_l)^{-m} \cdot \left[ \int_0^\infty e^{-(1+jt)\gamma} {}_1F_1\left(L+k, L; \frac{\gamma}{2}\right) d\gamma \right] dt \quad (13)$$

利用文献[7]中的公式 7.521，式(13)可以写成

$$P_b(e|i) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{L-1} \frac{1}{2^{L+k}} \binom{k+L-1}{k} \int_{-\infty}^\infty \prod_{l=1}^L (1 - jt\lambda_l)^{-m} \cdot \frac{1}{jt+1} {}_2F_1\left(1, L+k; L; \frac{1}{2(jt+1)}\right) dt \quad (14)$$

式中  ${}_2F_1(a, b; c; x)$  是高斯超几何函数。由于错误概率为实数, 式(14)可以进一步简化为

$$P_b(e|i) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{L-1} \frac{1}{2^{L+k}} \binom{k+L-1}{k} \int_0^\infty \text{Re} \left[ \prod_{l=1}^L (1-jt\lambda_l)^{-m} \cdot \frac{1}{jt+1} {}_2F_1 \left( 1, L+k; L; \frac{1}{2(jt+1)} \right) \right] dt \quad (15)$$

因此, 系统的 BER 可以由下式给出

$$P_b(e) = \sum_{i=0}^L \binom{L}{i} \kappa^i (1-\kappa)^{L-i} P_b(e|i) \quad (16)$$

当  $L=1$  时, 式(16)可以表示为

$$P_b(e) = \frac{1}{2} \kappa \left( 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{\gamma}}{m} \right)^{-m} + \frac{1}{2} (1-\kappa) \left( 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{\gamma}}{m} \right)^{-m} \quad (17)$$

式中  $\bar{\gamma} = \Omega/\sigma^2$ ,  $\bar{\gamma} = \Omega/\sigma^2$ 。在无衰落的 AWGN 信道 ( $L=1, m \rightarrow \infty$ ) 中, 式(17)变成下面形式

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P_b(e) = \frac{1}{2} \kappa e^{-\bar{\gamma}/2} + \frac{1}{2} (1-\kappa) e^{-\bar{\gamma}/2} \quad (18)$$

这和文献[6]中的式(15)是相符的。

### 4 数值结果

利用式(15)–式(18)可以计算出具有 PBJ 和 AWGN 的 Nakagami 衰落信道下的接收机误码率性能。假设每比特信噪比  $E_b/N_0$  取 16dB。以下仿真中给出的是最坏情况下接收机 BER 性能, 最坏情况指的是在  $\kappa$  为某一特定值的部分带干扰作用下接收机 BER 最大,  $\kappa$  可以通过数值搜索使得式(16)的值最大化得到。

图 1 给出了衰落参数  $m=0.5, 1, 5, 10, \infty$  时, 无分集 ( $L=1$ ) AGC 接收机的最坏情况 BER 与每比特信号功率与干扰密度比(SJR)的关系曲线。从图中可以看出, 随着  $m$  的增大, 接收机的 BER 性能变得越来越好。这是因为  $m$  增加, 衰落减小。当  $m=10$  时, 系统在 Nakagami 信道下的性能已接近于系统在无衰落 AWGN 下的性能。

图 2 给出了  $m=3, L=1, 3, 7, 10$  时, AGC接收机的最坏情况 BER 与 SJR 的关系曲线。结果表明在较宽 SJR 范围内, 分集数目取 3 已经能使系统 BER 性能得到足够改善, 而在  $E_b/N_f > 19\text{dB}$  分集增益超过非相干合并损耗时, 最优分集数为 7。

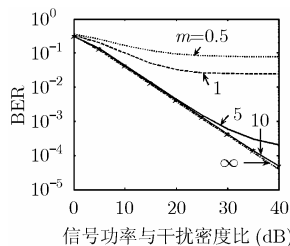


图 1  $L=1, m$  不同时 Nakagami 衰落信道中 AGC 接收机的最坏情况 BER

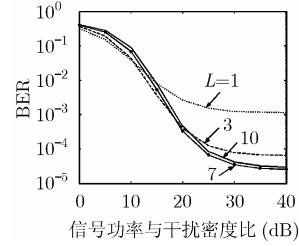


图 2  $m=3, L$  不同时 Nakagami 衰落信道中 AGC 接收机的最坏情况 BER

图 3 比较了  $m=0.5, 1, 3, L=5$  时 AGC 接收机和 PC 接收机的最差情况 BER 性能。显然, 在具有 PBJ 和 AWGN 的 Nakagami 衰落信道中, 快速跳频 AGC 接收机的性能优于 PC 接收机的性能。然而, 必须注意到, AGC 接收机的性能计算是基于这样一个假设, 即每一跳的总噪声可以精确测量出来, 即 AGC 接收机需要知道信道状态信息, 而 PC 接收机工作时不需要附加信息。

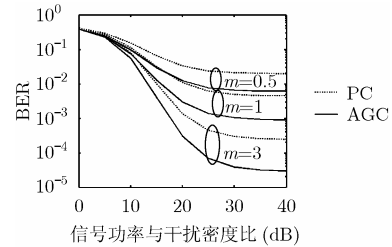


图 3  $L=5$  和不同  $m$  时 Nakagami 衰落信道 AGC 和 PC 接收机的最坏情况 BER 性能比较

### 5 结束语

本文给出了存在 PBJ 和 AWGN 的 Nakagami 衰落信道下 FFH/BFSK AGC 接收机的 BER 数学表达式, 评价了不同衰落参数和分集数目对最坏情况 AGC 接收机 BER 性能的影响, 并与 PC 接收机的 BER 性能进行了比较。数值仿真结果表明分集可以提高 AGC 接收机在 Nakagami 衰落信道下的性能, AGC 合并比 PC 合并能更好地改善系统 BER 性能。

### 参考文献

- [1] Robertson R C and Ha T T. Error probabilities of fast frequency-hopped MFSK with noise-normalization combining in a fading channel with partial-band interference. *IEEE Trans. on Commun.*, 1992, 40(2): 404–412.
- [2] Robertson R C and Ha T T. Error probabilities of fast frequency-hopped FSK with self-normalization combining in a fading channel with partial-band interference. *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 1992, 10(4): 714–723.
- [3] Teh K C, Kot A C, and Li K H. Performance of FFH/BFSK product combining receiver over a Rician-fading channel with partial-band jamming. *Electron. Lett.*, 1997, 33(11): 935–937.
- [4] Teh K C, Kot A C, and Li K H. Partial-band jamming rejection of FFH/BFSK with product combining receiver over a Rayleigh-fading channel. *IEEE Communications Letters*,

- 1997, 1(3): 64–66.
- [5] Lim T C, He W, and Li K H. Rejection of partial-band noise jamming with FFH/BFSK product combining receiver over Nakagami-fading channel. *Electron. Lett.*, 1998, 34(10): 960–961.
- [6] Lee J S, Miller L E, and Kim Y K. Probability of error analyses of a BFSK frequency-hopping system with diversity under partial-band jamming interference—part II: performance of square-law nonlinear combining soft decision receivers. *IEEE Trans. on Commun.*, 1984, COM-32(12): 1243–1250.
- [7] Gradshteyn I S and Ryzhik I M. Table of Integrals, Series, and Products. New York: Academic Press, 1980: 1057–1058.
- [8] Zhang Q T. Exact analysis of postdetection combining for DPSK and NFSK systems over arbitrarily correlated Nakagami channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 1998, 46(11): 1459–1467.
- 夏志忠: 男, 1950 年生, 教授, 研究方向为无线通信技术和信号处理.
- 朱丽平: 女, 1970 年生, 副教授, 研究方向为无线通信技术和信号处理.
- 卢晓威: 女, 1981 年生, 硕士研究生, 研究方向为软件无线电技术.