

# 含裂纹岩石巴西圆盘试件在冲击载荷下 断裂参数的有限元计算

曾祥国<sup>1</sup>, 王清远<sup>1</sup>, 姚杰<sup>1</sup>, 李建军<sup>2</sup>

(1. 四川大学 建筑与环境学院, 四川 成都 610065; 2. 重庆大学 资源与环境科学学院, 重庆 400044)

**摘要:** 采用 LS-DYNA 有限元软件, 对含中心裂纹的岩石巴西圆盘试件在冲击压缩荷载作用下的变形过程进行数值分析。基于虚拟裂纹闭合技术, 提出在冲击荷载作用下裂纹结构能量释放率和动态应力强度因子的计算方法, 得到巴西盘试件的能量释放率和应力强度因子与时间的关系曲线, 并给出不同冲击速率对该曲线的影响。对含中心裂纹的岩石巴西圆盘试件在冲击压缩荷载作用下 I 型断裂参数与 II 型断裂参数的时间历程曲线进行比较。计算结果表明: 在相同冲击速度下, 在同一时刻 II 型断裂参数的数值比 I 型断裂参数小几个量级, 含中心裂纹的巴西圆盘试件可作为 I 型断裂模型处理。

**关键词:** 岩石力学; 虚拟裂纹闭合法; 断裂参数; 巴西圆盘; 动态冲击; 数值模拟

**中图分类号:** TU 45

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000 - 6915(2007)增 1 - 2779 - 07

## FINITE ELEMENT CALCULATION OF FRACTURE PARAMETERS OF BRAZILIAN DISK WITH PRE-EXISTING CRACK UNDER IMPACT LOADING

ZENG Xiangguo<sup>1</sup>, WANG Qingyuan<sup>1</sup>, YAO Jie<sup>1</sup>, LI Jianjun<sup>2</sup>

(1. College of Architecture and Environment, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China;

2. College of Resources and Environmental Science, Chongqing University, Chongqing, 400044, China)

**Abstract:** The finite element commercial code LS-DANA is used to study the deformation process of Brazilian disk with pre-existing crack under impact loading. According to the virtual crack closure technique(VCCT), the calculation methods for energy release rate and stress intensity factor are developed for impact loading. The variations of energy release rate and stress intensity factor with time are obtained. The effects of impact velocities on energy release rate and stress intensity factor are also analyzed. A comparison between fracture parameters for model I and model II shows that the parameters of model II are much smaller than those of model I. The Brazilian disk with a pre-existing center crack could be regarded as model I crack problem.

**Key words:** rock mechanics; virtual crack closure technique; fracture parameters; Brazilian disk; dynamic impact; numerical simulation

## 1 引言

结构构件的动态断裂及其引发的后续破坏是对

重大工程结构安全最具威胁的失效形式之一, 往往由此导致灾难性事故。科学地处理材料或工程结构的动态断裂强度问题并防止这类事故发生, 已是近代工程技术人员面临的重大课题之一。岩石类脆性

**收稿日期:** 2006 - 04 - 05; **修回日期:** 2006 - 05 - 19

**基金项目:** 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412707)

**作者简介:** 曾祥国(1960 - ), 男, 1984 年毕业于重庆大学应用力学专业, 现任教授、博士生导师, 主要从事固体力学方面的教学与研究工作。E-mail: xiangguo\_zeng@yahoo.com.cn

材料在冲击载荷下的强度特性是研究控制爆破机制、岩石破碎机制和爆炸应力波传播的基础，岩石裂纹的形成、扩展、断裂参数的计算以及试验方法的研究已受到工程界和学术界的高度重视<sup>[1~8]</sup>。尽管人们已经认识到岩石爆破、山体滑坡、地震等自然灾害发生时，岩石类脆性材料都是在一定的加载率条件下破坏的。但由于动态破坏的复杂性，岩石材料动态破坏的断裂参数的理论计算和试验研究都还很成熟。因此，在动态冲击载荷作用下岩石类材料的断裂参数计算和动态断裂韧性的测试越来越受到重视<sup>[9, 10]</sup>。

由于在动态断裂问题的研究中要考虑惯性效应和应力波传播效应，使问题变得更加复杂。即使象三点弯曲这样简单的试样，其裂纹尖端的动态应力强度因子解析解至今也还未得到。为了满足理论分析和试验工作的需要，人们致力于其近似解。借助于静态断裂力学的方法，动态应力强度因子的计算普遍采用两种方法：(1) 由动态应力强度因子与裂纹尖端应力场或位移场的关系计算动态应力强度因子。(2) 由动态应力强度因子与动态 J 积分的关系计算动态应力强度因子。由于裂纹尖端应力场的奇异性，应力梯度变化较大，采用划分有限元网格进行模拟计算必然会产生一定误差，特别是不可能数值计算中一直进行到  $r \rightarrow 0$  的极限。因此，同静态断裂力学一样，在动态应力强度因子计算中也将引入动态 J 积分，而后者对于裂纹尖端区域中的数值不准确度不那么敏感。利用动态 J 积分与动态应力强度因子的类似关系计算动态应力强度因子<sup>[11]</sup>。

在动态断裂问题的断裂强度研究中，由于岩石试件夹持试件的困难和不易预制裂纹，确定岩石的强度一般不直接采用拉伸试验，而多采用各种间接的方法<sup>[12]</sup>。巴西圆盘试样是一种有潜在应用价值的断裂韧性测试试样，常用来间接测量岩石的抗拉强度，这种试样的制备和试验都十分简单。张志强

和鲜学福<sup>[13]</sup>提出了一种用带中心孔巴西圆盘试样测定岩石断裂韧度的方法：首先利用 Griffith 理论确定径向均布载荷作用下试样沿加载直径与孔边交点发生起裂的充分条件；然后对带中心孔平台加载的巴西圆盘试样采用二维边界元法标定出岩石的最大无量纲应力强度因子  $Y_{max}^*$ ，并利用加载位移曲线获得载荷极小值  $P_{min}$ 。用提出的方法所获得的一种灰岩的断裂韧度  $K_{IC}$  值与国际岩石力学学会建议的人字形切槽试验法获得的该岩样标准  $K_{IC}$  值基本吻合。宋小林等<sup>[14]</sup>将平台巴西圆盘试样引入动态劈裂试验。利用直径 100 mm 的分离式 Hopkinson 杆对大理岩巴西圆盘和平台巴西圆盘试样进行了动态劈裂试验。结合有限元分析，得到了大理岩的动态劈裂破坏的拉伸强度。

本文用 LS-DYNA 有限元软件<sup>[15]</sup>，对含中心裂纹的岩石巴西盘试件在冲击压缩荷载作用下变形过程进行了数值模拟。材料选用宋小林等<sup>[14]</sup>提供的四川雅安的白色大理岩。基于虚拟裂纹闭合技术 (VCCT)<sup>[16~18]</sup>，提出了在冲击载荷作用下裂纹结构能量释放率和动态应力强度因子的计算方法，得到了巴西盘试件的能量释放率  $G_I$  和应力强度因子  $K_I$  与时间的关系曲线，并给出了不同冲击速率对该曲线的影响。对含中心裂纹的岩石巴西盘试件在冲击压缩荷载作用下 I 型断裂参数  $G_I(K_I)$  与 II 型断裂参数  $G_{II}(K_{II})$  的时间历程曲线进行了比较。计算结果表明：在相同冲击速度下，同一时刻 II 型断裂参数的数值比 I 型断裂参数小几个量级，含中心裂纹的巴西盘试件可作为 I 型断裂模型处理。

## 2 计算模型

图 1 所示为计算模型的几何图。巴西盘试件几何形状为圆形板，中央有一长为  $2a$  的水平裂纹。巴西盘试件板试件受到两个冲击杆的冲击载荷，圆形板试件处于平面应变状态。

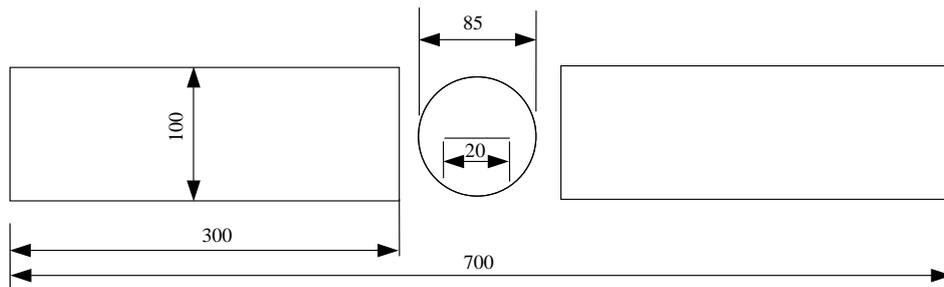


图 1 模型几何图(单位: mm)

Fig.1 Geometry of model(unit: mm)

圆形板试件的材料选用宋小林等<sup>[14]</sup>提供的四川雅安的白色大理岩, 弹性模量 160 GPa, 泊松比 0.30, 密度 2 527 kg/m<sup>3</sup>。两个冲击杆的直径为 100 mm, 材料为合金钢, 弹性模量 210 GPa, 泊松比 0.25~0.30, 密度 7 850 kg/m<sup>3</sup>。

为了更好地描述了绕裂纹尖端单元的奇异性, 本文采用平面应变六边形单元对巴西盘试件进行对称模型有限元网格划分, 单元总数为 2 314 个, 节点总数为 1 919 个。网格划分后的 1/4 模型如图 2 所示。由于试件在裂尖存在着应力集中现象, 所以在进行生成网格操作时, 裂尖处的有限元网格要比其他的地方设计得密一些。

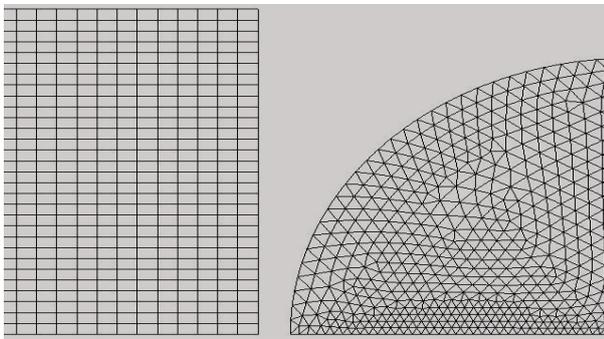


图 2 1/4 模型有限元网格图  
Fig.2 Mesh diagram of a quarter model

### 3 能量释放率和应力强度因子的有限元计算和分析

#### 3.1 虚拟裂纹闭合法的能量释放率表达式

设一个裂纹  $a$  扩展了少量  $\Delta a$ , 在这一过程中系统所吸收的能量等于闭合扩展小量  $\Delta a$  到原始长度所作的功, 这一物理过程用方程<sup>[17]</sup>表述如下:

$$G = -\frac{\partial \Pi}{\partial a} = \frac{1}{2\Delta a} \left[ \int_0^{\Delta a} \sigma_y(a, y=0, x) \cdot \delta_y(a + \Delta a, y=0, x) dx + \int_0^{\Delta a} \sigma_{xy}(a, y=0, x) \delta_x(a + \Delta a, y=0, x) dx \right] \quad (1)$$

式中:  $G$  为能量释放率,  $\sigma_y$  为裂纹顶端的应力,  $\delta_y$  和  $\delta_x$  分别为在裂纹面上两点间的相对张开和滑动位移,  $\Delta a$  为裂纹顶端裂纹的扩展量。

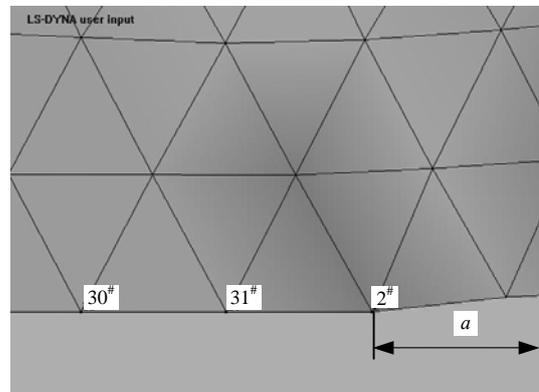
式(1)中等号右边的第 1 项表示张开型(I 型)形变的能量释放率, 式(1)中等号右边的第 2 项表示滑移型(II 型)形变的能量释放率。因此, 式(1)可表示为

$$G_I = \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} \sigma_y(a, y=0, x) \delta_y(a + \Delta a, y=0, x) dx \quad (2)$$

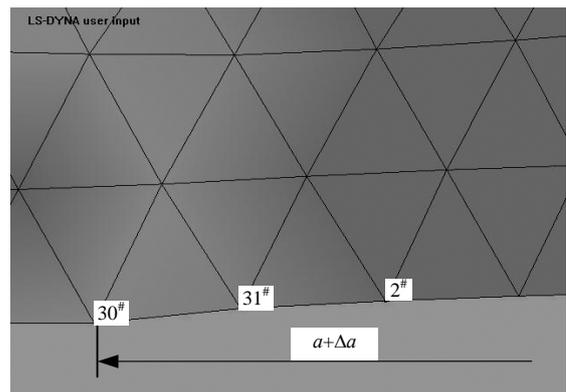
$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} \sigma_{xy}(a, y=0, x) \delta_x(a + \Delta a, y=0, x) dx \quad (3)$$

#### 3.2 基于虚拟裂纹闭合法的能量释放率的有限元分析

有限元计算中, 试件在裂尖部分的有限元网格如图 3 所示, 其中, 图 3(a)为裂纹长度为  $a$ , 冲击速度为 15 m/s, 时间为 200  $\mu$ s 时的变形图, 此时 2<sup>#</sup>, 30<sup>#</sup>, 31<sup>#</sup> 节点  $Y$  向受到约束; 其中图 3(b)为裂纹长度为  $a + \Delta a$ , 冲击速度为 15 m/s, 时间为 200  $\mu$ s 时的变形图, 此时 2<sup>#</sup>, 30<sup>#</sup>, 31<sup>#</sup> 节点  $Y$  向约束被释放。



(a) 裂纹长度为  $a$  的变形图



(b) 裂纹长度为  $a + \Delta a$  的变形图

图 3 裂尖处的有限元模型

Fig.3 Finite element model at crack tip

冲击速度为 15 m/s 的条件下, 基于虚拟裂纹闭合法, 根据图 3 进行计算, 将该问题作平面应变处理, 计算过程中视厚度为单位厚度。裂纹增长量  $\Delta a$

取为 2.13 mm。假设裂纹沿着试件的中线扩展，在试件的中线上采用双重节点技术，模型计算两次。在第一次计算时，见图 3(a)，将试件的 2<sup>#</sup>，30<sup>#</sup>，31<sup>#</sup> 节点约束，即  $\Delta a = 0$ ，得到了将 2<sup>#</sup>，30<sup>#</sup>，31<sup>#</sup> 节点约束后的节点力  $F_i^Y$ 。裂纹增长量为  $\Delta a = 2.13$  mm 时，见图 3(b)，将这几个节点上的位移约束释放，可计算出这几个节点的 Y 向位移  $U_i^Y$ 。计算结果见表 1。

经过两次计算之后，能量释放率<sup>[17]</sup>可以通过下面的公式得出：

$$G_I = \frac{1}{2\Delta A} \sum_i (F_i^Y U_i^Y) \quad (4)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta A} \sum_i (F_i^X U_i^X) \quad (5)$$

式中： $\Delta A = t\Delta a$ ， $t$  为构件的厚度。

计算所得的 I 型断裂参数  $G_I$ ， $K_I$  和 II 型断裂参

数  $G_{II}$ ， $K_{II}$  分别列于表 1，2 中。对于利用巴西圆盘试样进行断裂韧性测试时，巴西圆盘试样的破坏是径向压缩条件下沿加载直径上发生的横向拉伸破坏，并将其作为 I 型断裂模型来处理，从而获得断裂韧性<sup>[13]</sup>。由表 1，2 可知：在相同冲击速度下，在同一时刻 I 型断裂参数比 II 型断裂参数要高出几个数量级。计算结果表明：巴西圆盘试样在具有平行于裂纹线的速度的冲击杆作用下产生的变形效果可简化为张开型(I 型)断裂模型，对应的能量释放率  $G_I$  和应力强度因子  $K_I$  可以描述巴西圆盘试样的动态断裂过程，并从计算的角度进一步说明对径压缩条件下巴西圆盘试样可以简化为 I 型断裂模型。

### 4 应力强度因子的计算

对于各向同性材料而言，平面应变问题的能量

表 1 2<sup>#</sup>，31<sup>#</sup> 节点 Y 向位移分量和力的分量

Table 1 Y-direction displacement and force components for nodes No.2 and No.31

时间/ $\mu$ s	节点 $F_i^Y$ /N		节点位移 $U_i^Y$ /mm		$G_I$ /(MPa · mm)	$K_I$ /(MPa · m <sup>1/2</sup> )
	2 <sup>#</sup>	31 <sup>#</sup>	2 <sup>#</sup>	31 <sup>#</sup>		
280	$3.38 \times 10^0$	$1.92 \times 10^0$	$5.05 \times 10^{-4}$	$3.50 \times 10^{-4}$	0.001 098	0.138 943
290	$9.82 \times 10^0$	$1.50 \times 10^0$	$1.04 \times 10^{-3}$	$7.02 \times 10^{-4}$	0.006 831	0.346 574
300	$3.72 \times 10^1$	$2.06 \times 10^1$	$4.75 \times 10^{-3}$	$3.28 \times 10^{-3}$	0.112 743	1.407 937
310	$1.66 \times 10^2$	$8.69 \times 10^1$	$2.50 \times 10^{-2}$	$1.68 \times 10^{-2}$	2.589 274	6.747 273
320	$3.11 \times 10^2$	$1.60 \times 10^2$	$5.10 \times 10^{-2}$	$3.40 \times 10^{-2}$	9.831 533	13.147 700
330	$3.52 \times 10^2$	$1.83 \times 10^2$	$6.40 \times 10^{-2}$	$4.27 \times 10^{-2}$	14.004 480	15.691 800
340	$3.00 \times 10^2$	$1.56 \times 10^2$	$5.90 \times 10^{-2}$	$3.99 \times 10^{-2}$	11.166 990	14.012 230
350	$2.37 \times 10^2$	$1.25 \times 10^2$	$4.82 \times 10^{-2}$	$3.23 \times 10^{-2}$	7.136 020	11.201 270

表 2 2<sup>#</sup>，31<sup>#</sup> 节点 X 向位移分量和力的分量

Table 2 X-direction displacement and force component for nodes No.2 and 31

时间/ $\mu$ s	节点 $F_i^X$ /mm		节点位移 $U_i^X$ /mm		$G_{II}$ /(MPa · mm)	$K_{II}$ /(MPa · m <sup>1/2</sup> )
	2 <sup>#</sup>	31 <sup>#</sup>	2 <sup>#</sup>	31 <sup>#</sup>		
280	$7.45 \times 10^{-8}$	$2.09 \times 10^{-7}$	$0.00 \times 10^0$	$0.00 \times 10^0$	0	0.000 000
290	$2.12 \times 10^{-7}$	$6.26 \times 10^{-7}$	$1.94 \times 10^{-3}$	$2.30 \times 10^{-3}$	$8.54 \times 10^{-10}$	0.000 123
300	$5.23 \times 10^{-7}$	$5.96 \times 10^{-7}$	$2.50 \times 10^{-2}$	$2.84 \times 10^{-2}$	$1.78 \times 10^{-9}$	0.000 177
310	$5.21 \times 10^{-7}$	$3.13 \times 10^{-7}$	$5.21 \times 10^{-2}$	$5.80 \times 10^{-2}$	$2.09 \times 10^{-8}$	0.000 606
320	$6.56 \times 10^{-7}$	$4.17 \times 10^{-7}$	$8.34 \times 10^{-2}$	$9.21 \times 10^{-2}$	$4.30 \times 10^{-8}$	0.000 869
330	$3.58 \times 10^{-7}$	$7.30 \times 10^{-7}$	$1.17 \times 10^{-1}$	$1.29 \times 10^{-1}$	$2.41 \times 10^{-8}$	0.000 651
340	$7.45 \times 10^{-9}$	$1.94 \times 10^{-7}$	$1.45 \times 10^{-1}$	$1.60 \times 10^{-1}$	$1.38 \times 10^{-8}$	0.000 493
350	$1.49 \times 10^{-7}$	$2.53 \times 10^{-7}$	$1.58 \times 10^{-1}$	$1.75 \times 10^{-1}$	$3.13 \times 10^{-8}$	0.000 742

释放率和应力强度因子存在着如下关系:

$$G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E}(1-\nu^2) \quad (6)$$

$$G_I = \frac{K_I^2}{E}(1-\nu^2) \quad (7)$$

式中:  $E$  为弹性模量,  $\nu$  为泊松比。

由式(6)和(7)得应力强度因子理论解的表达式为

$$K_I = \sqrt{G_I E / (1-\nu^2)} \quad (8)$$

$$K_{II} = \sqrt{G_{II} E / (1-\nu^2)} \quad (9)$$

### 5 计算结果与讨论

本文用白色大理石和钢的弹性常数进行了有限元计算, 物理力学参数如表 3 所示。冲击杆的初始速度分别为 15, 20, 25, 30 m/s。用 LS-DYNA 有限元软件对岩石含中心裂纹的巴西盘试件在对称冲击压缩荷载作用下的动态响应进行了数值计算。

表 3 白色大理石和钢的物理力学参数

Table 3 Physico-mechanical parameters of white marble and steel

材料	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(kg · m <sup>-3</sup> )
大理石	215	0.30	2 527
钢	210	0.25	7 850

冲击杆在 4 种不同速度下的动态载荷作用下的有限元结果分别示于图 4, 5。图 4 所示为在 4 种不同速度下能量释放率随时间的变化曲线。曲线分两个阶段, 在能量释放率峰值之前, 曲线中能量释放率随时间的增加而增大, 速度越高, 则能量释放率的峰值越大, 到达峰值载荷的时间越短; 在能量释放率峰值后, 曲线中能量释放率随时间增加而减小。

图 5 所示为在 4 种不同速度下动态应力强度因子随时间的变化曲线。曲线分两个阶段, 在动态应力强度因子峰值之前, 曲线中动态应力强度因子随时间的增加而增大, 速度越高, 则动态应力强度因子的峰值越大, 到达峰值载荷的时间越小; 在动态应力强度因子峰值之后, 曲线中动态应力强度因子随时间的增加而减小。

图 6 所示为裂纹尖端的 3 个单元位置示意图。

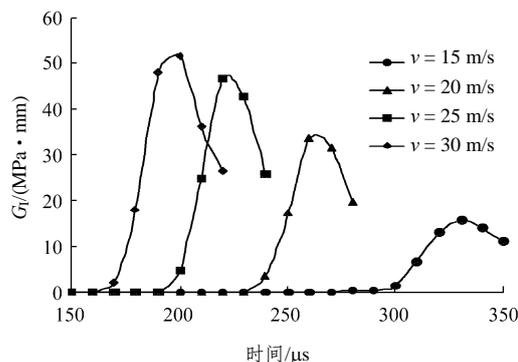


图 4 不同速度下能量释放率随时间的变化曲线  
Fig.4 Curves of energy release rates vs. time at different impact velocities

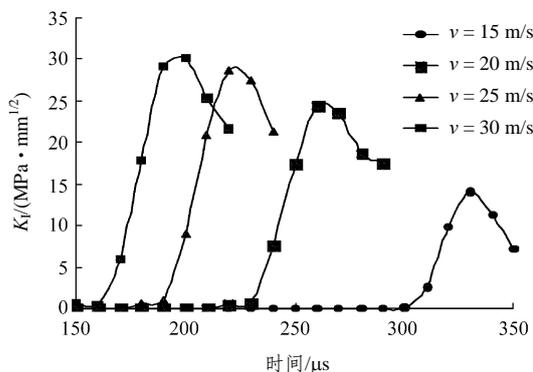


图 5 不同速度下动态应力强度因子随时间的变化曲线  
Fig.5 Curves of stress strength factors vs. time at different impact velocities

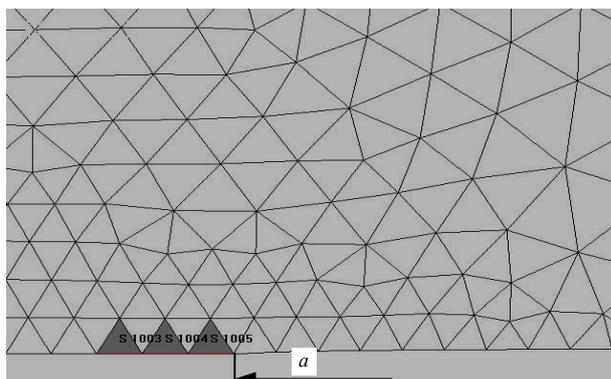


图 6 裂纹尖端 3 个单元  
Fig.6 Chart of three elements at the crack tip

图 7 所示为冲击速度为 15 m/s 的情况下, 裂纹前沿的 3 个单元 1005#, 1004#, 1003# 的 Y 方向的应力随时间的变化曲线。由图 7 可知, 裂纹尖端 1005# 单元的应力比 1004# 单元的应力高, 而 1003# 单元应力最低。当时间  $T = 330 \mu s$ , 裂纹尖端的 3 个单元的应力  $\sigma_y$  开始降低。

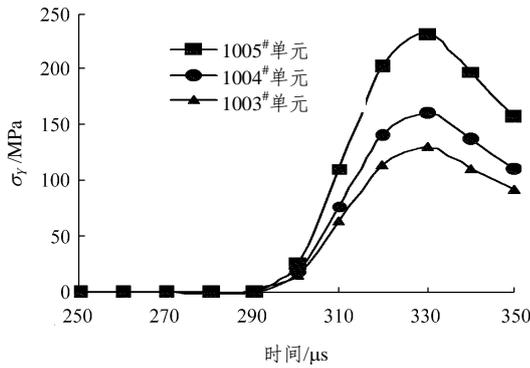


图 7 冲击速度为 15 m/s 时, 裂纹尖端 3 个单元的 Y 方向应力随时间变化曲线

Fig.7 Curves of  $\sigma_y$  vs. time for three elements with impact velocity 15 m/s

图 8 所示为冲击速度为 15 m/s 的情况下, 裂纹尖端的 3 个单元 1005#, 1004#, 1003# 的 Y 方向应变随时间的变化曲线。从图 8 中可知, 裂纹顶端 1005# 单元的应变比 1004# 单元的应变高, 而 1003# 单元应变最低。当时间  $T = 330 \mu s$  时, 裂纹尖端的 3 个单元的应变  $\epsilon_y$  开始降低。

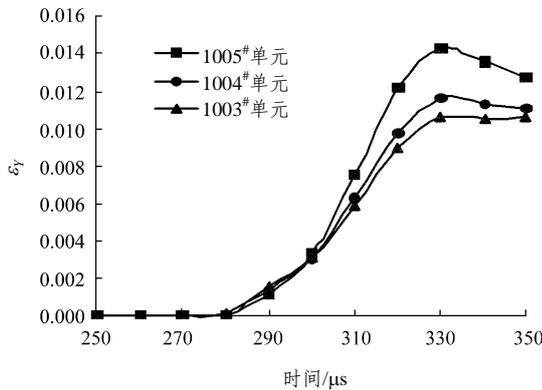


图 8 冲击速度为 15 m/s 时, 裂纹尖端 3 个单元的 Y 方向应变随时间变化曲线

Fig.8 Curves of  $\epsilon_y$  vs. time in Y-direction for three elements with impact velocity 15 m/s

### 6 结 论

(1) 本文利用 LS-DYNA 程序, 对含中心裂纹的岩石巴西盘试件在对称冲击压缩荷载作用下的动态过程进行了数值模拟。基于虚拟裂纹闭合技术 (VCCT), 提出了在冲击荷载作用下裂纹结构能量释放率和动态应力强度因子的计算方法, 得到了能量释放率  $G$  和应力强度因子  $K$  与时间的关系曲线, 并给出了不同冲击速率对该曲线的影响。

(2) 试验结果<sup>[2]</sup>表明: 动态断裂韧性随着加载速率的增加而降低。大理石材料在冲击载荷作用下, 冲击速度越大, 能量释放率和动态应力强度因子越高。在动态加载情况下, 大理石材料的裂纹比静态情况下易于扩展, 本文提出的计算方法具有重要的工程应用价值。

(3) 对含中心裂纹的岩石巴西盘试件在冲击压缩荷载作用下的动态过程的数值模拟表明: 巴西圆盘试样在具有平行于裂纹线的速度的冲击杆作用下产生的变形效果, 可简化为张开型(I 型)断裂模型, 对应的能量释放率  $G_I$  和应力强度因子  $K_I$  可以描述巴西圆盘试样的动态断裂过程。

### 参考文献(References):

- [1] 杨 军, 金乾坤, 黄风雷. 岩石爆破理论模型及其数值计算[M]. 北京: 科学出版社, 1999.(YANG Jun, JIN Qiankun, HUANG Fenglei. Rock blasting theory model and numerical calculation[M]. Beijing: Science Press, 1999.(in Chinese))
- [2] 刘再华, 解 德, 王元汉, 等. 工程断裂动力学[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1996.(LIU Zaihua, XIE De, WANG Yuanhan, et al. Engineering fracture dynamic mechanics[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1996.(in Chinese))
- [3] 钟卫洲, 罗景润. 冲击荷载下三点弯曲试样的有限元分析[J]. 环境技术, 2004, (1): 7 - 9.(ZHONG Weizhou, LUO Jingrun. Finite element analysis on three-point bending sample loaded by impact loading[J]. Environmental Technology, 2004, (1): 7 - 9.(in Chinese))
- [4] 刘瑞堂, 张晓欣, 姜风春, 等. 三点弯曲试样应力强度因子动态响应的有限元分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2000, 21(3): 49 - 51.(LIU Ruitang, ZHANG Xiaoxin, JIANG Fengchun, et al. Analysis of dynamic response of stress intensity factor of three-point bending specimen by using finite element method[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2000, 21(3): 49 - 51.(in Chinese))
- [5] 朱万成, 黄志平, 唐春安, 等. 含预制裂纹巴西盘试样破裂模式的数值模拟[J]. 岩土力学, 2004, 25(10): 1 609 - 1 612.(ZHU Wancheng, HUANG Zhiping, TANG Chun'an, et al. Numerical simulation on failure process of pre-cracked Brazilian disk specimen of rock[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(10): 1 609 - 1 612.(in Chinese))
- [6] 沈明荣. 岩体力学[M]. 上海: 同济大学出版社, 1999.(SHEN Mingrong. Rock mass mechanics[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1999.(in Chinese))

- [7] 朱万成, 唐春安. 岩板中混合裂纹扩展过程的数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(2): 231 - 234.(ZHU Wancheng, TANG Chun'an. Numerical simulation on the propagation processes of mixed mode cracks in rock plates[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(2): 231 - 234.(in Chinese))
- [8] 朱万成, 唐春安, 杨天鸿, 等. 岩石破裂过程分析(RFPA<sup>2D</sup>)系统的细观单元本构关系及验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(1): 24 - 29.(ZHU Wancheng, TANG Chun'an, YANG Tianhong, et al. Constitutive relationship of mesoscopic elements using in RFPA<sup>2D</sup> and its validations[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(1): 24 - 29.(in Chinese))
- [9] LAMBERT D E, ROSS C A. Strain rate effects on dynamic fracture and strength[J]. International Journal of Impact Engineering, 2000, 24(8): 985 - 998.
- [10] TANG C A, LIU H, LEE P K K, et al. Numerical studies of the influence of microstructure on rock failure in uniaxial compression—part I: effect of heterogeneity[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(4): 555 - 569.
- [11] PARTON V Z, BORISKOVSKY V G. Dynamic fracture mechanics[M]. New York: Hemisphere Press, 1990.
- [12] 尤明庆, 苏承东. 平台巴西圆盘劈裂和岩石抗拉强度的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(18): 3 106 - 3 112.(YOU Mingqing, Su Chengdong. Experimental study on split test with flattened disk and tensile strength of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(18): 3 106 - 3 112.(in Chinese))
- [13] 张志强, 鲜学福. 用带中心孔巴西圆盘试样测定岩石断裂韧度的研究[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 1998, 21(2): 68 - 74.(ZHANG Zhiqiang, XIAN Xuefu. Research on measuring rock fracture toughness with Brazilian disc specimen having a central hole[J]. Journal of Chongqing University(Natural Science), 1998, 21(2): 68 - 74.(in Chinese))
- [14] 宋小林, 谢和平, 王启智. 大理岩的高应变率动态劈裂试验[J]. 应用力学学报, 2005, 22(3): 419 - 425.(SONG Xiaolin, XIE Heping, WANG Qizhi. High strain rate dynamic split tests of marble[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2005, 22(3): 419 - 425.(in Chinese))
- [15] 白金泽. LS-DYNA<sup>3D</sup> 理论基础与实例分析[M]. 北京: 科学出版社, 2005.(BAI Jinze. LS-DYNA<sup>3D</sup> theory foundation and example analysis[M]. Beijing: Science Press, 2005.(in Chinese))
- [16] ZHANG J, SOUTIST C, FAN J. Strain energy release rate associated with local delaminating in cracked composite laminates[J]. Composites, 1994, (9): 851 - 861.
- [17] RYBICKI E F, KANNIMEN M F. A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral[J]. Engng. Fracture Mech., 1977, (9): 931 - 938.
- [18] RAJU I S. Calculation of strain—energy release rates with higher order and singular finite elements[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1987, 28(3): 251 - 274.