

降低 PTS 方法复杂度的原理及应用

王 林 江秀萍

(西安理工大学自动化学院 西安 710048)

摘要: 传统的降低 OFDM 信号峰均比值的部分传输序列(PTS)方法需计算全部相位旋转因子序列所对应的峰均比值,因而计算复杂度很大。该文分析了 OFDM 信号峰值出现的规律,提出了搜索合乎需求的相位旋转因子序列的一般性原则,并在此基础上提出了一种全新的降低 PTS 方法复杂度的方案。理论分析和仿真结果表明,该方法在大幅降低系统复杂度的同时,性能损失较少。

关键词: 正交频分复用; 峰均比; 部分传输序列; 复杂度

中图分类号: TN919.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)11-2585-04

The Principle and Application to the Reduction of PTS' Complexity

Wang Lin Jiang Xiu-ping

(School of Automation, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: The conventional PTS method of reducing OFDM signal's PAPR has large computation complexity because of the computation of all sets of the phase rotation vectors. In this paper, a general principle of finding appropriate phase rotation vectors by analyzing the rule of the appearance of peak value for OFDM signals is presented. Based on the principle, a novel method is proposed which can remarkably reduce the complexity of PTS with little degradation of system's performance, as illustrated by theoretical analysis and simulation results.

Key words: OFDM; PAPR (Peak-to-Average Power Ratio); PTS (Partial Transmit Sequences); Complexity

1 引言

正交频分复用技术(OFDM)因其具有较高的频带利用率与较强的抗衰落能力,已经在很多领域得到了广泛应用^[1-4]。但由于 OFDM 系统存在多个相互正交的子载波,系统输出的 OFDM 信号由多个子信道的输出信号叠加而成,当输出信号具有较长的相位一致性时(如传输信息中出现众多的连“1”情况),OFDM 信号的瞬间峰均比值(PAPR)将会很高。在实际的 OFDM 通信系统中,功率放大器的线性范围有限,当峰均比较高的 OFDM 信号通过时,容易造成非线性失真,导致信号畸变,使系统的性能恶化。因此必须设法降低信号的峰均比值。

研究人员已经提出了多种降低 OFDM 信号峰均比值的 技术,如:限幅类技术^[5]、编码类技术^[6]及概率类技术^[7-9]。限幅类技术直接削去 OFDM 信号的超限峰值,虽然简单,但会带来带内噪声和带外干扰。编码类技术将原信息码字映射到一个具有较低峰均比值的传输码集上,从而可避开出现信号峰值的码字。编码类技术的编解码比较繁琐,计算复杂度很高,因此只适合于子载波数比较少的情况。概率类技术着眼于降低信号峰值出现的概率,能够有效降低信号的峰均比值,而且不会使信号发生畸变。部分传输序列(PTS)方法属于概率类技术。

Huber^[10]等人提出的部分传输序列方法的主要思想是将输入数据分割成若干互不重叠的子数据块,并选择一组相位旋转因子来修正子数据块的相位,以获得最低的峰均比值。为选择最优相位旋转因子序列,需要计算全部相位旋转因子组合所对应的信号峰均比值,其复杂度随子数据块数目的增加而成指数增长,因而复杂度过高。

研究人员对基于全搜索法的 PTS 技术进行了改进,提出了多种次优的 PTS 方法改进方案^[11-15]。其中, Cimini^[16]等提出的迭代 PTS (IPTS) 方法最具代表性。IPTS 仅需计算 V (子数据块数目) 个相位旋转因子序列所对应的峰均比值,且性能损失较小。但迄今为止,PTS 改进方案均是通过仿真手段与全搜索法进行比较,作者尚未发现相关文献从理论上分析降低复杂度对其性能的影响。

本文通过分析 OFDM 信号的特性与 PTS 的原理,提出了降低 PTS 复杂度的一般性原则,并在此基础上提供了一种新的相位旋转因子搜索方法,仿真结果表明,这种方法能够达到减小 PTS 复杂性,降低系统 PAPR 的目的。

2 传统的 PTS 原理

设 OFDM 系统具有 N 个互相正交的子载波,在一个 OFDM 符号持续的时间间隔 $0 \leq t \leq T_s$ 内的 OFDM 信号可以表示为

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{j2\pi \frac{n}{T_s} t} \quad (1)$$

OFDM 信号的峰均比值 PAPR 可表示为

$$\text{PAPR} = 10 \lg \frac{\max |s(t)|^2}{E[|s(t)|^2]} \text{ (dB)} \quad (2)$$

PTS 的主要思想是将输入数据 X 分解成 V 组互不重叠的子数据块 $X = \sum_{v=1}^V X_v$ 。选择合适的旋转相位因子序列 $\{b_v = \exp(j\phi_v), v = 1, 2, \dots, V\}$ ，对上述 V 个子数据块的相位进行调整叠加之后得到：

$$Y = \sum_{v=1}^V b_v X_v \quad (3)$$

对 Y 进行傅里叶逆变换可以得到：

$$y = \text{IFFT}\{Y\} = \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \quad (4)$$

利用相位旋转因子对子数据块的相位进行调整的目的就是使得调整之后的子数据块叠加后所生成的 OFDM 信号峰均比值能够比原始的 OFDM 信号有所降低，图 1 是其原理图。

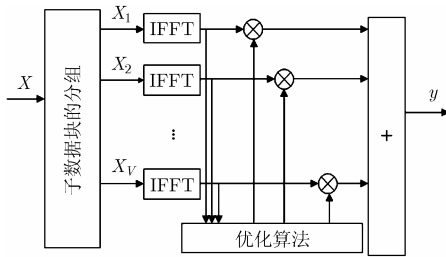


图 1 PTS 实现原理图

根据子载波的正交性可以看出，OFDM 信号相位的调整不会改变信号的功率均值，即不会改变式(2)右端的分母部分。因此，PTS 技术的主要目的就是搜索满足下式的相位旋转因子序列：

$$\{b_1^*, b_2^*, \dots, b_V^*\} = \arg \min_{(b_1, b_2, \dots, b_V)} \left(\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right| \right) \quad (5)$$

不失一般性，可以设定 $b_1 = 1$ 。假设每个 ϕ_v 可能取值的个数是 W 个，则采用全搜索法需要计算 W^{V-1} 次峰均比值，即其复杂度随 V 呈指数级增长。本文取相位因子集合为 $\{1, -1\}$ ，即 $W=2$ 。

3 新的 PTS 旋转因子选取方法

根据上节的讨论，基于全搜索法的 PTS 方法其复杂性主要体现在必须针对集合 $\{(b_1, b_2, \dots, b_V) | b_1 = 1, b_i = \pm 1, 2 \leq i \leq V\}$ 中的所有组合计算 $\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right|$ 以获得最小峰值 $\min_{(b_1, b_2, \dots, b_V)} \left(\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right| \right)$ ，将达到上述最小峰值的因子序列

$$\{b_1^*, b_2^*, \dots, b_V^*\} = \arg \min_{(b_1, b_2, \dots, b_V)} \left(\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right| \right) \quad (6)$$

称为信号 $\sum_{v=1}^V X_v$ 的最优相位旋转因子序列。之所以只有全搜索法能够达到全局最优的峰均比值，其根本原因是 OFDM 系统的输入信号具有随机性，因而任意一个组合 (b_1, b_2, \dots, b_V) 都可能是某一个 OFDM 信号的最优相位旋转因子序列。

因此，对于全搜索法的改进思路应该是仅针对一部分因子序列 (b_1, b_2, \dots, b_V) 计算 $\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right|$ 的最小值以近似获得全局最小值 $\min_{(b_1, b_2, \dots, b_V)} \left(\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right| \right)$ 。

为准确描述本文所提算法，本文引进以 Hamming 距离均匀充满的概念，并简要讨论其性质。

设 $S_{\text{prs}} = \{(b_1, b_2, \dots, b_V) | b_1 = 1, b_i = \pm 1, 2 \leq i \leq V\}$ 表示所有相位旋转因子序列的集合， $I < V - 1$ 为一个正整数， $S_I \subset S_{\text{prs}}$ 为 S_{prs} 的一个子集，如果 S_I 中任意两个相位旋转因子序列之间的 Hamming 距离不小于 $I + 1$ ，并且对于 S_{prs} 中的任意一个相位旋转因子序列 (b_1, b_2, \dots, b_V) ，至少存在一个 $(b'_1, b'_2, \dots, b'_V) \in S_I$ 使得 (b_1, b_2, \dots, b_V) 和 $(b'_1, b'_2, \dots, b'_V)$ 之间 Hamming 距离不超过 I ，则称 S_I 以 Hamming 距离 I 均匀充满 S_{prs} 。

例如，当 $V = 4$ 时， S_{prs} 中包含 8 个因子序列 $\{(1, \pm 1, \pm 1, \pm 1)\}$ 。若取 $I = 1$ ，则 S_1 可以取为 $\{(1, 1, 1, 1), (1, -1, -1, 1), (1, 1, -1, -1), (1, -1, 1, -1)\}$ 。对于 S_{prs} 中的任意一个因子序列 $(1, b_2, b_3, b_4)$ ，当 $b_2 = 1$ 时，该因子必然与两个因子 $(1, 1, 1, 1)$ 和 $(1, 1, -1, -1)$ 中的一个具有不超过 1 的 Hamming 距离，而当 $b_2 = -1$ 时，该因子必然与两个因子 $(1, -1, -1, 1)$ 和 $(1, -1, 1, -1)$ 中的一个具有不超过 1 的 Hamming 距离。因而， $S_1 = \{(1, 1, 1, 1), (1, -1, -1, 1), (1, 1, -1, -1), (1, -1, 1, -1)\}$ 以 Hamming 距离 1 均匀充满 S_{prs} 。

为了讨论和应用上述概念，首先介绍如何选取 S_I 。以下是选取 S_I 的步骤：

$$(1) \text{ 令 } S_I = \left\{ \left(1, \underbrace{1, \dots, 1}_{V-1} \right) \right\};$$

(2) 选取因子序列 $(1, b_2, \dots, b_V) \in S_{\text{prs}} \setminus S_I$ ，使得 $(1, b_2, \dots, b_V)$ 与 S_I 中任意一个因子序列的 Hamming 距离均不小于 $I + 1$ ；

(3) 若在步骤(2)中能够选取到满足条件的因子 $(1, b_2, \dots, b_V) \in S_{\text{prs}} \setminus S_I$ ，则将因子序列加入 S_I ，并转向步骤(2)继续运行，否则停止运行。

不难发现，上述算法所得到的 S_I 以 Hamming 距离 I 均匀充满 S_{prs} 。下面简单地描述一下以 Hamming 距离 I 均匀充满 S_{prs} 的集合 S_I 的若干性质。

首先， V 通常取 8 或 16。根据上述算法计算后发现，当 V 取 8 时，若取 $I = 1$ ，则 S_I 中包含 64 个因子序列；若取

$I = 2$, 则 S_I 中包含 16 个因子序列。当 V 取 16 时, 若取 $I = 4$, 则 S_I 中包含 128 个因子序列; 若取 $I = 7$, 则 S_I 中包含 32 个因子序列。

再次, 根据定义, S_{prs} 中的任意一个因子序列一定与 S_I 中的某一个因子序列的 Hamming 距离不超过 I , S_I 中某一个相位因子旋转序列 (b_1, b_2, \dots, b_V) 所对应的 $\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right|$ 与 S_{prs} 中与 (b_1, b_2, \dots, b_V) 汉明距离为 I 的那些相位旋转因子序列对应的 $\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right|$ 相差 I 个子数据块的相位对整个 $\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right|$ 的影响。由峰均比产生的原因可知, 只有出现长的相位一致性时, 才能出现较高的 $\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right|$ 。因此, 当 I 较小(相对于 V) 时, I 个子数据块的相位的叠加对整个 $\max_t \left| \sum_{v=1}^V b_v \text{IFFT}\{X_v\} \right|$ 的影响从概率上讲也将较小。如果在 S_{prs} 中找到了信号 $\sum_{v=1}^V X_v$ 的最优相位旋转因子序列 $\{b_1^*, b_2^*, \dots, b_V^*\}$, 那么总能在 S_I 中找到与 $\{b_1^*, b_2^*, \dots, b_V^*\}$ 的 Hamming 距离最近的一个相位旋转因子序列 $\{b_1'', b_2'', \dots, b_V''\}$ 作为次优的相位旋转因子序列, 换句话说, 我们不需要搜索整个 S_{prs} , 而只需搜索较小的 S_I 即可。

另一方面, 一般功率放大器都存在一定的线性范围。因此, 我们只需将信号的 PAPR 值控制在系统所希望的范围之内, 在这个前提下可大大降低传统 PTS 的复杂度。对于子数据块数目 V 确定的通信系统来说, 全搜索方法所对应的 S_{prs} 是确定的, 可以人为改变的是次优法所搜索的相位旋转因子组合。而由于任意一个相位旋转因子序列 (b_1, b_2, \dots, b_V) 都可能是某一个 OFDM 信号的最优相位旋转因子序列, 因此, 如果希望通过搜索部分因子序列的集合以近似获得最小峰均比值, 则该部分因子序列的集合应以某一个汉明距离均匀充满着 S_{prs} 。

在这样的原则下, 本文提出了一种实际搜索的相位旋转因子组合均匀充满着全部相位旋转因子组合 S_{prs} 的次优方法。在全搜索的相位旋转因子组合一定的情况下, 可在 PTS 系统中利用一个存储器存储一组以一定的汉明距离均匀充满着 S_{prs} 的 S_I 。这样, 进行子数据块加权的相位旋转因子序列只需从这个存储器里选取, 降低了软件实现的负担, 而且本方法在硬件上容易实现, 其搜索复杂度是由 S_I 中的相位旋转因子序列个数所决定的。

4 仿真结果与分析

以一个子载波数 $N = 128$, $V = 8$ 的 OFDM 系统为例, 全搜索所对应的相位旋转因子序列个数为 256, 可以通过上一小节提及的方法找到汉明距离为 3 的 16 个相位旋转因子

序列, 显然, 这 16 个相位旋转因子序列均匀充满着所有相位旋转因子的组合。

仿真使用 MATLAB 软件实现, 对随机产生的连续信号进行过采样因子为 4 的采样, 调制方式为 PCM, 数字调制方式为 QPSK, 子载波数为 $N = 128$, 仿真中, OFDM 信号以相邻分割的方式分为 $V = 8$ 组的子数据块, 相位信息 $b_v \in \{1, -1\}$ 。

图 2 给出了 10000 个 OFDM 连续信号的情况下, 本文的方法、全搜索法、迭代搜索以及原始 OFDM 信号的 PAPR 分布曲线图, 从左往右依次为全搜索法、本文的方法、迭代搜索法以及原始 OFDM 信号的仿真曲线。从图中可以发现, 在 $\text{CCDF} = 10^{-4}$ 的同等条件下, 迭代搜索法是 9dB, 而本文的方法是 8.4dB, 与全搜索法的 7.5dB 相差 1dB 都不到。可见, 这种次优的 PTS 不仅能够像迭代搜索法一样大幅降低复杂度, 使得性能上也有一定的改善, 而且在硬件上容易实现。

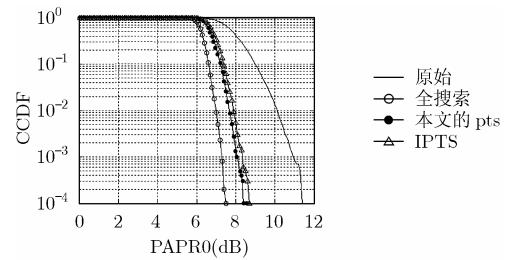


图 2 PTS-OFDM 系统各方法 PAPR 的分布曲线

5 结束语

OFDM 是一种高速的数据传输技术, 但是由于其具有多载波系统固有的峰均比较高的缺点, 限制了它的实用化。基于全搜索方法的 PTS 技术能够有效地降低 OFDM 信号的峰均比, 但是由于全搜索法计算复杂度太高, 增加了系统的成本。本文通过分析 PTS 的复杂度及其性能的综合分析, 提出了降低 PTS 复杂度的一般性原则, 即搜索的相位旋转因子序列应均匀充满着整个搜索空间, 并在一般性原则的基础上给出了一个以一定的汉明距离均匀充满着整个搜索空间的相位旋转因子子集。通过仿真表明, 这种次优方法在大幅降低系统的复杂度的同时, 也达到了有效减小系统峰均比的目的, 且硬件实现简单。因此, 在子载波数较大的 OFDM 系统中, 这种次最优的 PTS 是比较可行的。

参考文献

- [1] Cimini L J. Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1985, 33(7): 665-675.
- [2] Bingham J A C. Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come [J]. *IEEE*

- Commun.*, 1990, 28(5): 5-14.
- [3] Alard M and Lasalle R. Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers [J]. *EBU Tech Rev.*, 1987, 224: 47-69.
- [4] Reimers U. Digital video broadcasting [J]. *IEEE Commun. Mag.*, 1988, 36(10): 104-110.
- [5] Armstrong J. Peak-to-average power reduction for OFDM by repeated clipping and frequency domain filtering [J]. *Electronics Letters*, 2002, 35(5): 246-247.
- [6] Chiu M C and Chen H S. Reduction of the peak to average power ratio in OFDM systems with convolutional codes[C]. IEEE International Symposium on Information Theory, Lausanne Switzerland, 2002: 246.
- [7] Slimane S B. Peak-to-average power ratio reduction of OFDM signals using broadband pulse shaping[C]. Vehicular Technology Conference, VTC 2002-Fall. 2002 IEEE 56th, Vancouver, Canada, 2002, 2: 889-893.
- [8] Eetvelt P V, Wade G, and Tomlinson M. Peak to average power reducing for OFDM schemes by selective scrambling [J]. *Electronics Letters*, 1996, 32(21): 1963-1964.
- [9] Nikookar H and Lidsheim K S. Random phase updating algorithm for OFDM transmission with low PAPR[J]. *IEEE Trans. on Broadcasting*, 2002, 48(2): 123-128.
- [10] Muller S H and Huber J B. OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences [J]. *Electronics Letters*, 1997, 33(5): 368-369.
- [11] Han S H and Lee J H. PAPR reduction of OFDM signals using a reduced complexity PTS technique[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(11): 887-890.
- [12] Jayalath A D S and Tellambura C. Adaptive PTS approach for reduction of peak-to-average power ratio of OFDM signal[J]. *Elec.Lett.*, 2000, 36(14): 1226-1228.
- [13] Ho W S, Madhukumar A S, and Chin F. Peak-to-average power ratio reduction using partial transmit sequences: a suboptimal approach based on dual layered phase sequencing [J]. *IEEE Trans. on Broadcasting*, 2003, 49(2): 225-231.
- [14] Chen H. An orthogonal projection-based approach for PAR reduction in OFDM[J]. *IEEE Communication Letters*, 2002, 6(5): 169-171.
- [15] Liu P, Zhu W P, and Ahmad M O. A phase adjustment based partial transmit sequence scheme for PAPR reduction [J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2004, 23(4): 329-337.
- [16] Cimini L J and Sollenberger N R. Peak-to-average power ratio reduction of an OFDM signal using partial transmit sequences[J]. *IEEE Communication Letters*, 2000, 4(3): 86-88.
- 王 林: 男, 1963 年生, 教授, 博士, 研究方向为 B3G 关键技术、网络理论。
- 江秀萍: 女, 1982 年生, 硕士生, 研究方向为 B3G 关键技术。