

## MIMO-OFDM 系统中基于导频辅助的信道估计

周 鹏 赵春明 盛 彬  
(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

**摘 要:** 该文对 MIMO-OFDM 系统中基于导频辅助的 LMMSE 信道估计算法进行了研究, 导出了其估计均方差的下界。为降低算法复杂度, 首先利用奇异值分解给出一种低阶近似的信道估计器结构; 其次提出了一种基于最优导频设计的简化算法。该简化算法不仅降低了算法复杂度, 且能有效地获得最优估计性能。最后文中给出了估计信道特性的方法。

**关键词:** MIMO-OFDM; 导频辅助的信道估计; LS; LMMSE; MSE 下界

中图分类号: TN911.5

文献标识码: A

文献编号: 1009-5896(2007)01-0133-05

## Channel Estimation Based on Pilot-Assisted for MIMO-OFDM Systems

Zhou Peng Zhao Chun-ming Sheng Bin

(National Mobile Communication Research Lab., Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** The LMMSE channel estimation algorithms based on Pilot-Assisted is investigated for MIMO-OFDM systems, and the Low-Bound of MSE for LMMSE channel estimation is derived. A low rank channel estimator, at first, by using Singular Value Decomposition (SVD) is presented to reduce the complexity; Secondly, a simplified algorithm by using optimal pilot design is proposed. The simplified algorithm reduces not only the complexity evidently, but also attains the best estimation performance; Finally, The methods for estimating channel properties are developed.

**Key words:** MIMO-OFDM; Pilot-assisted channel estimation; LS; LMMSE; Low-Bound of MSE

### 1 引言

众所周知, 未来移动通信系统中存在两个最主要的挑战: 多径衰落和带宽效率。正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)技术通过把整个信道分成若干个并行子信道, 因此加大了符号宽度, 从而有效地减少或消除由无线信道中多径传播引起的符号间干扰(Inter-Symbol Interference, ISI)<sup>[1]</sup>。另一方面, 多天线技术(Multiple Input Multiple Output, MIMO)可以大大增加无线通信系统的容量, 并改善无线通信系统的性能<sup>[2]</sup>。因此, 将 MIMO 技术与 OFDM 技术相结合是目前移动通信领域最具有前途的研究方向之一。

在通信系统中, 采用相干解调比采用非相干解调有 3-4dB 的性能增益<sup>[3]</sup>, 当采用相干解调时接收机必须对信道进行估计。利用导频辅助的信道估计技术(Pilot-Assisted Channel Estimation, PACE)是一种有效方法。MIMO-OFDM 系统中基于导频辅助的信道估计算法研究业已相当成熟, 文献[4-7]研究了准静态信道下基于 MMSE(Minimum Mean Square Error)准则的 MIMO-OFDM 信道估计算法。其中, 文献[4]提出了在一个 OFDM 符号内基于 MMSE 准则进行信道估计; 文献[5]利用 MIMO-OFDM 系统中相邻子信

道的频率响应近似相等的特性, 对文献[4]中的估计算法进行了简化; 而文献[6]为了简化算法以及获得更好的性能, 设计了一种正交导频序列; 最后, 文献[7]利用 MIMO 系统中各子信道相互独立, 且具有相同的时延功率包络(Power Delay Profile, PDP)从而进一步改进了信道估计算法。文献[8,9]直接利用 LS(Least Square)算法对信道进行估计, 其中文献[9]主要对基于 LS 算法的信道估计进行了最优导频设计。但文献[4-7]都是在一个或几个 OFDM 符号内基于 MMSE 准则对信道进行估计, 并未用到信道的任何统计信息, 此时其性能与 LS 算法性能等价。

本文首先简要介绍了 MIMO-OFDM 系统及 LS 信道估计算法, 着重研究了系统中 LMMSE(Linear MMSE)信道估计算法。LMMSE 算法利用了信道统计特性, 从而有效地提高信道估计器的性能; 同时推导出其估计均方误差(Mean Square Error, MSE)的下界; 为降低 LMMSE 算法的复杂度, 文中首先利用奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)对算法进行简化, 得到了一种低阶近似的简化结构; 为进一步提高算法性能, 文中对其提出了最优导频设计, 基于此种最优导频设计 LMMSE 算法不仅能获得最优性能, 且运算复杂度得到进一步地降低; 同时还提出了利用递推算法来精确估计信道统计特性; 最后文中给出了信道估计算法的计算机仿真结果。

文中,  $(\cdot)^T, (\cdot)^H, (\cdot)^{-1}$  和  $(\cdot)^+$  分别表示向量或矩阵的转置、共轭转置、逆和 Moore-Penrose 逆;  $E\{\cdot\}$  表示随机变量的均值;  $\text{Tr}\{\cdot\}$  表示矩阵的迹;  $\mathbf{I}_N$  表示  $N \times N$  单位矩阵。

## 2 MIMO-OFDM 系统模型

### 2.1 无线信道描述

无线移动信道脉冲响应的复基带形式可以表征为

$$h(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \gamma_l(t) \delta(\tau - \tau_l) \quad (1)$$

式中  $L$  为多径信道的路径数;  $\tau_l$  为第  $l$  条路径上的时延;  $\gamma_l(t)$  为第  $l$  条路径上的复数增益。由于移动台的移动,  $\gamma_l(t)$  可以表征为一个广义平稳(Wide-Sense Stationary, WSS)窄带复高斯过程。对于不同路径,  $\gamma_l(t)$  相互独立, 其平均功率即二阶统计量  $E\{|\gamma_l|^2\} = \delta_l^2$  取决于信道的 PDP, 并满足  $\sum_{l=0}^{L-1} \delta_l^2 = 1$ 。对于不同发射与接收天线之间的子信道, 通常可以假设具有相同的 PDP<sup>[4,7,10]</sup>。当天线之间间距大于相干距离时, 各子信道间往往是不相关的。当符号间隔远小于信道相干时间时, 可以认为信道在一个或几个符号间隔内保持不变的, 即信道是准静态的。此时, 信道的自相关矩阵可以表示为

$$\mathbf{R}_{h,h} = E\{\mathbf{h}\mathbf{h}^H\} = \mathbf{I}_{N_T} \otimes \text{diag}(\delta_0^2, \dots, \delta_{L-1}^2) \quad (2)$$

其中  $N_T$  表示发射天线数,  $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1^T, \mathbf{h}_2^T, \dots, \mathbf{h}_{N_T}^T]^T \in \mathbb{C}^{LN_T \times 1}$ ,  $\mathbf{h}_i = [\gamma_i(0), \gamma_i(1), \dots, \gamma_i(L-1)]^T$ ,  $\otimes$  表示 Kronecker 积。对角矩阵  $\text{diag}(\delta_0^2, \dots, \delta_{L-1}^2)$  中的对角元素即为各路径的平均功率。

### 2.2 MIMO-OFDM 系统描述

设 MIMO-OFDM 系统中发射与接收天线数分别为  $N_T$  和  $N_R$ , 子载波数为  $N$ 。比特数据流经编码、串并转换、映射到第  $i$  ( $i = 1, \dots, N_T$ ) 个发射天线上第  $k$  个子载波上, 记为  $X_i[k]$ ,  $k = 0, 1, \dots, N-1$ 。每个发射天线上映射后的符号经串并转换、IDFT(Inverse Discrete Fourier Transform)调制、加循环前缀(Cyclic Prefix, CP)成为完整的 OFDM 符号。然后  $N_T$  个发射天线上的 OFDM 符号经 D/A 变换、上变频, 发送到无线信道。在接收端,  $N_R$  个接收天线对接收信号进行下变频, A/D 采样, 去 CP, DFT 解调, 成为接收到的 OFDM 符号。此时, 第  $j$  ( $j = 1, \dots, N_R$ ) 个接收天线上的接收符号向量可以表示为

$$\mathbf{r}_j = \sum_{i=1}^{N_T} \mathbf{X}_i \tilde{\mathbf{F}} \mathbf{h}_{i,j} + \mathbf{w}_j \quad (3)$$

其中  $\mathbf{X}_i$  为第  $i$  个发射天线上的发送符号矩阵,  $\tilde{\mathbf{F}}$  为 DFT 矩阵  $\mathbf{F}$  的前  $L$  列,  $\mathbf{h}_{i,j}$  为第  $i$  个发射天线到第  $j$  个接收天线之间的信道脉冲响应向量;  $\mathbf{w}_j$  是第  $j$  个接收天线上接收到的独立同分布的均值为零、方差为  $\delta_w^2$  的 AWGN(Additive White Gaussian Noise)向量的 DFT 变换。

为简洁, 省略接收天线下标, 此时上式各量可分别表示

为  $\mathbf{r} = [r(0), \dots, r(N-1)]^T$ ,  $\mathbf{X}_i = \text{diag}(X_i(0), \dots, X_i(N-1))$ 。用矩阵可表示为

$$\mathbf{r} = \mathbf{B}\mathbf{h} + \mathbf{w} \quad (4)$$

$\mathbf{B} = [\mathbf{X}_1 \tilde{\mathbf{F}}, \mathbf{X}_2 \tilde{\mathbf{F}}, \dots, \mathbf{X}_{N_T} \tilde{\mathbf{F}}] \in \mathbb{C}^{N \times LN_T}$  为列满秩矩阵。

## 3 信道估计算法

### 3.1 LS 信道估计算法

在准静态信道条件下, MIMO-OFDM 系统中信道脉冲响应的 LS 估计可表示为<sup>[8,9]</sup>

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{LS}} = (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{r} \quad (5)$$

文献[9]设计出 LS 算法的最优导频设计原则, 即当导频在一个或几个 OFDM 符号内是等间隔、等功率、相移正交(phase shift orthogonal)时, 即当导频矩阵  $\mathbf{B}^H \mathbf{B}$  可归一化为单位矩阵时, LS 算法性能最优, 其估计 MSE 为

$$\text{MSE}_{\text{LS}} = \frac{1}{LN_T} E\{\|\hat{\mathbf{h}}_{\text{LS}} - \mathbf{h}\|^2\} = \delta_w^2 / E_p \quad (6)$$

满足式(6)的最优导频序列可设计为  $P_i[k] = \sqrt{E_p/N} \cdot \exp(-j2\pi i L p / N)$ ,  $i = 0, \dots, N_T - 1$ ,  $E_p$  为导频功率,  $p = 0, \dots, N_p - 1$ ,  $N_p$  为内插的导频数。

### 3.2 LMMSE 信道估计算法及其 MSE 下界

在 MIMO-OFDM 系统中, 由于各个子信道具有相同的 PDP, 各子信道及子信道中的各条路径相互独立, 则信道自相关矩阵就可以作为先验信息加以利用。此时, 信道  $\mathbf{h}$  的 LMMSE 估计表示为

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{LMMSE}} = \mathbf{R}_{h,r} \mathbf{R}_{r,r}^{-1} \mathbf{r} = \mathbf{R}_{h,h} \mathbf{B}^H (\mathbf{B} \mathbf{R}_{h,h} \mathbf{B}^H + \delta_w^2 \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{r} \quad (7)$$

其估计 MSE 为

$$\begin{aligned} \text{MSE}_{\text{LMMSE}} &= \frac{1}{LN_T} E\{\|\hat{\mathbf{h}}_{\text{LMMSE}} - \mathbf{h}\|^2\} \\ &= \frac{1}{LN_T} \text{Tr}\{E\{(\mathbf{C}\mathbf{r} - \mathbf{h})(\mathbf{C}\mathbf{r} - \mathbf{h})^H\}\} \end{aligned} \quad (8)$$

式中, 矩阵  $\mathbf{C} = \mathbf{R}_{h,h} \mathbf{B}^H (\mathbf{B} \mathbf{R}_{h,h} \mathbf{B}^H + \delta_w^2 \mathbf{I}_N)^{-1}$ 。其中,  $\mathbf{B}$  是导频矩阵,  $\mathbf{R}_{h,h}$  和  $\delta_w^2 \mathbf{I}_N$  是已知参数, 则 MIMO-OFDM 系统中信道  $\mathbf{h}$  的 LMMSE 估计算法的估计 MSE 下界为(见附录)

$$\text{MSE}_{\text{LMMSE}} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{\delta_w^2 \delta_l^2}{E_p \delta_l^2 + \delta_w^2} \quad (9)$$

比较式(6)和式(9)可以看出, LMMSE 算法的性能显然要优于 LS 算法的性能。考虑到实际的 MIMO 系统中发射功率须归一化, 因此, 实际系统中其估计 MSE 下界应为

$$\text{MSE}_{\text{LMMSE}} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{E_p N_T \delta_l^4 \delta_w^2 + \delta_w^4 \delta_l^2}{(\delta_w^2 + E_p \delta_l^2)^2} \quad (10)$$

## 4 LMMSE 信道估计的简化算法

MIMO-OFDM 系统中, 基于导频辅助的 LS 算法简单, 其性能较差; 而 LMMSE 算法因利用信道统计特性, 其性能优于 LS 算法, 但算法复杂度较高。为降低 LMMSE 信道估计算法复杂度, 本文分别采用 SVD 和最优导频设计原理对

LMMSE 信道估计算法进行简化。

#### 4.1 低阶近似简化算法

MIMO-OFDM 系统中信道  $\mathbf{h}$  的 LMMSE 估计如式(7)所示。式中  $\mathbf{R}_{h,h}$  是实对角矩阵, 则  $\mathbf{B}\mathbf{R}_{h,h}\mathbf{B}^H \in \mathbb{C}^{N \times N}$  是 Hermiter 矩阵, 所以, 必存在一酉矩阵  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  使下式成立:

$$\mathbf{U}^H \mathbf{B}\mathbf{R}_{h,h}\mathbf{B}^H \mathbf{U} = \mathbf{A} \quad (11)$$

其中  $\mathbf{A} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{LN_T}, 0, \dots, 0)$ , 通常  $LN_T < N$ 。此时, 式(7)可以表示成:

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{LMMSE}} = \mathbf{B}^+ \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{U}^H \mathbf{r} \quad (12)$$

其中  $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\lambda_1 / (\lambda_1 + \delta_w^2), \lambda_2 / (\lambda_2 + \delta_w^2), \dots, \lambda_{LN_T} / (\lambda_{LN_T} + \delta_w^2), 0, \dots, 0)$ 。

从式(12)可以看出, 对 MIMO-OFDM 系统的信道估计器可以采用低阶近似的简化算法结构, 即仅分解出矩阵  $\mathbf{B}\mathbf{R}_{h,h}\mathbf{B}^H$  的前  $LN_T$  个奇异值, 对应的特征向量矩阵  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N \times LN_T}$  是一个各列向量相互正交的列满秩矩阵, 而其余的奇异值全部为零, 这样可以有效地降低 LMMSE 信道估计器的运算复杂度<sup>[12]</sup>。

#### 4.2 基于导频设计简化算法

低阶近似简化算法有效地降低了 LMMSE 算法的复杂度, 但其中含有矩阵求逆运算, 其复杂度依然很高。根据 LMMSE 估计性能最优准则, 即当导频矩阵满足  $\mathbf{B}^H \mathbf{B} = E_p \mathbf{I}$ , 其估计 MSE 达到下界。此时, 若令酉矩阵  $\mathbf{U} = (1/\sqrt{E_p}) \mathbf{B}$ , 此时式(11)可以表示为

$$(1/\sqrt{E_p}) \mathbf{B}^H \mathbf{B}\mathbf{R}_{h,h}\mathbf{B}^H \mathbf{B} (1/\sqrt{E_p}) = \mathbf{A} \quad (13)$$

对角矩阵  $\mathbf{A} = E_p \mathbf{R}_{h,h}$ 。因此, 式(12)可以进一步简化为

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{LMMSE}} = \tilde{\mathbf{\Sigma}} \mathbf{B}^H \mathbf{r} \quad (14)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{\Sigma}} = \mathbf{I}_{N_T} \otimes \text{diag}(\delta_0^2 / (E_p \delta_0^2 + \delta_w^2), \dots, \delta_{L-1}^2 / (E_p \delta_{L-1}^2 + \delta_w^2))$$

从式(5)和式(14)可以看出, 当导频矩阵满足  $\mathbf{B}^H \mathbf{B} = E_p \mathbf{I}$  时, 最优导频设计的 LMMSE 算法其本质上就是用维纳滤波系数  $\tilde{\mathbf{\Sigma}}$  乘以最优导频设计的 LS 解。通常, 在实际的无线通信系统中, 信道的 PDP 往往是未知的。鉴于此, 可以通过 LS 解或 LMMSE 解估计出信道的 PDP, 以此计算出滤波器系数  $\tilde{\mathbf{\Sigma}}$ 。基于最优导频设计的 LMMSE 信道估计算法原理如图 1 所示。

从图 1 中可以看出, 接收天线上的接收信号通过导频矩

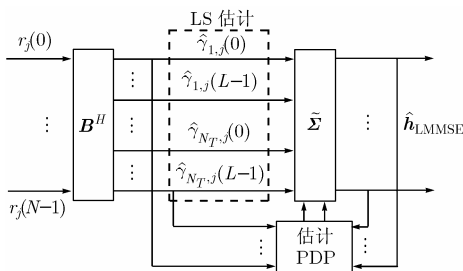


图 1 基于最优导频设计的 LMMSE 算法原理结构图

阵  $\mathbf{B}^H$ , 得到信道估计的 LS 解。利用当前时刻的 LS 解或上一时刻的 LMMSE 解, 并采用递推算法可以精确估计出信道的 PDP。

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{LMMSE}}(n) = \alpha \delta_l^2 (n-1) + (1-\alpha) \left[ \frac{1}{N_T N_R} \sum_{i=1}^{N_T} \sum_{j=1}^{N_R} |\hat{\gamma}_{i,j}(l)|^2 \right], \quad (15)$$

$$l = 0, \dots, L-1$$

式中  $n$  表示当前时刻,  $\alpha$  为遗忘因子, 通常取小于且约等于 1 的数,  $\hat{\gamma}_{i,j}(l)$  可以分别为当前时刻的 LS 解或上一时刻的 LMMSE 解。

#### 4.3 简化算法性能分析

低阶近似信道估计算法因只分解前  $LN_T$  个奇异值, 从而使其运算复杂度得到降低。但算法中含有矩阵求逆运算, 运算复杂度依然很高。此外, 因  $LN_T$  个奇异值对应的特征向量矩阵  $\mathbf{U}$  不能满足  $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}_N$ , 因此会造成一定的性能损失。

基于最优导频设计 LMMSE 信道估计算法如式(14)所示。首先, 简化算法中不存在复杂度很高的矩阵求逆运算, 仅是对 LS 解乘以一个维纳滤波的系数, 其复杂度增加有限。在已知  $\mathbf{R}_{h,h}$  和  $\delta_w^2$  的情况下, 平均估计出一个脉冲响应需要  $L(N+3)$  个乘法器,  $LN$  个加法器; 其次因导频矩阵满足  $\mathbf{B}^H \mathbf{B} = E_p \mathbf{I}$ , 从而使估计性能可以达到理论上的最优。

### 5 计算机仿真

仿真中无线信道采用准静态的瑞利衰落信道, 信道的各参数采用 ITU-R M.1225 信道 B 模型, 如表 1 所示。设 MIMO-OFDM 系统中, 发射与接收天线数为  $N_T = 2$ ,  $N_R = 2$ , 子载波数  $N = 128$ , CP 的长度设为 16, 采样周期  $T_s = 2 \times 10^{-7}$  s, 系统采用 QPSK 调制, 接收端符号检测采用硬判决准则。

表 1 ITU-R M.1225 Channel B 室内模型

抽头数	1	2	3	4	5	6
相对时延 (ns)	0	100	200	300	500	700
平均功率 (dB)	0	-3.60	-7.20	-10.8	-18.0	-25.2

图 2 为 LS 算法和 LMMSE 算法估计 MSE 下界。为简单起见, 发射天线功率未作归一化, 从图中可以看出, LMMSE 算法估计性能要比 LS 算法的估计性能在相同的信噪比下好 2dB 左右。

图 3 说明了当考虑到发射天线功率归一化时, 不同天线数时信道估计性能比较图, 分别采用低阶近似最优导频设计的 LMMSE 算法。从图 3 中首先可以看出, 随着发射天线的增加, 信道估计器的估计性能也随之下降, 这与式(10)的结果相符; 其次可以看出, 导频设计 LMMSE 信道估计性能优于低阶近似 LMMSE 算法。仿真结果还显示, 低阶近似简化算法性能损失相对有限。

图 4 和图 5 分别仿真了基于 MMSE 准则的信道估计算

法系统性能比较图, 图 4 为算法的估计 MSE 比较图, 图 5 为算法的系统误符率(Symbol Error Rate, SER)比较图。仿真中分别采用 LS 算法, LMMSE 算法, 其中 LS 算法中的导频分别采用了随机符号和式(6)中的最优导频设计, LMMSE 算法分别采用 LS 解和 LMMSE 解来估计信道的 PDP( $\alpha = 0.98$ )以及在已知 PDP 条件下时信道估计的 MSE。从图中可以看出 LMMSE 算法性能要明显优于 LS 算法; 已知 PDP 条件下的估计性能也要优于未知 PDP 的估计性能; 另外, 从图中还可以看出, 在采用递推算法来估计 PDP 时, 利用 LMMSE 解递推估计 PDP 时的算法性能要比利用 LS 解递推估计 PDP 的算法性能要好, 这主要是因为采用 LMMSE 解要比采用 LS 解时收敛速度快, 且收敛后更稳定, 且能进一步说明 LMMSE 算法要优于 LS 算法。图 5 中的 SER 性能图也反应出上述分析结果, 作为比较, 图中还仿真了理想信道估计时的 SER, 可以发现 LMMSE 算法的估计值性能已相当接近理想信道估计时的性能。

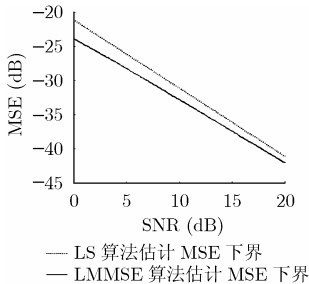


图 2 LS 与 LMMSE 估计 MSE 下界

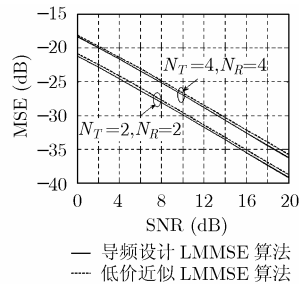


图 3 不同发射天线的估计 MSE

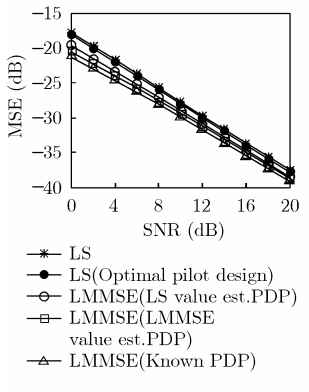


图 4 信道估计算法性能(MSE)

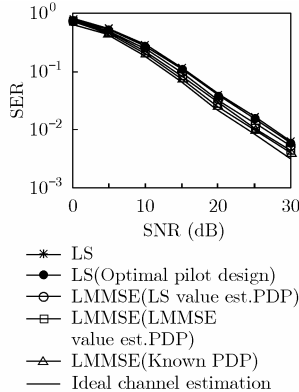


图 5 信道估计算法性能(SER)

## 6 结束语

本文对无线 MIMO-OFDM 系统中的 LMMSE 信道估计算法进行了研究。在 MIMO 信道是准静态、各个子信道以及子信道中各条路径互不相关的条件下, 利用信道统计特性的 LMMSE 信道估计可以有效提高估计性能。文中首先根据 Hadamard 不等式导出了 LMMSE 信道估计算法的估计 MSE 下界; 其次为了降低 LMMSE 算法的复杂度, 文中给出了两种简化的 LMMSE 信道估计算法; 同时也给出了信道

自相关矩阵的估计方法。理论分析与仿真结果显示, 低阶近似 LMMSE 算法有着良好的估计性能, 也降低了算法复杂度。而基于导频设计 LMMSE 信道估计算法不仅能具有最优的估计性能, 且算法复杂度得以进一步地降低。

## 附录

由式(4)和式(8)可知,  $E\{(C\mathbf{r} - \mathbf{h})(C\mathbf{r} - \mathbf{h})^H\} = (C\mathbf{B} - \mathbf{I})\mathbf{R}_{hh}(C\mathbf{B} - \mathbf{I})^H + \delta_w^2\mathbf{C}\mathbf{C}^H$ 。根据 Hadamard 不等式可知, 当矩阵  $(C\mathbf{B} - \mathbf{I})\mathbf{R}_{hh}(C\mathbf{B} - \mathbf{I})^H + \delta_w^2\mathbf{C}\mathbf{C}^H$  为对角矩阵时, 其迹  $\text{Tr}\{E\{(C\mathbf{r} - \mathbf{h})(C\mathbf{r} - \mathbf{h})^H\}\}$  达到最小。

首先根据矩阵求逆引理有

$$(\mathbf{A} + \mathbf{UBV})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{UB}(\mathbf{I} + \mathbf{VA}^{-1}\mathbf{UB})^{-1}\mathbf{VA}^{-1} \quad (\text{A-1})$$

可以得到式(8)中的矩阵  $\mathbf{C}$  为

$$\mathbf{C} = \mathbf{R}_{h,h}\mathbf{B}^H \left\{ \frac{1}{\delta_w^2}\mathbf{I} - \frac{1}{\delta_w^2}\mathbf{B}\mathbf{R}_{h,h} \left( \mathbf{I} + \mathbf{B}^H \frac{1}{\delta_w^2}\mathbf{B}\mathbf{R}_{h,h} \right)^{-1} \mathbf{B}^H \frac{1}{\delta_w^2} \right\} \quad (\text{A-2})$$

若导频矩阵  $\mathbf{B}^H\mathbf{B}$  取其一阶统计值, 即设  $\mathbf{B}^H\mathbf{B} = E\{\mathbf{B}^H\mathbf{B}\} = E_p\mathbf{I}$ , 可以进一步推导出

$$\mathbf{C} = \mathbf{\Gamma}\mathbf{B}^H \quad (\text{A-3})$$

其中

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{I}_{N_T} \otimes \text{diag}\left(\delta_0^2 / (E_p\delta_0^2 + \delta_w^2), \dots, \delta_{L-1}^2 / (E_p\delta_{L-1}^2 + \delta_w^2)\right)。$$

此时, 容易证明  $(C\mathbf{B} - \mathbf{I})\mathbf{R}_{hh}(C\mathbf{B} - \mathbf{I})^H + \delta_w^2\mathbf{C}\mathbf{C}^H$  为对角矩阵。

因此, LMMSE 算法的估计 MSE 为

$$\begin{aligned} \text{MSE}_{\text{LMMSE}} &= \frac{1}{LN_T} \text{Tr}\{(C\mathbf{B} - \mathbf{I})\mathbf{R}_{hh}(C\mathbf{B} - \mathbf{I})^H\} \\ &\quad + \frac{\delta_w^2}{LN_T} \text{Tr}\{\mathbf{C}\mathbf{C}^H\} \\ &\geq \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{\delta_w^4 \delta_l^2}{(E_p \delta_l^2 + \delta_w^2)^2} + \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{E_p \delta_l^4 \delta_w^2}{(E_p \delta_l^2 + \delta_w^2)^2} \\ &= \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{\delta_w^2 \delta_l^2}{E_p \delta_l^2 + \delta_w^2} \quad (\text{A-4}) \end{aligned}$$

当导频矩阵满足  $\mathbf{B}^H\mathbf{B} = E_p\mathbf{I}$  时, 上式取等号。

## 参考文献

- [1] Cimini L J. Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1985, Com-33(7): 665-675.
- [2] Foschini G J and Gans M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas[J]. *Wireless Pers. Commun.*, 1998, 6(3): 311-335.
- [3] Proakis J G. Digital communication [M]. Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall, 1995, Chap. 5.
- [4] Li Y, Seshadrin N, and Ariyavisitakul S. Channel estimation for OFDM systems with transmitter diversity in mobile

- wireless channels[J]. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 1999, 17(3): 461–471.
- [5] Minn H, Kim D, and Bhargava V. A reduced complexity channel estimation for OFDM systems with transmit diversity in mobile wireless channels[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2002, 50(5): 799–807.
- [6] Li Y. Simplified channel estimation for OFDM systems with multiple transmit antennas[J]. *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 2002, 1(1): 67–75.
- [7] Li Y, Winters J H, and Sollenberger N R. MIMO-OFDM for wireless communications: Signal detection with enhanced channel estimation. *IEEE Trans. on Commun.*, 2002, 50(9): 1471–1477.
- [8] Suh C, Hwang C S, and Choi H. Comparative study of time-domain and frequency-domain channel estimation in MIMO-OFDM systems[A]. *IEEE 14th Proceedings on PIMRC'2003, Beijing, 2003, 2: 1095–1099.*
- [9] Barhumi I, Leus G, and Moonen M. Optimal training design MIMO OFDM systems in mobile wireless channels[J]. *IEEE for Trans. on Signal Processing*, 2003, 51(6): 1615–1624.
- [10] Jakes W C. *Microwave Mobile Communication*[M]. New York: Wiley, 1994, Chap. 6.
- [11] Paulraj A, Nabar R, and Gore D. *Introduction to Space-Time Wireless Communications*[M]. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003, Chap. 3.
- [12] Edfors O, Sandle M, and Van D B. OFDM channel estimation by singular value decomposition[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1998, COM-46(7): 931–939.
- 周 鹏: 男, 1977 年生, 博士生, 研究方向为宽带移动通信中的信道估计技术.
- 赵春明: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为通信理论、移动通信系统、纠错编码技术、自适应滤波技术及通信专用集成电路设计.
- 盛 彬: 男, 1974 年生, 教师, 主要研究方向为宽带码分多址系统.