

## IPO 结合 FMM, RPFMM, FaFFA 方法快速计算电大腔体的 RCS

罗 威 高正平

(电子科技大学微电子与固体电子学院 成都 610054)

**摘 要** 迭代物理光学法结合快速多极子(IPO+FMM)方法,可以快速计算电大腔体的电磁散射特性。传统的快速多极子(FMM)方法需要计算两组的转移因子以及转移过程的全部角谱分量,计算开销是非常大的。随着组间距离的增大,转移过程可以用射线多极子(RPFMM)简化计算,为了充分利用射线多极子方法中参与计算的有效角谱分量随着组间距离增大而变少的特性,采用一种随着组间距离增大自适应调整参与计算的角谱分量的锥形区域的射线多极子方法(RPFMM),当两组距离足够大而位于远场时,用远场近似方法(FaFFA)进一步简化计算。结果表明该方法能在保持计算精度的同时并能较 IPO+FMM 方法进一步减少计算资源占用、提高计算速度。

**关键词** 迭代物理光学法,腔体,快速多极子方法,射线多极子方法,快速远场近似

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)12-2398-04

## The Fast Calculation of RCS of Electrically Large Open-Ended Cavities Combine IPO, FMM, RPFMM, FaFFA

Luo Wei Gao Zheng-ping

(The college of Micro-Electronics and Solid-state Electronics, University of Electronic Science and Technology,  
Chengdu 610054, China)

**Abstract** IPO+FMM method can rapidly solve the scattering of three-dimensional cavity. In the conventional Fast Multipole Method (FMM),  $\hat{k}$  at all directions of translation between two groups should be computed, it is expensive. The Ray-Propagation Fast Multipole Method (RPFMM) is applied to simplify the translation when two groups are well separated. In fact, the amount of translators to be calculated should be decrease with the increase of distance between two groups, to take full advantage of the characteristics; a self-adaptive ray-propagation fast multipole algorithm which can modulate the bound of cone zone of RPFMM is adopted. When the distance between two groups is enough large, Fast Far-Field Approximation (FaFFA) is used to further simplify the translation. The numerical results show this method is accurate enough and can improve efficient computing speed than IPO+FMM.

**Key words** Iterative Physical Optics(IPO), Cavity, Fast Multipole Method(FMM), Ray-Propagation Fast Multipole Method(RPFMM), Fast Far-Field Approximation(FaFFA)

### 1 引言

飞行器进气道的凹腔结构使入射波在腔体内多次反射形成飞行器头部的强散射源,因此进气道电磁散射特性的研究是这类飞行器隐身技术的重要研究课题。Basteiro等人提出的迭代物理光学法(IPO)能够有效地对结构复杂的电大腔体电磁散射特性进行分析<sup>[1]</sup>。因为IPO考虑了腔体内的多次反射,它比一般的基于射线的方法具有更高的精度,而且IPO是基于高频物理光学近似,面元剖分密度小,它又比纯粹的数值计算方法有更高的计算效率<sup>[2-4]</sup>。在IPO迭代过程中应用快速多极子(FMM)的思想减少辐射源,能够极大地提高了计算效率。

在三维 FMM 方法中,转移过程需要计算  $2L^2$  个转移因子的角谱分量,  $L$  为多极子模式数。在计算电大腔体时,大

的  $L$  值使得转移因子本身的计算、转移过程都要耗费大量的计算时间。射线多极子方法是快速多极子方法的射线传播近似,在两组的转移因子  $\alpha_{nm}(\hat{k}, \vec{r}_{nm})$  中,可以验证沿着组中心连线方向上及其附近的角谱分量贡献最大,而远离该传播方向的角谱分量贡献很小,在不影响计算精度的情况下可以被忽略,基于物理光学近似的 IPO 方法显然具有引入 RPFMM 的先天条件。

FaFFA 是 RPFMM 在更远距离的进一步简化,即此时只认为两组中心连线方向的角谱分量起作用,在文献[5]中快速远场近似(FaFFA)被用来解决三维问题,而在文献[2]中也用到 FaFFA 来加速 IPO 中的迭代过程。快速远场近似可以极大地简化计算,但是 FMM 中很多组难以满足远场条件,单独采用 FaFFA 计算效率并不高。因此如图 1 所示,根据组间距离不同结合 RPFMM、FaFFA 方法可以在保持计算精度的情况下极大地提高计算效率,节约计算资源。

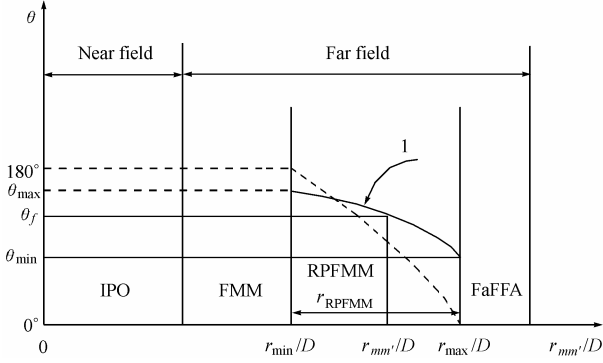


图 1 几种方法适用的区域

Fig.1 The regions for several methods

## 2 理论分析

### 2.1 IPO+FMM 方法

IPO 方法是在物理光学电流的基础上考虑多次反射, 通过迭代求解磁场积分方程来求解任意形状腔体内壁电流的一种迭代方法, 它用光学电流与修正电流叠加来逼近目标表面的真实电流。

$$\vec{J}_N(\vec{r}_c) = \vec{J}_0(\vec{r}_c) + 2\hat{n} \times \oint_{S_c} \vec{J}_{N-1}(\vec{r}'_c) \times \nabla G_0(\vec{r}_c - \vec{r}'_c) dS'_c \quad (1)$$

公式中的  $\oint$  表示主值积分。

在应用 IPO 方法计算腔体散射问题时, 在每一次迭代过程, 每个子散射体都要向其它子散射体辐射, 所以 IPO 方法每一步迭代的计算复杂度为  $O(N^2)$ 。在此应用 FMM 的思想, 将腔体内壁的子散射体进行分组, 对于一目标组, 近邻组和组内子散射体的作用直接采用迭代物理光学法计算, 而远区组的作用则采用聚合-转移-解聚方法进行计算, 从而大大降低了辐射电流源的数量, 减少了计算次数。

经过推导可以得到远区组的作用  $\vec{H}_{Far\_group}$  :

$$\vec{H}_{Far\_group} = \int d^2\hat{k} V_{mj}(\hat{k}) \sum \alpha_{mm'}(\hat{k}, \vec{r}_{mm'}) \sum V_{m'i}(\hat{k}) \quad (2)$$

其中

$$V_{m'i}(\hat{k}) = \int \vec{J}_i^{l-1} \times \hat{k} e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}_{m'i}} ds' \quad (3)$$

$$V_{mj}(\hat{k}) = \frac{-jk}{4\pi} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}_{jm}} \quad (4)$$

$$\alpha_{mm'}(\hat{k}, \vec{r}_{mm'}) = \frac{-jk}{4\pi} \sum_{l=0}^L (-j)^l (2l+1) h_l^{(2)}(kr_{mm'}) P_l(\hat{r}_{mm'} \cdot \hat{k}) \quad (5)$$

因此对 IPO 中的迭代公式改写为:

$$\begin{aligned} \vec{J}_N^{(i)} &= \vec{J}_0^{(i)}(\vec{r}_c) + 2\hat{n} \times \oint_{S_c} \vec{J}_{N-1}^{(i)}(\vec{r}'_c) \times \nabla G_0(\vec{r}_c - \vec{r}'_c) dS'_c \\ &= \vec{J}_0^{(i)}(\vec{r}_c) + 2\hat{n} \times \sum_{m' \in \text{Near\_group}} \sum_{i \in G_{m'}} \oint_{S_c} \vec{J}_{N-1}^{(i)}(\vec{r}'_c) \\ &\quad \times \nabla G_0(\vec{r}_c - \vec{r}'_c) dS'_c + 2\hat{n} \times \int d^2\hat{k} V_{mj}(\hat{k}) \\ &\quad \cdot \sum_{m' \in \text{Far\_group}} \alpha_{mm'}(\hat{k}, \vec{r}_{mm'}) \sum_{i \in G_{m'}} V_{m'i}(\hat{k}) \end{aligned} \quad (6)$$

下面对远区组根据组间距离不同分别采用 RPFMM, FaFFA 方法, 进一步降低计算复杂度。

### 2.2 RPFMM 方法

观察式(5)可以发现转移因子是对一个无穷求和级数的

截断, 为了更好地突出两组中心连线方向附近贡献大的分量<sup>[6,7]</sup>, 这里在求转移因子的无穷级数时乘以一个从1至0, 以余弦规律平滑递减的窗函数<sup>[6]</sup>。

$$\alpha_{mm'}(\hat{k}, \vec{r}_{mm'}) = \frac{-jk}{4\pi} \sum_{l=0}^L (-j)^l (2l+1) h_l^{(2)}(kr_{mm'}) P_l(\hat{r}_{mm'} \cdot \hat{k}) w_l \quad (7)$$

$$w_l = \begin{cases} 1, & l \leq L/2 \\ \frac{1}{2} + \frac{\cos((2l/L-1)\pi)}{2}, & l > L/2 \end{cases} \quad (8)$$

可以验证这种处理不会影响计算精度<sup>[6]</sup>。

从图 2 可以看出, 加窗后的转移因子分量随着角谱分量  $\hat{k}$  远离两组连线方向而迅速减少, 在保持足够的计算精度情况下, 可以舍弃小的角谱分量。这样实际参与计算的有效角谱分量范围构成一个圆锥区域, 如图 3 所示。其中张角  $\theta_f$  用来确定参加计算的角谱分量范围。

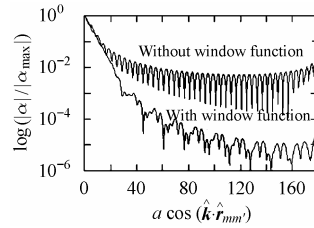


图 2 加窗转移因子与未加窗转移因子的对比  
Fig.2 The comparison between the translators with and without window function

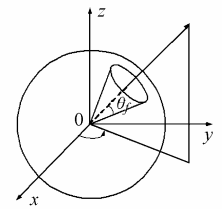


图 3 RPFMM 中参与计算的角谱分量构成的圆锥区域  
Fig.3 The cone region in RPFMM formed by the  $\hat{k}$  used in calculation

如图 4 所示, 随着组间距离的增大, 参与计算的角谱分量圆锥区域可以逐渐取小, 从而更有效的减少计算时间。在组间距离位于 FMM 和 RPFMM 区域时, 参与计算的角谱分量构成的圆锥区域的张角  $\theta_f$  可以由式(9)求出。

$$\theta_f = f(\theta_f) = \begin{cases} 180^\circ, & r_{mm'} \text{ 位于 FMM 区} \\ \frac{\theta_{\max} + \theta_{\min}}{2} + \frac{\theta_{\max} - \theta_{\min}}{2} \cos\left(\left(\frac{r_{mm'} - r_{\min}}{r_{\text{RPFMM}}}\right)\pi\right), & r_{mm'} \text{ 位于 RPFMM 区} \end{cases} \quad (9)$$

如图 4 所示,  $r_{\text{RPFMM}}$  是 RPFMM 适用区域的组间最大距离。这样根据不同的组间距离决定参与计算的有效角谱分量范围  $\theta_f$  的具体值, 如图 4 的曲线所示, 公式(9)保证了参与计算的有效圆锥区域( $\theta_f$ )随着组间距离  $r_{mm'}$  增大而自适应地以余弦规律减少, 从而在保证计算精度的前提下进一步减少了计算时间。

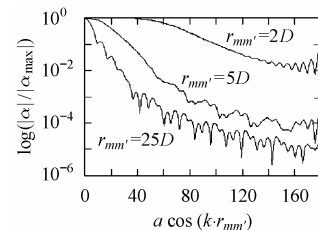


图 4 加窗转移因子随组间距离的变化  $D=2\lambda$

Fig.4 The comparison of translator with window function when  $r_{mm'} = 2D, 5D, 25D$

### 2.3 FaFFA 方法

文献[4]中提出了一种远场处理方法, 这里为了与 RPFMM 相统一, 还是采用文献[6, 8]的远场处理方法。远场公式为

$$\bar{\mathbf{H}}_{\text{Far\_group}} = \int d^2 \hat{\mathbf{k}} V_{nj}(\hat{\mathbf{k}}_0) \sum \alpha_{mm'}^{\text{far}} \sum V_{m'i}(\hat{\mathbf{k}}_0) \quad (10)$$

其中

$$\alpha_{mm'}^{\text{far}} = 4\pi \frac{e^{-jkr_{mm'}}}{-jkr_{mm'}} \quad (11)$$

$\hat{\mathbf{k}}_0$  表示两组中心连线(从源点所在组到场点所在组)的单位矢量。

在文献[8]中推导了远场组的判断法则:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{mm'} \gg D, \quad kD < 2 \\ r_{mm'} \gg \frac{1}{2}kD^2, \quad kD \geq 2 \end{array} \right. \quad (12a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{mm'} \gg \frac{1}{2}kD^2, \quad kD \geq 2 \end{array} \right. \quad (12b)$$

其中  $D$  为结构化分组的对角线长度。严格的远场条件式(12b)是难以满足的, 而较弱的远场条件式(12a)又会带来较大误差, 应用到腔体计算, 这里折中取远场条件为

$$r_{mm'} \geq 3\gamma D, \quad \gamma \geq 1 \quad (13)$$

一般情况下,  $\gamma = 2.5$  可以获得较好的精度, 实际中如果需要更高的精度,  $\gamma$  可以取得更大, 在后面给出了对不同  $\gamma$  值的计算结果比较。这样在远区组按照组间距离不同结合 FMM, RPFMM, FaFFA 对式(6)改写, 可以得到总的计算公式:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{J}}_N^{(i)} &= \bar{\mathbf{J}}_0^{(i)}(\bar{\mathbf{r}}_c) + 2\hat{\mathbf{n}} \times \int_{S_c} \bar{\mathbf{J}}_{N-1}(\bar{\mathbf{r}}_c') \times \nabla G_0(\bar{\mathbf{r}}_c - \bar{\mathbf{r}}_c') dS_c' \\ &= \bar{\mathbf{J}}_0^{(i)}(\bar{\mathbf{r}}_c) + 2\hat{\mathbf{n}} \times \sum_{m' \in \text{IPO\_Z}} \sum_{i \in G_{m'}} \int_{S_c} \bar{\mathbf{J}}_{N-1}(\bar{\mathbf{r}}_c') \\ &\quad \times \nabla G_0(\bar{\mathbf{r}}_c - \bar{\mathbf{r}}_c') dS_c' + 2\hat{\mathbf{n}} \times \int d^2 \hat{\mathbf{k}} V_{nj}(\hat{\mathbf{k}}) \\ &\quad \cdot \sum_{m' \in \text{FMM\_Z}} \alpha_{mm'}(\hat{\mathbf{k}}, \bar{\mathbf{r}}_{mm'}) \sum_{i \in G_{m'}} V_{m'i}(\hat{\mathbf{k}}) + 2\hat{\mathbf{n}} \times \int d^2 \hat{\mathbf{k}} V_{nj}(\hat{\mathbf{k}}) \\ &\quad \cdot \sum_{m' \in \text{RPFMM\_Z}} \alpha_{mm'}(\hat{\mathbf{k}}, \bar{\mathbf{r}}_{mm'}) \sum_{i \in G_{m'}} V_{m'i}(\hat{\mathbf{k}}) + 2\hat{\mathbf{n}} \times \int d^2 \hat{\mathbf{k}} V_{nj}(\hat{\mathbf{k}}_0) \\ &\quad \cdot \sum_{m' \in \text{FaFFA\_Z}} \alpha_{mm'}^{\text{far}} \sum_{i \in G_{m'}} V_{m'i}(\hat{\mathbf{k}}_0) \end{aligned} \quad (14)$$

### 3 复杂度分析

FMM 的计算复杂度为  $O(N^{1.5})$  [9,10], 快速远场近似 (FaFFA) 只需要计算两组中心连线方向的角谱分量, 因此它将 FMM 迭代过程的 3 个三重循环简化为 3 个两重循环, 即聚集循环(组-子散射体)、转移循环(组-组)和解聚循环(组-子散射体), 其计算复杂度降为  $O(N^{1.5}/k)$ 。引入 FaFFA 后, 位于远场区域的组不需要计算、存储转移因子, 其节约的计算时间和内存与图 5 的远场 FaFFA 区域大小有关。

射线多极子 RPFMM 只需要计算有效锥形区域的角谱分量, 与 FMM 相比, 其聚集循环和解聚循环计算量是一样的,

而转移过程计算量为 FMM 的  $\theta_c/180$ ,  $\theta_c$  为有效锥形区域  $\theta_f$  的平均张角。

### 4 数值结果与讨论

为了验证 IPO+FMM+RPFMM+FaFFA 方法的正确性以及计算速度及内存占用等方面与 IPO+FMM 方法进行比较, 编制了相应的计算程序, 分别采用 IPO+FMM, IPO+FMM+RPFMM+FaFFA 方法计算以下几种不同尺寸的圆柱腔体的 RCS。本文所有计算结果都是在 P4 2.4G 兼容机上完成的, 操作系统为 Windows2000, 开发环境为 Vc++ 6.0。

图 5 中的腔体柱面采用四边形面元, 为了更好的拟合边界, 腔体底面采用三角形面元。

如图 5、图 6 以及表 1、表 2 所示, 尽管 FaFFA 有更高的计算效率, 但是如果远场距离取得过小将带来较大的误差, 一般远场判断公式中的系数取  $\gamma = 2.5$  时可以得到较为满意的精度, 而  $r = 3$  则可以获得较高的精度了。

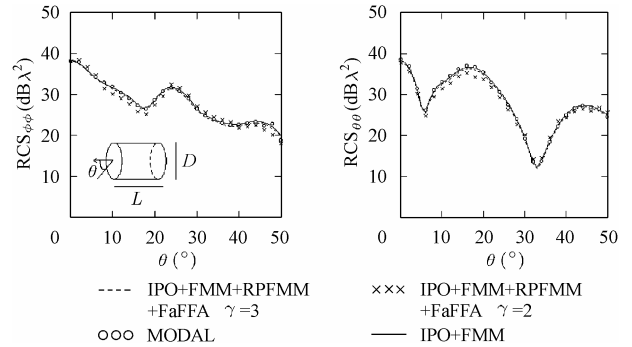


图 5 计算 6 波长×10 波长的金属圆柱腔体的 RCS (分块密度为 9 片/每平方波长,  $L=30\text{cm}$ ,  $D=18\text{cm}$ , 频率=10GHz, 面元个数 2196)

Fig.5 RCS patterns of 6-by-10 wavelength cylindrical cavity  
9 facets per square wavelength,  $L=30\text{cm}$ ,  
 $D=18\text{cm}$ , frequency 10GHz, 2196 facets

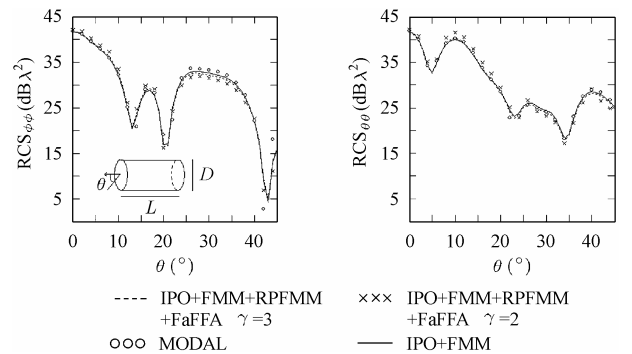


图 6 计算 7 波长×21 波长的金属圆柱腔体的 RCS (分块密度为 16 片/每平方波长,  $L=210\text{cm}$ ,  $D=70\text{cm}$ , 频率=3GHz, 面元个数 10384)

Fig.6 RCS patterns of 7-by-21 wavelength cylindrical cavity  
16 facets per square wavelength,  $L=210\text{cm}$ ,  
 $D=70\text{cm}$ , frequency 3GHz, 10384 facets

表 1 6 波长×10 波长圆柱腔体不同计算方法和不同参数的计算时间与内存占用对比

Tab.1 The comparison in compute-time and memory for the different methods with different parameter for 6-by-10 wavelength cylindrical cavity

计算方法	相关参数	内存(MB)	计算时间 (迭代一次, s)	平均误差(dB)
IPO+FMM	/	31	32	/
IPO+RPFMM+FaFFA	$\gamma = 2$ $\theta_{\max} = 120^\circ$ $\theta_{\min} = 80^\circ$	24	18	2.1
IPO+RPFMM+FaFFA	$\gamma = 3$ $\theta_{\max} = 120^\circ$ $\theta_{\min} = 80^\circ$	26	21	0.4

表 2 7 波长×21 波长圆柱腔体不同计算方法和不同参数的计算时间与内存占用对比

Tab.2 The comparison in compute-time and memory for the different methods with different parameter for 7-by-21 wavelength cylindrical cavity

计算方法	相关参数	内存(MB)	计算时间 (迭代一次, s)	平均误差(dB)
IPO+FMM	/	101	221	/
IPO+RPFMM+FaFFA	$\gamma = 2$ $\theta_{\max} = 100^\circ$ $\theta_{\min} = 60^\circ$	88	162	2.2
IPO+RPFMM+FaFFA	$\gamma = 3$ $\theta_{\max} = 100^\circ$ $\theta_{\min} = 60^\circ$	92	178	0.5

## 5 结束语

利用射线多极子方法中参与计算的有效角谱分量随着组间距离增大而变少的特性, 随着组间距离增大自适应地减小参与计算的角谱分量, 从而在保持合理计算精度的情况下减少了计算时间。而当两组距离足够大时, 用远场近似方法(FaFFA)进一步简化计算。计算结果表明该混合方法在保持计算精度的同时较 IPO+FMM 方法进一步减少了计算资源占用、提高了计算速度。随着腔体尺寸增大, RPFMM 和 FaFFA 计算区域增加, 这种方法将具有更明显的优势。

## 参 考 文 献

- [1] Basteiro Fernando, Rodriguez J L, Burkholder R J. An iterative physical optics approach for analyzing the electromagnetic scattering by large open-ended cavities. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1995, 43(4): 356–361.
- [2] Burkholder R J. A fast and Rapidly convergent iterative physical optics algorithm for computing the RCS of open-ended cavities. *ACES Journal*, 2001, 16(1): 53–59.
- [3] Liu J, Jin J M. A special higher order finite-element method for scattering by deep cavities. *IEEE Trans. on Antennas Propag.*, 2000, 48(5): 694–703.
- [4] Burkholder R J, Lundin T. Forward-Backward iterative physical optics algorithm for computing the RCS of open-ended cavities. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2005, 53(2): 793–799.
- [5] McCowen A. Efficient 3-D moment-method analysis for reflector antennas using a far-field approximation technique. *Proc. Inst. Elect. Eng.*, pt. H, Feb, 1999, vol.146: 7–12.
- [6] Cui Tie Jun, Chew Weng Cho, Chen Guang, Song Jiming M. Efficient MLFMA, RPFMA, and FAFFA algorithms for EM scattering by very large structures. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2004, 52(3): 759–770.
- [7] 胡劫, 胡俊, 聂在平等. 一种自适应的射线传播多极子方法. *电波科学学报*, 2004, 19(6): 669–672.
- [8] Chew Weng Cho, Cui Tie Jun, Song Jiming M. A FAFFA\_MLFMA algorithm for electromagnetic scattering. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2002, 50(11): 1641–1649.
- [9] 胡俊, 聂在平等. 三维大纵横比目标散射的快速精确求解. *电波科学学报*, 2000, 15(2): 235–238.
- [10] 王浩刚, 聂在平等. 对三维多层快速多极子方法中不变项计算的优化. *电子学报*, 2000, 28(9): 105–108.

罗 威: 男, 1971 年生, 博士生, 从事腔体电磁散射计算和 RCS 减缩及新材料的研究。

高正平: 男, 1955 年生, 教授, 从事电磁波与吸波材料相互作用机理研究、宽频带雷达吸波材料电设计研究、典型雷达吸波结构等课题的研究, 目前主要研究方向为雷达吸波材料电磁设计方法及其应用研究。