

## 降低 OFDM 信号 PAPR 的改进交织分割 PTS 方法

卢光跃<sup>①</sup> 邵朝<sup>①</sup> 罗琳<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(西安邮电学院通信工程系 西安 710061)

<sup>②</sup>(东南大学无线电工程系 南京 210096)

**摘要:** 该文首先证明在交织分割部分传输序列方法(IPTS)中,由于待选传输序列的非独立性而造成 IPTS 性能较差;为此,借助于对部分数据子块进行共轭运算来有效地增加 IPTS 算法中独立待选传输序列的个数,从而提高 IPTS 算法的性能。仿真结果表明,通过增加独立待选传输序列的个数,提出的改进 IPTS (MIPTS)能够以较小的运算量达到(针对离散信号)或优于(针对连续信号) APTS 算法性能。

**关键词:** OFDM 系统; 峰均功率比(PAPR); 部分发送序列(PTS)法; 交织分割; 相邻分割

中图分类号: TN919.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)03-1127-04

## Modified Interleaved Partitioning PTS Method for PAPR Reduction in OFDM System

Lu Guang-yue<sup>①</sup> Shao Chao<sup>①</sup> Luo Lin<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Department of Telecommun. Engineering, Xi'an Institute of Posts and Telecommunications, Xi'an 710061, China)

<sup>②</sup>(Department of Radio Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** It is firstly proved that the non-independence among the candidates used in the Interleaved partitioning Partial Transmit Sequences (IPTS) results in the lower performance of IPTS, compared to the Adjacent partitioning PTS (APTS). More independent candidates can be created and better performance can be gained using subblocks and their conjugate versions in the proposed Modified IPTS (MIPTS). The simulation results show the MIPTS has similar PAPR reduction performance as APTS without over-sampling or is superior to APTS with over-sampling.

**Key words:** OFDM system; Peak-to-Average Power Ratio (PAPR); Partial Transmit Sequences (PTS) method; Interleaved partitioning scheme; Adjacent partitioning scheme

### 1 引言

多载波调制技术具有频带利用率高、抗多径衰落能力强等优点,近年来,越来越多地引起了人们的关注,并得到了广泛的应用<sup>[1]</sup>(如第四代移动通信技术<sup>[2]</sup>, DVB, DAB, 基于离散多音频(DMT)的ADSL等)。然而, OFDM信号的大 PAPR问题要求在系统实现时,必须采用具有大动态范围的线性高功率放大器,以保证输出信号的线性放大,这就增加了系统的造价和实现难度。为此,很多学者从多方面进行了分析,提出了很多有效的PAPR降低方法<sup>[1]</sup>,这些算法可归纳为信号失真技术和信号无损技术。反复的剪切和滤波技术<sup>[1]</sup>是对峰值剪切,然后采用滤波器滤除剪切引入的带外辐射,但这些方法引入的带外辐射和带内干扰将降低系统的 BER性能,属于信号失真PAPR降低方法;无损技术包括编码技术<sup>[3]</sup>、选择映射法(SLM)<sup>[4]</sup>、部分发送序列法(PTS)<sup>[5-8]</sup>和基于时域循环卷积的方法<sup>[9,10]</sup>等。编码技术通过信号编码可

有效地降低PAPR,同时具有编码增益,但编码需要发送大量的冗余信息,使信息速率下降;SLM, PTS及基于时域循环卷积的方法都是在发送端产生包含同一信息的多个待选序列,再从中选择具有最小PAPR的序列来发送。在文献[11]中,作者将 PTS 方法推广到基带信号为实数的 OFDM 系统(如基于 DMT 的 ADSL 系统、基于 MB-OFDM 的 UWB 系统等)。不同算法在 PAPR 降低性能、运算复杂度及系统传输效率等方面是不同的。

在PTS方法,可以通过不同的分割方式(如相邻分割、交织分割和随机分割)得到数据子块,而采用不同分割方式时 PTS 方法的性能不同<sup>[6,7]</sup>,例如,在采用相同数目数据子块的情况下,采用随机分割方法时算法的性能最佳,其次是相邻分割方法(APTS),然后是交织分割方法(IPTS)。目前还未有论文对 IPTS 算法性能较差的原因进行探讨。本文首先分析了 IPTS 方法的性能较差的原因,指出是由于待选传输序列的非独立性造成 IPTS 方法性能较差,然后提出改进 IPTS (MIPTS)方法以提高 IPTS 算法的性能,最后利用计算机仿真对 MIPTS 算法进行验证。

2005-12-15 收到, 2006-06-22 改回

国家自然科学基金(60372036), 国家重点实验室基金(51473020203 QT6702)和陕西省自然科学基金(2002F24)资助课题

## 2 PTS 方法降低 PAPR 的原理

假定 OFDM 系统有  $N$  个子载波, 设发送的基带频域数据为  $X(k)$  ( $k = 0, \dots, N-1$ ), 相应地, 其时域信号为  $x(n) = \text{IDFT}\{X(k)\}$  ( $n = 0, \dots, N-1$ )。于是,  $x(n)$  的 PAPR 可表示为

$$\text{PAPR}[x(n)] = 10 \lg \frac{\max\{|x(n)|^2\}}{E\{|x(n)|^2\}} \quad (1)$$

其中  $\max(\cdot)$  是取最大值, 而  $E\{\cdot\}$  是计算均值。

为降低  $x(n)$  的 PAPR, 可以考虑将  $X(k)$  进行相位扰动, 即将  $X(k)$  与  $M$  个相位序列  $P_\mu(k)$  ( $k = 0, \dots, N-1, \mu = 1, \dots, M$ ) 相乘,

$$X_\mu(k) = [P_\mu(0)X(0), \dots, P_\mu(N-1)X(N-1)], \quad \mu = 1, \dots, M \quad (2)$$

其中  $P_\mu(k) = \exp(j\phi_\mu(k))$  ( $k = 0, \dots, N-1$ ),  $\phi_\mu(k)$  在  $[0, 2\pi)$  之间均匀分布。相应地, 可得到  $M$  个待选传输序列,  $x_\mu(n) = \text{IDFT}\{X_\mu(k)\}$  ( $\mu = 1, \dots, M$ )。于是, 从  $M$  个待选序列中选择具有最小 PAPR 的序列用于传输, 相应的相位序列的编号  $\mu$  要作为辅助信息传送给接收端。对于 IPTS 和 APTS 方法而言, 它们对应的相位序列可分别表示为<sup>[11]</sup>

(1) 对 IPTS 方法而言, 其相位序列具有如下的周期结构

$$P_\mu = \{P_\mu(k)\} = \underbrace{\{D, D, \dots, D\}}_{N/V} \quad (3)$$

其中  $D = [b_0^v, b_1^v, \dots, b_{V-1}^v]$ ,  $V$  为选取的整数(要求  $N/V$  也为整数, 记为  $L$ ),  $b_0^v = 1, b_v^v \in \{\pm j, \pm 1\}$  ( $v = 1, \dots, V-1$ )。根据  $b_v^v$  的取值范围, 通过穷尽搜索, 形式上可得到  $M = 4^{V-1}$  个不同的相位序列。

(2) 对 APTS 方法而言, 其相位序列具有如下结构:

$$P_\mu = \{P_\mu(k)\} = \underbrace{[b_0^v, \dots, b_0^v]}_{N/V}, \underbrace{[b_1^v, \dots, b_1^v]}_{N/V}, \dots, \underbrace{[b_{V-1}^v, \dots, b_{V-1}^v]}_{N/V} \quad (4)$$

其中  $V$  和  $b_v^v$  的取值同式(3)。根据  $b_v^v$  的取值范围, 通过穷尽搜索, 也可得到  $4^{V-1}$  个不同的相位序列。

在 PTS 方法<sup>[5-8]</sup>中, 将  $X(k)$  与式(3)或式(4)所示的  $P_\mu(k)$  相乘得到新基带频域数据, 这等同于通过交织或相邻分割将  $X(k)$  分割成的子块  $X^{(v)}(k)$  ( $v = 0, \dots, V-1$ ) 的加权求和。PTS 算法的性能与独立的待选传输序列的个数  $M$  有直接的关系, 一般情况下, 算法的性能随  $M$  的增大而增加。

## 3 改进的 IPTS 方法

在 IPTS 中, 对  $b_v \in \{\pm j, \pm 1\}$  ( $v = 1, \dots, V-1$ ) 进行穷尽搜索时, 尽管形式上可以得到  $M = 4^{V-1}$  个相位序列, 但由这些相位序列生成的待选传输序列  $x_\mu(n)$  并不是完全独立的(此处, 两个待选传输序列独立指它们具有不同的 PAPR), 而非独立的待选传输序列对算法性能的提高没有帮助。

### 3.1 IPTS 算法相位序列的独立性

IPTS 算法相位序列的独立性可以从下面的引理得到说明。

**引理** 当  $\tilde{D}(v) = W_V^{-vl} D(v)$  ( $l = \pm 1, \dots, \pm(V-1); v = 0, \dots, V-1$ ), 那么,  $\tilde{x}(n) = \text{IDFT}\{\tilde{P}(k)X(k)\}$  是  $\bar{x}(n) = \text{IDFT}\{P(k)X(k)\}$  的循环移位序列, 即

$$\tilde{x}(n) = \bar{x}(n + L) \quad (5)$$

其中  $W_V^{-kl} = \exp\left\{j\frac{2\pi}{V}kl\right\}$  为旋转因子,  $L = N/V$ ,  $P(k)$  和  $\tilde{P}(k)$  借助于式(3)得到。

由于  $\tilde{P}(k)$  可以表示为  $\tilde{P}_k = W_N^{-ul} P_k$ , 引理即可得证。从式(5)知, 由于  $\tilde{x}(n)$  为  $\bar{x}(n)$  的循环移位序列, 显然二者具有相同的 PAPR, 即  $\tilde{x}(n)$  和  $\bar{x}(n)$  不是相互独立的。在 PTS 方法中, 应避免选用非独立的相位序列。

在 APTS 算法中, 穷尽搜索得到的  $M = 4^{V-1}$  个相位序列相互独立(这一点可以在计算机仿真中得到验证)。而在 IPTS 算法中采用穷尽搜索时, 遗憾的是, 尽管可能的相位序列总数为  $M = 4^{V-1}$  (如  $V=2$  时,  $M=4$ ;  $V=4$  时,  $M=64$ ), 但相互独立的相位序列仅有 2 个 ( $V=2$  时) 和 16 个 ( $V=4$  时)。例如, 当  $V=4$  时,  $\{D(v)\} = \{1, 1, 1, 1\}, \{1, j, -1, -j\} = \{W_4^{-v} D(v)\}, \{1, -1, 1, -1\} = \{W_4^{-2v} D(v)\}$  及  $\{1, -j, -1, j\} = \{W_4^{-3v} D(v)\}$  满足引理的条件, 则根据引理, 由这 4 个序列构成的  $P(k)$  产生的 4 个待选传输序列之间具有循环移位关系, 亦即, 尽管可以生成 4 个待选传输序列, 但它们具有相同的 PAPR, 不会对算法降低 PAPR 的性能带来改善。因此, 采用相同子块分割时, 正是由于 IPTS 算法中独立的待选信号序列减少, 从而导致其性能劣于 APTS 算法。为提高 IPTS 算法的性能, 显然需要增加独立的待选传输序列的个数。在下面的叙述中, 我们用  $S$  来表示所有独立相位序列的集合。

### 3.2 改进的 IPTS 算法(MIPTS)

为了增加独立相位序列个数, 需要增加分段数目, 或者增加可能的  $b_v$  个数(即增大  $b_v$  的取值范围), 如  $b_v \in \exp$

$$\left\{j\frac{2\pi}{J}[0: J-1]\right\} \quad (J \text{ 为大于 } 4 \text{ 的整数})。$$

增加分段数目需增加 IDFT 的次数, 而增加可能的  $b_v$  个数将不可避免地增加相应的乘法运算次数(通常情况下,  $b_v$  取  $1, -1, j, -j$  时认为不需要额外的复数乘法运算)。因此, 为了不增加额外的 IDFT 运算或复数乘法运算, 我们不增大分段数目, 且仍取  $b_v \in \{\pm j, \pm 1\}$ 。然而,  $V$  固定后, 独立相位序列的个数也固定, 故我们构造与  $X(k)$  具有相同信息的新信号序列, 然后再将新信号序列与独立相位序列相乘, 以此来增加有效的待选序列个数。下面以  $V=2$  为例, 说明如何通过将部分数据子块进行共轭运算来生成新传输信号序列( $V=4$  的情况与  $V=2$  时类似)。

在  $V=2$  时, 根据交织分割方法, 数据子块  $X^{(0)}(k) = [X(0), 0, X(2), 0, \dots, X(N-2), 0]$  实际上是  $X(2k)$  (即  $X(k)$  的偶

数点序列)每两个元素之间插入零值得到的;而  $X^{(1)}(k) = [0, X(1), 0, X(3), \dots, 0, X(N-1)]$  实际上是  $X(2k+1)$  ( $X(k)$  的奇数点序列)每两个元素之间插入零值并向右循环移位一位得到的。于是,  $X(k) = X^{(0)}(k) + X^{(1)}(k)$ 。可以通过对某一数据子块(如  $X^{(0)}(k)$ )进行共轭来构造与  $X(k)$  具有相同信息的新信号序列,即

$$Y_1(k) = (X^{(0)}(k))^* + X^{(1)}(k) \quad (6)$$

如记  $Y_0(k) = X(k)$ , 因此, 分别对  $Y_q(k)$  ( $q = 0, 1$ ) 进行 IPTS, 则可以有效增加独立传输序列的个数。下面讨论如何不增加额外 IDFT 运算来实现上述思路。

若  $X(2k)$  和  $X(2k+1)$  的  $N/2$  点 IDFT 分别表示为  $g_0(n) = \text{IDFT}\{X(2k)\}$  和  $g_1(n) = \text{IDFT}\{X(2k+1)\}$ , 则根据 DFT 的性质<sup>[12]</sup>,  $X^{(0)}(k)$  的  $N$  点 IDFT 可表示为

$$\begin{aligned} x^{(0)}(n) &= \text{IDFT}\{X^{(0)}(k)\} = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=-\infty}^{\infty} g_0 \left( n + i \frac{N}{2} \right) \right] R_N(n) \\ &\triangleq \frac{1}{2} [g_0(n) \quad g_0(n)] \end{aligned} \quad (7)$$

即  $x^{(0)}(n)$  是  $g_0(n)$  以  $N/2$  为周期进行周期延拓并取主值得到的,  $R_N(n)$  是长度为  $N$  的矩形序列。同样,  $X^{(1)}(k)$  的  $N$  点 IDFT 可表示为

$$x^{(1)}(n) = \text{IDFT}\{X^{(1)}(k)\} = \frac{1}{2} [g_1(n) \quad g_1(n)] W_N^{-[0:N-1]} \quad (8)$$

式中  $W_N^{-[0:N-1]}$  是由于对  $X(2k+1)$  每两个元素间插入零值后的右循环移位一位引入的。将  $W_N^{-[0:N-1]}$  表示为

$$\begin{aligned} W_N^{-[0:N-1]} &= [1, W_N^{-1}, \dots, W_N^{-\left(\frac{N}{2}-1\right)}, W_N^{-\frac{N}{2}}, W_N^{-\left(\frac{N}{2}+1\right)}, \dots, W_N^{-\left(\frac{N}{2}+\frac{N}{2}-1\right)}] \\ &= [1, W_N^{-1}, \dots, W_N^{-\left(\frac{N}{2}-1\right)}, -1, -W_N^{-1}, \dots, -W_N^{-\left(\frac{N}{2}-1\right)}] \end{aligned}$$

所以式(8)可以表示为

$$x^{(1)}(n) = \text{IDFT}\{X^{(1)}(k)\} = \frac{1}{2} [g_1(n) W_N^{-n} \quad -g_1(n) W_N^{-n}] \quad (9)$$

因此,  $x(n)$  可以表示为

$$\begin{aligned} x(n) &= x^{(0)}(n) + x^{(1)}(n) \\ &= \frac{1}{2} [g_0(n) + g_1(n) W_N^{-n} \quad g_0(n) - g_1(n) W_N^{-n}] \end{aligned} \quad (10)$$

相应地, 对  $X(k)$  的 IPTS 可以表示为

$$x_\mu(n) = \frac{1}{2} [b_0^\mu g_0(n) + b_1^\mu g_1(n) W_N^{-n} \quad b_0^\mu g_0(n) - b_1^\mu g_1(n) W_N^{-n}] \quad (11)$$

其中  $\{b_0^\mu, b_1^\mu\}$  从独立相位序列集合  $S$  中选取(当  $V=2$  时, 2 个独立相位序列分别为  $\{1, 1\}$  和  $\{1, j\}$ )。可见, 此时 IPTS 可以通过两个  $N/2$  点的 IDFT 及式(11)的运算得到。

为了得到新的传输信号序列, 根据 DFT 的性质

$$\begin{aligned} \text{IDFT}\{[X^{(0)}(k)]^*\} &= (x^{(0)}(N-n))^* \\ &= \frac{1}{2} [g_0^*(N/2-n) \quad g_0^*(N/2-n)] \end{aligned}$$

于是, 新序列可以利用式(10)表示为

$$y_1(n) = \frac{1}{2} \left[ g_0^* \left( \frac{N}{2} - n \right) + g_1(n) W_N^{-n} \quad g_0^* \left( \frac{N}{2} - n \right) - g_1(n) W_N^{-n} \right] \quad (12)$$

类似于式(11),

$$\begin{aligned} y_{\mu,1}(n) &= \frac{1}{2} \left[ b_0^\mu g_0^* \left( \frac{N}{2} - n \right) + b_1^\mu g_1(n) W_N^{-n} \right. \\ &\quad \left. b_0^\mu g_0^* \left( \frac{N}{2} - n \right) - b_1^\mu g_1(n) W_N^{-n} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

若记  $y_{\mu,0}(n) = x_\mu(n)$ , 则 MIPTS 算法可表示为

$$\{\mu', q'\} = \arg \min_{\{\mu, q\}} \left( \text{PAPR} [y_{\mu, q}(n)] \right), \quad \mu = 1, \dots, \|S\|, \quad q = 0, 1 \quad (14)$$

其中  $\|S\|$  表示集合  $S$  中元素的个数;  $\mu', q'$  是使  $y_{\mu, q}(n)$  具有最小 PAPR 时对应的下标, 它们需要作为辅助相位信息传输给接收端。

因此, 通过构造与  $X(k)$  具有相同信息的新信号序列可以增加待选传输序列。此时, 待选传输序列的个数为增加一倍(此时共有 4 个), 与 APTS ( $V=2$  时)生成的待选传输序列的个数相同。 $V=2$  时 MIPTS 的运算包括两次  $N/2$  点的 IDFT 和式(11)和式(13)的运算; 而式(11)和式(13)的运算次数包括 1 次复数乘法、2 次复数加法(和 IFFT 蝶形运算所需的运算量相同)。因此,  $V=2$  时 MIPTS 的总运算量相当于 1 次  $N$  点 IFFT 及  $N/2$  个蝶形运算的运算量; 而 APTS 则需要 2 次  $N$  点 IFFT。

#### 4 性能仿真

下面用计算机对 APTS, IPTS 及 MIPTS 方法的性能进行仿真分析。在 APTS 仿真中, 辅助相位采用穷尽搜索方法得到; 对 IPTS 和 MIPTS 方法, 通过离线搜索得到独立相位序列集合  $S$ 。每组仿真结果都采用多于  $10^4$  个 QPSK 调制的 OFDM 信号, 算法的性能采用互补累积分布函数(CCDF)进行描述。

图 1 显示的是  $V=2$  和  $V=4$  时 APTS, IPTS 及 MIPTS 方法的 CCDF 性能(子载波数为 128)。在  $V=2$  时, APTS, MIPTS 及 IPTS 方法生成待选传输信号个数分别为 4 个, 4 个和 2 个。由图 1 可知, 由于 IPTS 算法中有效的待选信号序列的个数仅为两个, 所以 IPTS 性能劣于 APTS 方法(如在  $\text{CCDF}=10^{-3}$  时, APTS 和 IPTS 的性能分别为 9.7dB 和 10.5dB)。而当采用 MIPTS 方法时, 由于增加了有效的待选信号序列的个数, 因此在  $\text{CCDF}=10^{-3}$  时, MIPTS 的性能为 9.7dB。当  $V=4$ , APTS, MIPTS 及 IPTS 方法生成待选传输信号个数分别为 64 个, 64 个和 16 个, 在  $\text{CCDF}=10^{-3}$  时, APTS, MIPTS, IPTS 的性能分别为 7.6dB, 7.7dB 和 8.7dB。可见, 在采用同样数目的待选传输序列时, MIPTS 以较小的运算量, 获得和 APTS 算法基本相当的性能, 从而说明增

加了独立待选传输序列的个数可提高 IPTS 算法的性能。

图 2 考虑利用 4 倍过采样来近似本文方法在降低连续 OFDM 信号 PAPR 时的性能。由图 2 可知, 在  $V=4$  及  $CCDF=10^{-3}$  时, APTS, MIPTS 及 IPTS 方法的性能分别为 8.6dB, 8.3dB 和 9.1dB。可见, 在近似连续信号情况下, 利用 MIPTS 也可以有效提高 IPTS 的性能而且 MIPTS 的性能略优于 APTS 算法。

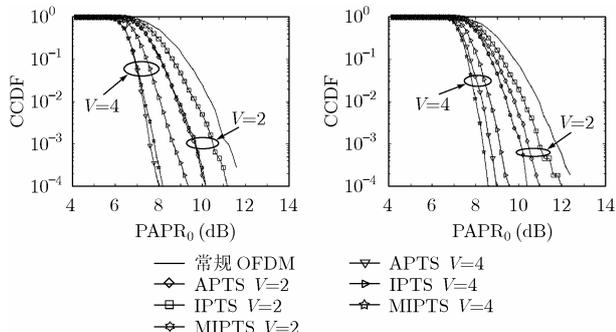


图 1 APTS, IPTS 及 MIPTS 方法性能比较(未过采样)

图 2 APTS, IPTS 及 MIPTS 方法性能比较(4 倍过采样)

## 5 结束语

本文分析 IPTS 方法性能较差的原因, 证明了是由于相位序列的非独立性造成 IPTS 性能劣于 APTS 算法。在此基础上, 通过对部分数据子块进行共轭运算来有效地提高 IPTS 独立待选传输序列的个数, 从而提高 IPTS 算法的性能。仿真和分析结果表明, 在具有相同数目的待选传输序列情况下, MIPTS 以较小的运算量达到(针对离散信号)或优于(针对连续信号) APTS 算法相当的性能。

## 参考文献

- [1] Han Seung Hee and Lee Jae Hong. An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission. *IEEE Wireless Communications*, 2005, 12(2): 56-65.
- [2] You Xiaohu, Chen Guoan, Chen Ming, and Gao Xiqi. Toward beyond 3G: the FuTURE project in China. *IEEE Communications Magazine*, 2005, 43(1): 70-75.
- [3] Davis J A and Jedwab J. Peak-to-mean power control and error correction for OFDM transmission using Golay sequences and Reed-Muller codes. *Electronics Letters*, 1997, 33(4): 267-268.
- [4] Marco B, Stefan H M W, and Johannes B H. SLM peak-

power reduction without explicit side information. *IEEE Communications Letters*, 2001, 5(6):239-241.

- [5] Muller S H and Huber J B. OFDM with reduced peak to average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences. *Electronics Letters*, 1997, 33(5): 368-369.
- [6] Kim Kang S G and Joo E K. A novel subblock partition scheme for partial transmit sequence OFDM. *IEEE Trans. on Broadcasting*, 1999, 45(3): 333-338.
- [7] Muller S H and Huber J B. A novel peak power reduction scheme for OFDM. Proc. IEEE PIMRC'97, Helsinki, Finland, Sept.1997: 1090-1094.
- [8] Lu Guangyue, Wu Ping, and Carlemalm-Logothetis C. Peak-to- average power ratio reduction in OFDM based on the transformation of partial transmit sequences. *Electronics Letters*, 2006, 42(2):105-106.
- [9] 卢光跃, 邵朝, 周途. OFDM 系统新的无损峰均值比降低方案. *通信学报*, 2005, 26(8): 51-56.  
Lu Guang-yue, Shao Chao, and Zhou Quan. Novel distortionless PAPR reduction scheme for OFDM system. *Journal on Communications*, 2005, 26(8): 51-56.
- [10] Lu Guangyue and Wu Ping. PAPR reduction in OFDM based on weighted sum of cyclically shifted sequences. Proc. of 10th International OFDM-Workshop(InOWo'05), Humburg, Germany, Aug.31-Sept.1, 2005: 210-214.
- [11] 卢光跃, 邵朝, 罗琳. 用部分传输序列方法降低实数 OFDM 信号峰均值比. *电子与信息学报*, 2007, 29(4): 971-974.  
Lu Guang-yue, Shao Chao, and Luo Lin. Peak-to-average-power-ratio reduction in real value OFDM system using PTS method. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(4): 971-974.
- [12] 邵朝, 阴亚芳, 卢光跃. 数字信号处理. 北京:北京邮电大学出版社, 2004.1, 第 3, 4 章.  
卢光跃: 男, 1971 年生, 博士, 教授, 主要研究方向为雷达成像技术、OFDM 及 CDMA 关键技术。  
邵朝: 男, 1955 年生, 博士, 教授, 主要研究方向为 CDMA 及 OFDM 关键技术、阵列信号处理等。  
罗琳: 女, 1969 年生, 博士, 副教授, 主要研究方向为通信中信号处理技术、图像与视频信号处理等。